



# AIDE A LA DECISION

**M. STEIN**

août 1990  
R 31 023  
EAU/4S/90

## **BRGM**

établissement public à caractère industriel et commercial

Siège : Tour Mirabeau, 39-43, quai André-Citroën - 75739 Paris cedex 15, France  
Tél.: (33) 1 40.58.89.00 - Télex : BRGM 780258 F - Télécopieur : (33) 1 40.58.89.33  
R.C. 58 B 5614 Paris - SIRET : 58205614900419

Centre scientifique et technique :

Avenue de Concy, Orléans-La Source (Loiret) - B.P. 6009 - 45060 Orléans cedex 2, France  
Tél.: (33) 38.64.34.34 - Télex : BRGM 780258 F - Télécopieur : (33) 38.64.35.18

# SOMMAIRE

## RESUME

pages

### Ière PARTIE - Concepts et Méthodologie générale

I	- Processus Décisionnel et Aide à la Décision	1
II	- Domaines d'application	2
III	- L'aide à la décision	3
	1 - Définition générale	3
	2 - les problématiques de référence	4
	2.1. La problématique du choix $\alpha$	4
	2.2. La problématique du tri $P\beta$	5
	2.3. La problématique du rangement $P\gamma$	5
	2.4. La problématique de la description $P\delta$	6
IV	- Méthodologie d'aide à la décision	6
	1. Définition des actions	8
	2. Mise en évidence des conséquences	9
	3. Construction de critères	9
	4. Modélisation des préférences globales	10
	4.1. Optimisation d'un critère unique	10
	4.2. Analyse multicritère	12

### IIème Partie - Outils d'aide à la décision

I	- Présentation générale	14
II	- La programmation linéaire	15
	1. Définition	15
	2. La méthode du simplexe	16
	2.1. Représentation d'un cas général par construction géométrique	16
	2.2. Les prix marginaux	17
	3. La méthode du gradient projeté (les améliorations apportées par rapport à la méthode du simplexe)	21

4. Le logiciel intégré Gradient LP	21
4.1. Caractéristiques du logiciel	21
4.2. Exemple d'application	22
4.2.1. Définition du problème	22
4.2.2. Détermination des variables et des paramètres	23
4.2.2.1. Données initiales	23
4.2.2.2. Variables utilisées	23
4.2.2.3. Termes intermédiaires	23
4.2.3. Ecriture mathématique du modèle	23
4.2.3.1. Mise en valeur de la totalité de la surface agraire	23
4.2.3.2. Egalité des débits pompes et d'irrigation	24
4.2.3.3. Rabattements limites sur les ouvrages de captage	24
4.2.3.4. Suppression de la zone marécageuse	24
4.2.4. Application numérique	24
4.2.5. Solution	26
4.2.6. Explication des données fournies	27
 III L'Analyse multicritère	 28
1. Principe général	30
1.1. Définition d'une liste de scénarios	30
1.2. Définition des critères	31
1.3. Pondération des critères	32
2. Méthode d'agrégation des critères en une fonction utilité	32
2.1. Présentation générale de la méthode	32
2.2. Logiciel Prefcalc	33
2.3. Exemple d'application	34
3. Méthode basée sur le concept de relation de surclassement	38
3.1. Présentation générale de la méthode	38
3.1.1. Mode 1 - Electre III	40
3.1.2. Mode 2 - Electre IV	40
3.1.3. Mode 3 - Matrice de surclassement	42
3.1.4. Algorithme du classement final	42
3.2. Le logiciel Electre III-IV	44
3.3. Exemple d'application	44
3.3.1. Création du fichiers données	45
3.3.2. Exécution	46
3.3.3. Résultats	46

## BIBLIOGRAPHIE

## R E S U M E

En matière de planification et de gestion des ressources en eau, la plupart des décisions nécessitent la prise en considération de multiples facteurs, les uns jouant en sens opposés et d'autres n'étant pas quantifiables. Il en résulte qu'il est très difficile au décideur d'effectuer un choix rationnel entre différents scénarios d'aménagement sans faire appel à des méthodes scientifiques pour structurer l'analyse du problème.

Les méthodes qui permettent ces structurations et facilitent ainsi la décision sans se substituer au décideur sont appelées méthodes d'aide à la décision. En effet, ces techniques ne peuvent se substituer au décideur parce qu'elles ne permettent pas de montrer qu'une des décisions possibles est la meilleure. En effet, dans le cadre de Plan Directeur ou de Schéma d'Aménagement des Ressources en Eau, il n'existe pas de variante (ou scénario) d'aménagement qui soit meilleure que toutes les autres dans l'absolu. D'une part, la variante la plus avantageuse est le plus souvent différente selon que l'on privilégie tel ou tel critère de comparaison (par ex. coût, efficacité technique, environnement...). D'autre part, le choix de la meilleure variante s'avère d'autant plus délicate que le critère choisi est de nature subjective et que l'on a affaire à plusieurs décideurs.

En général, ces méthodes d'aide à la décision reposent sur des techniques simulant les diverses décisions possibles pour en évaluer, à l'avance, les conséquences. Ce sont des supports opérationnels qui permettent aux utilisateurs d'apprécier dans quelle mesure les différents choix possibles s'inscrivent dans le cadre d'une politique générale définie par les élus ou les instances gouvernementales.

Il convient cependant d'attirer l'attention sur les limites et les risques d'utilisation de telles méthodes, surtout lorsque celles-ci se présentent sur support informatique. D'une part, l'outil ne doit pas se substituer au décideur ; il doit rester un outil d'aide, soumis à des analyses critiques et de sensibilité judicieusement choisies par le décideur. D'autre part, l'analyste peut être tenté, consciemment ou non, de s'approprier la décision à l'insu du décideur à qui on fait faire un choix dans un système que maîtrise l'analyste mais qui ne correspond pas forcément à sa propre conception.

Dans l'optimisation globale d'un programme d'intervention comme dans la mise au point de différents programmes d'aménagement, on peut distinguer deux types de démarche :

- le choix d'une variante parmi un nombre fini de variantes
- l'optimisation proprement dite consistant à déterminer les caractéristiques optimales d'un ouvrage ou d'une action donnée.

En pratique, les problèmes d'optimisation et de choix ne sont pas toujours séparables car certaines variantes peuvent être inférieures à d'autres avant d'avoir été optimisées, et leur devenir supérieures après optimisation. Il en résulte qu'avant de se servir de la méthode proposée, il faut optimiser suffisamment chaque variante pour que les gains supplémentaires possibles soient inférieurs aux écarts entre variantes. Par contre, l'optimisation fine n'est normalement faite que sur la variante retenue ; elle vient donc après la comparaison des variantes.

Les méthodes d'aide à la décision basées sur la réflexion et l'expérimentation prennent appui sur des modèles plus ou moins formalisés, c'est-à-dire des représentations simplifiées du système étudié. Ces outils ont pour objet d'améliorer, de faciliter ou d'accompagner le déroulement (ou la conduite) d'un processus de décision ou encore la maîtrise ou la compréhension que peut en avoir une instance de décision.

Sur la conception et la procédure de l'aide à la décision on distingue deux écoles :

- l'école américaine qui tend à révéler un optimum ou une préférence préexistante parmi diverses solutions
- l'école française qui tend à fonder progressivement une conviction parmi différentes solutions.

Trois méthodes existent donc selon le (ou les) critère(s) de comparaison utilisé(s). Ces méthodes sont :

1. Utilisation d'un critère unique qu'il s'agit d'optimiser :

- . coût global actualisé d'un aménagement à minimiser
- . taux de rentabilité interne à maximiser

Cette méthodologie relève des techniques de la recherche opérationnelle et notamment de la programmation linéaire ou non-linéaire.

2. Approche multicritère se réduisant à l'analyse d'un critère unique de synthèse :

- . calcul de la somme pondérée, par exemple

3. Analyse multicritère proprement dite basée sur le principe de surclassement

Ce document se décompose en 2 parties :

**1ère partie Concepts et Méthodologie générale de l'aide à la décision avec l'analyse des méthodes d'optimisation et d'analyse multicritère.**

Cette partie s'appuie grandement sur les documents et travaux exécutés sur ce sujet par le Professeur B. ROY de l'Université Paris Dauphine

2ème partie Outils d'aide à la décision avec l'illustration des méthodes d'optimisation et d'analyse multicritère par les logiciels suivants :

- Gradient LP, outil de programmation linéaire
- Prefcalc, outil multicritère se réduisant à un seul critère de synthèse
- Electre III-IV, outil d'analyse multicritère proprement dit

Ces logiciels sont des outils simples, conviviaux, utilisables sur micro-ordinateur IBM-PC.

Même si ces réflexions ont été développées dans le cadre des problèmes de gestion des eaux, la méthodologie ainsi que les outils d'aide à la décision, tels que présentés ici, s'appliquent à tous les domaines de la vie personnelle et/ou professionnelle où l'on est amené à prendre une décision -choix d'un futur collaborateur, arbitrage entre différentes politiques commerciales, optimisation d'un réseau...

**Ière PARTIE**  
**CONCEPTS ET METHODOLOGIE GENERALE**

## I - PROCESSUS DECISIONNEL ET AIDE A LA DECISION

Depuis très longtemps, l'homme cherche à prendre appui sur sa faculté de représentation abstraite des phénomènes, sur son aptitude au raisonnement hypothético-déductif pour guider et justifier ses actions et donc ses décisions -il réfléchit avant d'intervenir, il déduit les conséquences d'actions hypothétiques avant de réaliser-. Dans la vie de tous les jours (personnelle, professionnelle...) l'homme est amené régulièrement à prendre des décisions, à faire des choix (achat d'une voiture, choix de son lieu de vacances, de son futur collaborateur, arbitrage entre différentes politiques commerciales...) ; la réponse donnée étant le plus souvent dominée par l'intuition et/ou la subjectivité. Cette approche est cependant restée très longtemps à ce stade et ce n'est qu'après la seconde guerre mondiale que l'homme a tenté de mieux formaliser son processus décisionnel. Ainsi, dans les années 50, on a vu apparaître et se multiplier des organismes d'études dont la fonction était d'analyser et de préciser des décisions de toutes sortes. Les entreprises tant privées que publiques se sont ensuite dotées progressivement de cellules, de services ayant une mission d'aide à la décision (stratégie d'entreprise) et rassemblant des mathématiciens, statisticiens, informaticiens, économistes, spécialistes en Recherche Opérationnelle.

Cependant, de nombreuses critiques ont réfuté le caractère scientifique de cette discipline. Selon certains, la mise en oeuvre effective de la procédure conduit à argumenter les décisions en des termes qui ressemblent plus à une justification d'un à priori qu'à une analyse critique et comparative des différentes solutions. D'autres estiment que ce sont les insuffisances de moyens en temps et en argent qui limitent la valeur de cette approche décisionnelle.

Il est vrai que toute décision ayant trait en (grande) partie à des aspects subjectifs, l'aide à la décision ne peut être entièrement fondée sur la Science. Aussi, des modèles et instruments d'aide à la décision ne prétendent pas, contrairement à leurs homologues en Sciences physiques, décrire une réalité qui serait indépendante de l'observateur et existerait indépendamment de la personnalité d'autres acteurs humains. Dans la plupart des contextes impliquant décision, on est obligé d'admettre que divers intervenants, tant par leurs jugements que par leurs comportements, interagissent avec la réalité. C'est ainsi que le fait même de formuler certaines questions, de privilégier tel ou tel facteur est de nature à perturber l'observation de la partie objective du réel devant servir d'appui à la déduction logique. Même lorsque ce n'est pas le cas, les déductions résultantes de ces modèles demeurent dépendantes, d'options multiples ainsi que d'un ou plusieurs systèmes de valeurs. Dans quelle mesure un avantage selon un point de vue peut-il ou non compenser un désavantage selon un autre point de vue ? A partir de quel niveau certains désavantages sont-ils rédhibitoires ? Faut-il préférer un gain élevé peu probable ou un gain moindre mais certain ?

En dehors de cas exceptionnels, la science ne peut répondre à de telles questions ; il ne peut y avoir de science de la décision au sens strict.



Cependant il y a place pour une science de l'aide à la décision. Grâce à des concepts rigoureux, des modèles bien formalisés, des procédures de calcul précises, on est en mesure d'éclairer les décisions en faisant ressortir ce qui est objectif de ce qui l'est moins, en séparant les conclusions robustes des conclusions fragiles, en dissipant certaines formes de malentendu dans la communication, en évitant le piège de raisonnements illusoires, en mettant en évidence certains résultats contre-intuitifs... Cette science, encore naissante, de l'aide à la décision ne peut véritablement porter ses fruits que si une attention toute particulière est accordée aux conditions d'insertion, dans le processus de décision, des démarches, outils, et résultats qu'elle produit.

Si une approche scientifique des problèmes de décision peut apporter une aide effective aux décideurs, elle ne peut prétendre leur dicter leur conduite. Une marge de liberté incompressible demeure et en tout état de cause la décision finale reviendra au responsable lui-même.

Aucune démarche objective fondée sur la seule raison ne peut démontrer l'optimum ni même le bien-fondé d'un système de valeurs ou d'un mode d'anticipation de l'avenir. L'influence de la personnalité et du mode de pensée de chacun des acteurs impliqués dans un processus de décision échappe à l'analyse scientifique et à la quantification de nombreux aspects :

- leur capacité à concevoir des solutions possibles et à en évaluer les conséquences ainsi qu'à remettre en question certaines convictions ou certains a priori
- leur aptitude à agir sur les perceptions et représentations du réel ainsi qu'à créer des situations plus ou moins difficilement réversibles
- leur façon de ressentir, accepter et lever certains ambiguïtés

Il n'en demeure pas moins qu'une aide à la décision méthodique, fondée sur des concepts et procédures appropriés doit jouer un rôle important et bénéfique dans la conduite des processus de décision, en mettant en évidence les conséquences d'une décision plutôt qu'en dictant une action. Plutôt que la recherche d'une solution à un problème donné, il s'agit de faire surgir des éclairages propices pour construire, cerner, faire accepter certains compromis, arbitrages, préférences.

## II - DOMAINES D'APPLICATION

L'aide à la décision concerne tout processus de choix lié à une ou plusieurs contraintes (ressource limitée, moindre coût, meilleure rentabilité...). Elle peut s'appliquer à de nombreux domaines de la vie mais trouve sa pleine justification lorsque le choix s'avère complexe -plusieurs décideurs, nombreuses contraintes, nombre important de solutions possibles-...

Les divers domaines d'application ayant donné lieu à ce jour à des études effectives concernent notamment :

- les modes de production -adaptation du fonctionnement d'une usine à une demande et/ou une ressource variable (approvisionnement en matières premières, production de biens élaborés)
- l'agencement temporel des tâches sur un chantier, dans un atelier, pour une étude
- la fréquence des opérations d'entretien pour une machine fixe ou un matériel circulant
- la sélection d'une variante parmi plusieurs variantes relatives à un même projet -tracé de routes, de canalisations, localisation d'une usine...
- l'arbitrage entre projets concurrents mais de nature différente -projets de recherche et développement à sélectionner, produits nouveaux à lancer sur le marché
- le dépouillement d'appel d'offres pour l'acquisition d'un matériel ou une réalisation technique

Cependant, les décisions plus stratégiques telles que :

*au niveau d'une entreprise*

- restructurer un groupe industriel, abandonner une activité, racheter une autre société
- mettre ou non en chantier un programme technique ambitieux

*au niveau de la politique d'un Etat*

- instaurer ou non le contrôle des changes, dévaluer ou non la monnaie locale
- choisir une riposte à "une agression" étrangère (exemple historique de la crise de Cuba ayant donné lieu à de nombreuses études et simulations)

peuvent également bénéficier, mais de façon beaucoup plus limitée, des concepts, modes de raisonnement et procédures de l'aide à la décision. En effet, la variété et la complexité des logiques de chacun des auteurs jouant un rôle dans le processus d'élaboration de la décision rendent, dans ce cas, ce genre de processus souvent peu contrôlable.

### III - L'AIDE A LA DECISION

#### 1. Définition générale

En faisant référence aux travaux de B. ROY (1985), il est possible de définir l'aide à la décision comme suit :

L'aide à la décision est l'activité de celui (homme d'étude) qui, prenant appui sur des modèles clairement explicités mais non nécessairement complètement formalisés aide :

- à obtenir des éléments de réponses aux questions que se pose un intervenant (décideur) dans un processus de décision, éléments concourant à éclairer la décision
- ou simplement à favoriser un comportement de nature à accroître la cohérence entre l'évolution du processus d'une part, les objectifs et le système de valeurs au service desquels cet intervenant (décideur) se trouve placé d'autre part.

Ainsi l'aide à la décision ne relève que de façon très partielle de la recherche d'une vérité. Les méthodologies, les modèles et les techniques sur lesquels elle s'appuie ont le plus souvent un objectif différent. -raisonner le changement que prépare un processus de décision de façon à accroître sa cohérence avec les objectifs et le système de valeurs de celui pour qui ou au nom de qui l'aide à la décision s'exerce.

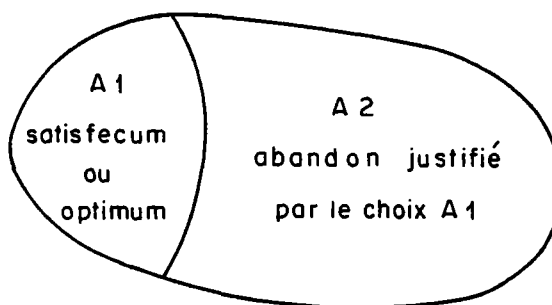
## 2. Les problématiques de référence

Quelque soit l'objectif de la décision, l'homme d'étude doit initialement formuler et préciser en quels termes se pose le problème. Dans cette optique, il est intéressant de situer le problème par rapport à quatre problématiques de référence.

### 2.1. La problématique du choix $P\alpha$

Celle-ci consiste à formuler le problème en terme de meilleur choix mais sans s'imposer d'aboutir à la mise en évidence d'une solution dite optimale ; en fait, la problématique de l'optimisation est un cas particulier de cette problématique de choix. Cette problématique de choix aboutit à une sélection aussi restreinte que possible des satisfecums (ou optimum si l'élément est unique) et peut être schématisée, comme la recherche d'un sous-ensemble satisfaisant

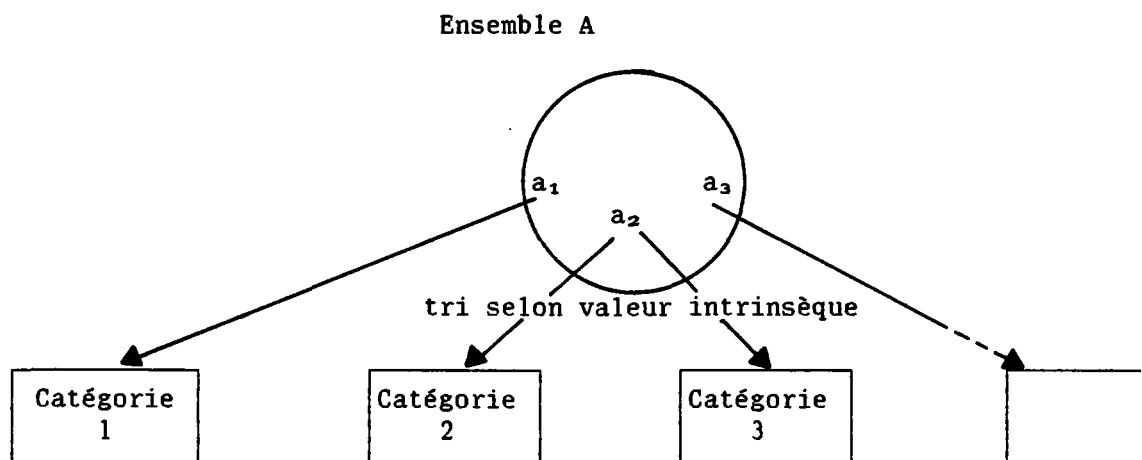
Ensemble A des actions à analyser



Les programmations linéaire, non linéaire, dynamique relèvent de cette problématique  $P\alpha$

## 2.2. La problématique du tri $P\beta$

Celle-ci consiste à poser le problème en terme de tri et de répartition en diverses catégories. Chaque action à analyser est affectée à une et à une seule des catégories conçues pour orienter la décision ; chacune de ces catégories devant être homogène et indépendante, c'est-à-dire ne faisant pas fondamentalement référence aux autres catégories. Ce cas correspond à la pratique classique des examens scolaires, examens médicaux... Cette problématique de tri aboutit, à partir de catégories bien définies, à une segmentation de l'ensemble A des actions a à analyser qui peut se schématiser comme suit :

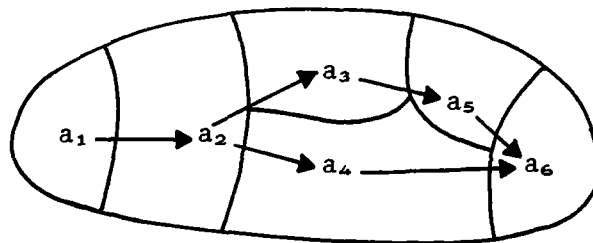


## 2.3. - La problématique du rangement $P\gamma$

Celle-ci consiste à formuler le problème en terme de rangement selon un ordre de préférence ou en terme d'élaboration d'une procédure de classement. Ce processus cherche à tirer parti au maximum d'informations permettant de comparer entre eux les éléments de l'ensemble A pour découvrir, départager et finalement ranger en classes successives les différentes actions. Chaque action a de l'ensemble A est affecté d'un "rang de classement" ; deux actions ayant le même rang lorsque les données ne permettent pas de les départager. Le rang des classes ainsi conçues permet de les ordonner, complètement ou partiellement, en conformité avec les préférences.

Ce cas correspond à la technique des concours aboutissant à un classement non nécessairement complet par classe d'équivalence. Cette problématique peut se schématiser comme suit : le rangement étant symbolisé par des flèches

Ensemble A



L'analyse multicritère relève de cette problématique  $P\gamma$

#### 2.4. - La problématique de la description $P\delta$

Celle-ci consiste à poser le problème en terme de description de toutes les actions à analyser ainsi que de leurs conséquences. Le rôle de l'homme d'étude est alors davantage de formuler un problème que de le résoudre.

En fait, dans le cas de nombreuses décisions (au niveau personnel tout comme au niveau professionnel) l'activité d'étude ne sort pas du cadre de cette problématique en ce sens qu'elle reflète l'essentiel de ce que le demandeur attend de l'homme d'étude. Elle peut donc être une fin en soi, même si le plus souvent elle est incluse sous une forme plus ou moins développée dans les 3 précédentes problématiques.

La cartographie "décisionnelle" relève notamment de cette problématique  $P\delta$ .

En tout état de cause, la problématique adoptée peut correspondre :

- soit à l'une, et une seule, des 4 problématiques de référence citées plus haut
- soit à une combinaison des problématiques  $P\alpha$  et/ou  $P\beta$  et/ou  $P\gamma$  ; chacune d'elle étant caractéristique d'une étape de déroulement du processus décisionnel.

Les objectifs et les résultats de ces différentes démarches sont résumées dans le tableau ci-après (B. ROY, 1988).

#### IV - METHODOLOGIE D'AIDE A LA DECISION

Une fois posé le problème et donc choisi la problématique adéquate, il s'agit de mettre en place une méthodologie en 4 étapes, à savoir :

- recenser les différentes actions possibles et réalistes à analyser
- mettre en évidence les conséquences entraînées par l'exécution de chacune de ces actions

## PROBLEMATIQUES DE REFERENCE

Problématique	Objectif	Résultat
$\alpha$	Eclairer la décision par le choix d'un sous-ensemble aussi restreint que possible en vue d'un choix final d'une seule action, ce sous-ensemble contenant des « meilleures » actions (optimums) ou, à défaut, des actions « satisfaisantes » (satisfecums).	Un choix ou une procédure de sélection
$\beta$	Eclairer la décision par un tri résultant d'une affectation de chaque action à une catégorie ; les catégories étant définies <i>a priori</i> en fonction de normes ayant trait à la suite à donner aux actions qu'elles sont destinées à recevoir.	Un tri ou une procédure d'affectation
$\gamma$	Eclairer la décision par un rangement obtenu en regroupant tout ou partie (les « plus satisfaisantes ») des actions en classes d'équivalence, ces classes étant ordonnées, de façon complète ou partielle, conformément aux préférences.	Un rangement ou une procédure de classement
$\delta$	Eclairer la décision par une description, dans un langage approprié, des actions et de leurs conséquences.	Une description ou une procédure cognitive

- Construire des critères permettant d'évaluer et de quantifier (par une fonction à valeurs réelles) les diverses conséquences de chacune de ces actions

Remarque : *Ces 3 premiers points qui peuvent être analysés en dehors de toute inflexion significative de la part du (ou des) décideur(s) sont indispensables et communs à tout processus d'aide à la décision, et cela quelque soit la méthodologie de modélisation adaptée par la suite.*

- modéliser les préférences globales et élaborer la prescription ; prescription prise ici dans le sens de préconiser un choix et non de règle à respecter.

## 1. - DEFINITION DES ACTIONS

Selon B. ROY, une action "a" est la représentation d'une éventuelle contribution à la décision globale susceptible, eu égard à l'état d'avancement du processus de décision, d'être envisagée de façon autonome et de servir de point d'application à l'aide à la décision.

En pratique, l'action représente ce à qui ou à quoi s'applique la décision et se présente sous la forme d'un plan ou d'un programme (approvisionnement en matières premières, production de bien élaborés) d'une variante (tracés de canalisations, localisations d'équipements) d'un projet (programme de Recherche et Développement, lancement de nouveaux produits).

En principe, le concept d'action n'est nullement lié à son réalisme et/ou à sa faisabilité. On peut imaginer une action réelle ou fictive qui soit jugée réaliste par un seul décideur ou présumée réaliste par l'homme d'étude lui-même -dans ce cas on parlera d'action potentielle lorsqu'au moins un important intervenant considérera celle-ci comme réaliste.

L'aide à la décision s'attachera donc à l'analyse de l'ensemble de toutes les actions potentielles ; cet ensemble étant appelé par convention A.

L'ensemble A des actions potentielles défini à ce stade n'est cependant pas figé. En effet, on peut imaginer, dans le déroulement de l'étude, une modification de cet ensemble du fait :

- soit d'une révision des limites (le plus souvent arbitraires) entre les actions potentielles et les autres
- soit des résultats insuffisants obtenus avec l'ensemble initial

Enfin, il est judicieux de distinguer une action globale d'une action fragmentaire. Une action est dite globale si elle entraîne la décision finale de façon globale à l'exclusion de toute autre action. Dans le cas contraire, l'action est dite fragmentaire. Ainsi dans le cadre de Schéma d'Aménagement un scénario d'aménagement préconisé (action globale) est le plus souvent une combinaison d'aménagements localisés (un par unité territoriale de gestion des eaux) correspondant donc à autant d'actions fragmentaires.

## 2. - MISE EN EVIDENCE DES CONSEQUENCES

Quelle que soit la manière dont on envisage d'apporter des réponses à des questions ayant pour objet d'éclairer une décision, il est nécessaire de s'intéresser aux conséquences qu'entraîne la mise à exécution de chacune des actions de l'ensemble A.

Ces conséquences sont en général multiples. Elles s'évaluent quantitativement ou qualitativement et s'apprécient en termes fort variés.-monétaire, temporel, économique, sociologique, environnemental...- C'est en prenant appui sur l'évaluation de ces conséquences que les actions peuvent être analysées et comparées entre elles en terme de préférence ou d'indifférence.

Deux remarques s'imposent à ce stade.

- . D'une part les conséquences d'actions sont le plus souvent mal délimitées, formées d'entités complexes et imbriquées (on parle de nuage des conséquences). Il s'agit donc de mieux les formaliser.
- . d'autre part, face à un "nuage" des conséquences généralement vagues et complexes, les préférences d'un décideur impliqué dans un processus décisionnel ne sont pas toujours très bien définies ni totalement stables. Le jugement apparaît donc comme la résultante d'aspects conflictuels qui s'affrontent tant au niveau d'un décideur qu'entre les différents décideurs.

Aider à décider c'est donc en tout premier lieu aider à clarifier la formation, l'évaluation et l'acceptation définitive des préférences.

## 3. - CONSTRUCTION DE CRITERES

Le concept de critère est l'élément essentiel de l'aide à la décision.

Selon le dictionnaire Robert le mot critère désigne couramment "ce qui sert de base à un jugement". Un critère vise donc à concrétiser, à l'aide d'une fonction, l'évaluation d'une action vis-à-vis des différentes conséquences.

En pratique, un critère  $g$  est une fonction analytique (donnant une valeur  $g(a)$  pour toute action  $a$  définie sur l'ensemble A des actions potentielles de telle sorte qu'il soit possible de comparer 2 actions  $a$  et  $b$  en comparant les valeurs  $g(a)$  et  $g(b)$ ).

Aussi d'une façon conventionnelle on peut définir les 2 relations suivantes relatives aux notions d'indifférence et de préférence stricte.

$$g(a) = g(b) \iff a \text{ Ig } b$$

a indifférent à b pour le critère  $g$

$$g(a) > g(b) \iff a \text{ Pg } b$$

a préféré strictement à b pour le critère  $g$



On a alors affaire à un vrai critère  $g$  qui peut se schématiser comme suit :

valeur de $g(a) - g(b)$	< 0		> 0	
	<hr/>		<hr/>	
	b Pg a	a Ig b	a Pg b	
	Préférence stricte	Indifférence	Préférence stricte	

Les évaluations des conséquences ainsi que la définition de la fonction  $g$  comportant une part non négligeable d'arbitraire ce modèle de critère vrai semble peu réaliste en pratique. Une différence même minime entre  $g(b)$  et  $g(a)$  n'est pas forcément preuve d'une préférence stricte.

Aussi, on est le plus souvent amené d'introduire 2 seuils de discriminations (1 seuil d'indifférence  $qg$  et 1 seuil de préférence  $Pg$ ) ;

$$q(a) - g(b) < qg \Leftrightarrow a \text{ Ig } b$$

$$qg < g(a) - g(b) < Pg \Leftrightarrow a \text{ Qg } b$$

$a$  préféré faiblement à  $b$  pour le critère  $g$

$$g(a) - g(b) > Pg \Leftrightarrow a \text{ Pg } b$$

Dans ce cas  $g$  est appelé pseudo-critère qui peut se schématiser comme suit :

valeur de $g(a) - g(b)$	- Pg	- qg	o	+ qg	+ Pg
	<hr/>				
b Pg a	b Qg a	a Ig b	a Qg b	a Pg a	
Situation préférence stricte	préférence faible	Indifférence	préférence faible	préférence stricte	

De plus, dans certaines méthodes d'analyse multicritère (Electre III.IV notamment) tout critère  $g$  peut être affecté d'un seuil de veto  $Vg$  ;

$$\text{si } g(a) - g(b) > Vg$$

on considère que  $a$  est tellement meilleur que  $b$  sur ce critère, que quelque soit les évaluations de  $a$  et  $b$  sur les autres critères  $a$  sera de toute façon préféré globalement à  $b$ .

La construction de critères passe par le choix, pour chacun d'eux, d'un axe de signification sur lequel on puisse faire des comparaisons entre actions ; cet axe doit permettre une quantification (objective ou subjective) de toute action, donc de la fonction  $g(a)$ .

Dans ce but, l'axe de signification doit être d'une part normé soit par une unité représentative du critère (Francs courants, km parcourus...) soit avec une échelle qualitative (très bon, bon, moyen, médiocre...), d'autre part affecté d'un sens de préférence (croissant ou décroissant).

Une fois défini cet axe de signification, il s'agit

- de formaliser la fonction  $g(a)$  ainsi que son mode d'évaluation afin de positionner chacune des actions sur cet axe.
- de préciser, éventuellement les seuils de discrimination de ce critère (seuil de préférence et/ou d'indifférence et/ou de veto).

#### 4. - MODELISATION DES PREFERENCES GLOBALES

En ce qui concerne la modélisation des préférences, deux grands types de méthodes (et donc idem pour les outils correspondants) existent selon le (ou les) critère(s) de comparaison utilisés, à savoir :

- optimisation d'un critère unique
- analyse multicritère (critère unique de synthèse ou critères multiples).

On donne ci-dessous les grandes lignes de chacune des méthodes qui seront analysées (avec les outils correspondants) plus en détail dans la deuxième partie du présent document.

##### 4.1. - Optimisation d'un critère unique

Lorsque les conséquences des actions ne sont pas trop complexes et/ou lorsque les décideurs ne sont pas trop hétérogènes, on peut analyser les différentes actions potentielles à l'aide d'un critère unique ; ce critère choisi a priori doit être cependant représentatif de toutes les conséquences observées et de toutes les opinions émises.

De cas on parle d'analyse mono-critère. Les critères uniques les plus usités relèvent de l'analyse économique et financière (bénéfice actualisé, taux de rentabilité interne...) donc quantifiable objectivement. Cependant, il n'est pas interdit d'envisager des critères plus subjectifs du type rapport qualité/prix, intérêt général pour la collectivité.

Lorsque l'analyse des conséquences des actions se résume au choix d'un critère unique on peut, dans le cadre d'une problématique  $P$  vouloir rechercher l'action  $a$  de l'ensemble  $A$  pour laquelle  $g(a)$  a la meilleure valeur ; on parle dans ce cas d'optimisation. Il s'agit par exemple de minimiser le coût global actualisé d'un aménagement, de maximiser le taux de rentabilité interne.

Si l'ensemble  $A$  des actions se réduit seulement à quelques actions, la résolution du problème est simple. Par contre, il n'en est pas de même lorsque les actions à analyser sont nombreuses (ou même en nombre infini). On a alors recours à des techniques et à des outils spécifiques qui appartiennent à ce qu'on appelle la recherche opérationnelle - outils de programmation linéaire, non linéaire, dynamique, outils découlant de la théorie des graphes.

#### 4.2. - Analyse multicritère

Lorsque les conséquences des différentes actions sont complexes et/ou lorsque les avis et opinions des décideurs sont très diversifiés il est nécessaire d'utiliser une analyse multicritère. Celle-ci consiste à expliciter une famille cohérente de critères qui soit comprise et acceptée comme base de travail par tous ceux qui prennent part au processus décisionnel, chacun de ces critères étant représentatif d'une catégorie relativement homogène de conséquences. Mener cette démarche multicritère à son terme semble bien la plus enrichissante et la plus propice à l'obtention d'un consensus général.

Cependant rien n'interdit (pour des raisons de simplicité, de temps, de coût...) d'agréger, à une étape ultérieure de la modélisation, les critères de cette famille, en un seul et unique critère de synthèse. Cette dernière méthode est différente de l'analyse monocritère qui, dès le départ de l'analyse, tend à n'opérer que sur un seul et unique critère, soit en mélangeant et amalgamant les diverses conséquences soit en privilégiant certaines d'entre elles par rapport à d'autres.

**IIème PARTIE**  
**OUTILS D'AIDE A LA DECISION**

## I - PRESENTATION GENERALE

Les méthodes d'aide à la décision, dont les grands principes ont été représentés dans la première partie, sont basées sur la réflexion et l'expérimentation. Ils prennent appui sur des modèles plus ou moins formalisées, c'est-à-dire des représentations simplifiées du système étudié.

Ces outils ont pour objet d'améliorer, de faciliter ou d'accompagner le déroulement (ou la conduite) d'un processus de décision ou encore la maîtrise ou la compréhension que peut en avoir une instance de décision.

Sur la conception et la procédure de l'aide à la décision on distingue deux écoles :

- 1 école américaine qui tend à révéler un optimum ou une préférence préexistante parmi diverses solutions
- 1 école française qui tend à fonder progressivement une conviction parmi différentes solutions.

Trois méthodes existent donc selon le (ou les) critère(s) de comparaison utilisé(s). Ces méthodes, qui seront présentées ci-après sont :

### 1. Utilisation d'un critère unique qu'il s'agit d'optimiser :

- . coût global actualisé d'un aménagement à minimiser
- . taux de rentabilité interne à maximiser

Cette méthodologie relève des techniques de la recherche opérationnelle et notamment de la programmation linéaire ou non-linéaire.

### 2. Approche multicritère se réduisant à l'analyse d'un critère unique de synthèse :

- . calcul de la somme pondérée par exemple

### 3. Analyse multicritère proprement dite basée sur le principe de surclassement

Afin d'utiliser chacune de ces méthodes on présentera les logiciels suivants :

- Gradient LP, outil de programmation linéaire
- Prefcalc, outil multicritère se réduisant à un seul critère de synthèse
- Electre III-IV, outil d'analyse multicritère proprement dit.

Ces logiciels, disponibles au BRGM, sont des outils simples, très conviviaux et utilisables sur micro-ordinateur compatible IBM-PC.

## II - LA PROGRAMMATION LINEAIRE

### 1. Définition

La programmation linéaire, une des branches de la recherche opérationnelle, permet d'améliorer et d'optimiser la "marche" de systèmes complexes. La programmation linéaire permet par exemple de répartir de manière optimale des ressources limitées entre plusieurs produits finis ou plusieurs activités.

La répartition optimale peut être celle qui optimise un avantage ou une utilité, par exemple le profit ou celle qui minimise le coût.

Bien que l'ordinateur soit un outil essentiel pour résoudre les problèmes qui se posent en programmation linéaire, il ne faut pas dans cette expression prendre le mot programme dans son acception de programme informatique, mais dans le sens d'organisation et de planning.

L'adjectif linéaire se rapporte à certaines caractéristiques mathématiques des problèmes à traiter. On introduit en effet des contraintes linéaires (équations linéaires) de trois types : minimum à respecter, maximum à respecter ou égalité imposée. Par ailleurs la recherche d'un objectif est représentée par une fonction linéaire à maximiser ou à minimiser.

Faisant appel à une formulation mathématique sous forme d'équation et d'inéquations, la programmation linéaire peut s'exécuter manuellement pour des problèmes assez courts. Au-delà, les temps de calculs sont très longs, si bien que la majorité des problèmes sont résolus par informatique.

Les applications possibles avec la programmation linéaire sont multiples notamment dans le domaine de la distribution et des transports : la programmation linéaire permet de répartir la production entre divers dépôts afin de minimiser le coût total de distribution. Les problèmes de découpe de tissus, bois ou autres matériaux sont couramment résolus par les logiciels de programmation linéaire : l'objectif étant d'obtenir le moins possible de chutes ou de déchets.

Il est un secteur d'activité où ces outils sont bien implantés : le domaine agricole. En fonction de nombreux paramètres liés à la qualité des sols, l'ensoleillement, etc... les techniciens obtiennent un dosage optimal pour la préparation et le traitement des sols, l'épandage d'engrais...

La société EXXON applique couramment ces techniques de programmation linéaire pour établir des plans d'exécution de forages et de répartir le pétrole brut entre les diverses raffineries.

La programmation linéaire peut trouver de nombreuses applications dans le domaine de l'eau.

C'est parce qu'il existe des algorithmes (méthodes qui procèdent pas à pas) efficaces et adaptable à de nombreuses situations, que la programmation linéaire a une grande importance économique : le premier algorithme à être utilisé dès 1947 a été la méthode du simplexe.

Nous allons présenter les fondements de cette méthode ainsi que celle du gradient LP beaucoup plus rapide que la précédente et qui a supplanté ces dernières années la méthode du simplexe.

## 2. - LA METHODE DU SIMPLEXE

### 2.1. - Représentation d'un cas général par construction géométrique

Considérons le cas suivant : il faut maximiser la fonction objectif  $e_1A + e_2B$  sachant qu'il existe 3 contraintes à respecter.

$$A + B < C \quad (\text{inéquation 1})$$

$$a_1 A + a_2 B < D \quad (\text{inéquation 2})$$

$$b_1 A + b_2 B < E \quad (\text{inéquation 3})$$

A et B sont les deux variables.

Par construction géométrique, nous allons présenter les fondements de la méthode du simplexe.

Toutes les solutions possibles du problème d'inéquation linéaire (inéquations 1 et 2 et 3) peuvent être représentées par un ensemble de points dans un plan (fig. 1). Cet ensemble de points définit la "région admissible" du système considéré (avec 3 variables, la région admissible ne serait plus une surface mais un volume).

Il existe un point de la région admissible où la fonction objectif est maximale. Ne pouvant calculer la fonction en tous les points, on utilise, pour restreindre la recherche du maximum, deux propriétés caractéristiques du problème : la convexité de la région admissible et la linéarité de la fonction objectif. Le graphe de la fonction objectif (droite) peut ainsi être tracé au-dessus de tout segment de la région admissible (fig. 2) : on obtient ainsi le profit en chaque point du segment de droite.

Si le graphe de la fonction objectif au-dessus du segment n'est pas parallèle au plan, la fonction objectif atteint sa valeur maximale à l'une des extrémités du segment, donc en un point frontière de la région admissible.

Ceci étant valable pour tout segment de la région admissible, l'intérieur de la région admissible peut donc être ignoré lors de la recherche d'un profit maximal. On ne considère donc que les points frontières.

En allant plus loin dans le raisonnement, on voit que si la région admissible est un polygone, tout point frontière se trouve dans un segment dont les extrémités sont des sommets. C'est donc sur un tel sommet que doit être recherché le maximum de profit.

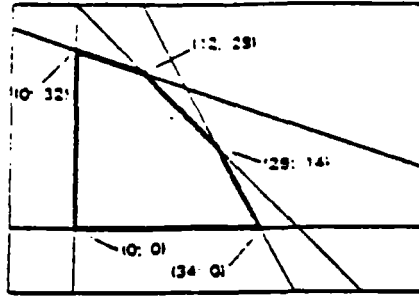
Avec trois variables, la région admissible est un polyèdre dont les faces sont des polygones (fig. 3). Au-delà de trois variables, la région admissible est un polytope de dimension  $n$  : l'interprétation géométrique ne devient plus possible, mais les sommets conservant leur "statut privilégié", on peut alors les déterminer par des méthodes algébriques.

Dans le cas général, la méthode du simplexe consiste à se déplacer le long des arêtes d'un polytope, de sommet en sommet adjacent, de façon à augmenter la valeur de la fonction objectif. On commence en un sommet arbitraire et on s'arrête dès qu'on arrive à un sommet dépourvu de voisins où la fonction est supérieure. Cette règle d'arrêt n'est valable que parce que la région admissible est convexe : la convexité assure qu'un sommet où la fonction objectif admet un maximum local est un point où la fonction objectif a un maximum global. Ce théorème est absolument fondamental;

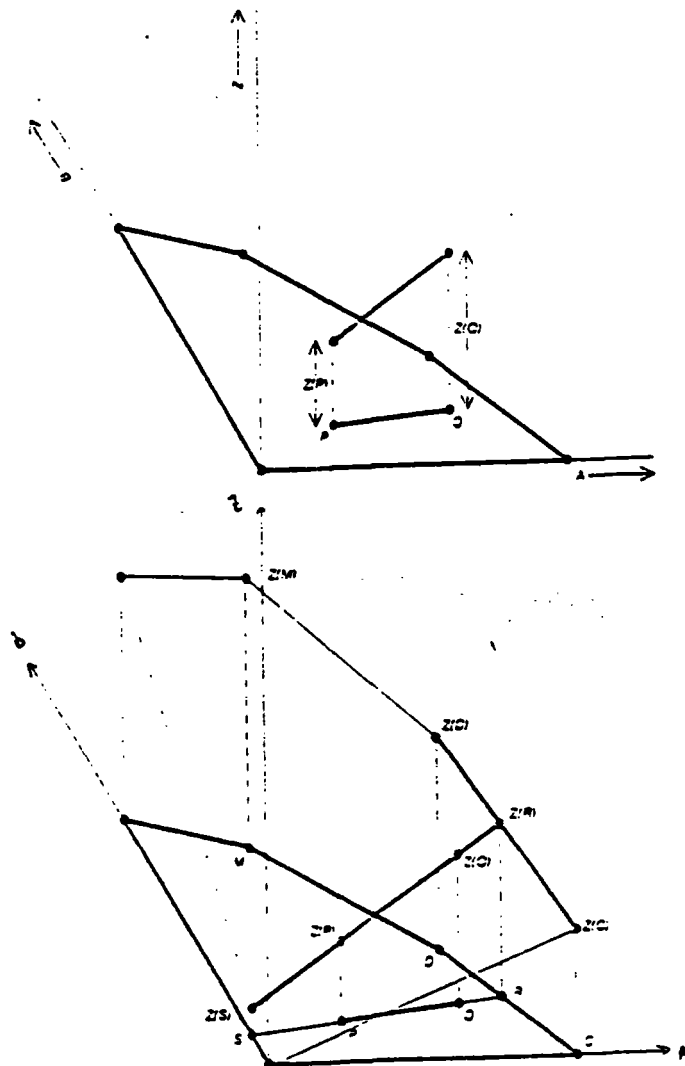
## 2.2. - Les prix marginaux

Pour choisir un chemin, de sommet en sommet qui puisse conduire de façon sûre à une augmentation de la fonction objet, on utilise la fonction de prix marginal (signification économique naturelle).





**Fig. 1**  
 Représentation graphique de la région admissible  
 (dans le domaine des solutions positives - quadrant NE - on est  
 limité par 3 contraintes-inéquations 1, 2 et 3)



**Fig. 2**  
 Représentation graphique de la fonction objectif  
 au-dessous de la région admissible

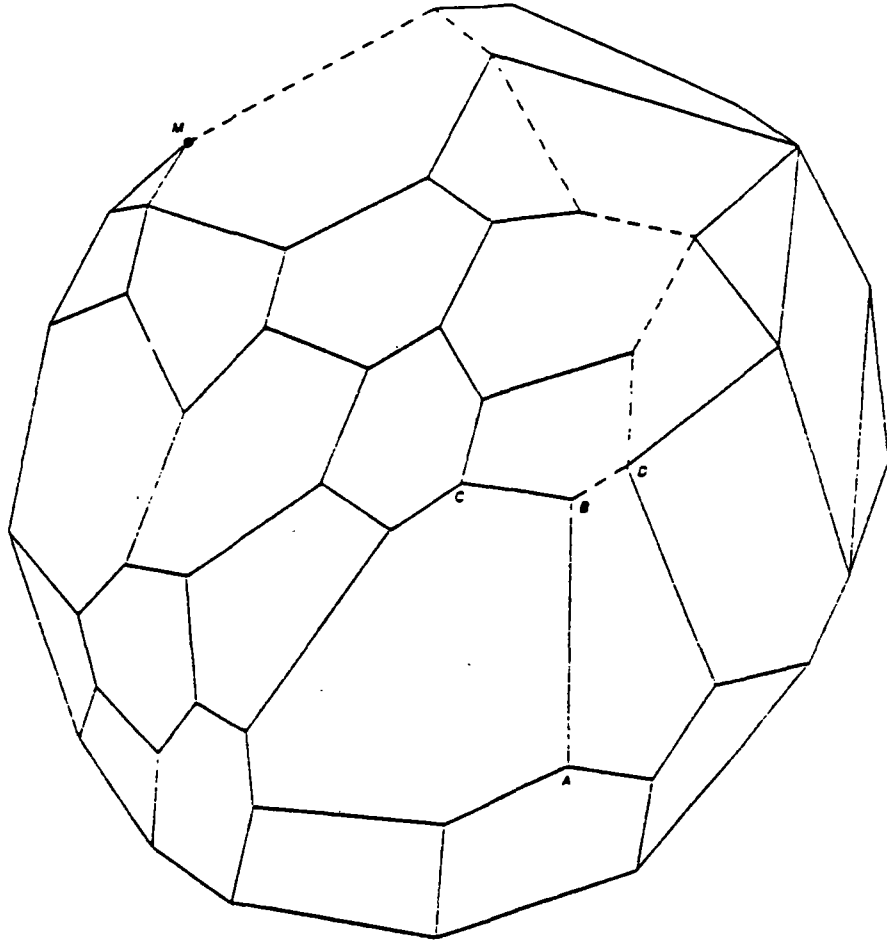


Fig. 3

Polyèdre à 3 dimensions représentant la région admissible d'un problème linéaire comprenant 3 variables (on se déplace de sommet en sommet le long des arêtes du polyèdre. Chaque point du polyèdre correspond à une gestion du travail, du capital ou d'autres types de ressources).

Si notre système d'équation linéaire définit un plan de production particulier, par exemple celle d'une brasserie, chacune des trois contraintes représente la disponibilité des trois ingrédients nécessaires à la fabrication de la bière : maïs, houblon, malt.

On voit sur la figure 4 qu'une augmentation de la valeur du second membre d'une des équations (augmentation de la disponibilité du produit) considéré provoque un déplacement du sommet maximum de la région admissible.

On exerce ainsi une pression sur cette contrainte qui nous indique de combien on peut augmenter le profit si l'on suppose que l'on dispose d'une unité de "ressource" supplémentaire. Ce sont ces prix marginaux qui guident l'algorithme de sommet en sommet.

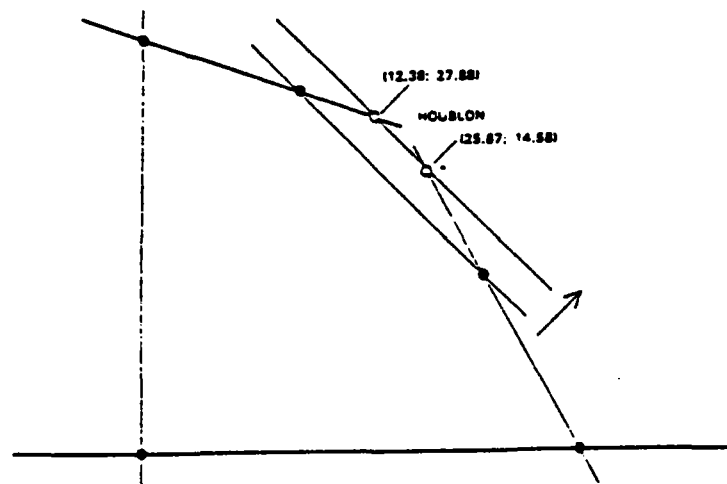


Fig. 4 : Exemple d'une brasserie. Un accroissement de la disponibilité d'un produit rare augmente le bénéfice potentiel de l'exploitant de façon prévisible. Si l'on peut disposer de x grammes de houblon supplémentaire, le profit maximum est accru de n francs, variation de la fonction objectif qui se traduit par un déplacement du sommet maximum de la région admissible du point noir au cercle blanc.

### 3. - LA METHODE DU GRADIENT PROJETE (LES AMELIORATIONS APPORTEES PAR RAPPORT A LA METHODE DU SIMPLEXE)

La méthode du gradient projeté est plus intuitive que la méthode du simplexe, dans la mesure où elle n'impose pas de se déplacer de sommet en sommet dans le polyèdre. Partant de l'origine, on prend la direction donnée par les coefficients de la fonction économique (direction que l'on appelle les gradients). Pour des problèmes simples, on retrouve dès la deuxième itération le même chemin que le simplexe mais pour les problèmes comprenant plusieurs centaines d'itérations, seules les dernières sont semblables. La méthode est donc moins contraignante que celle issue du simplexe et les calculs sont plus rapides, surtout en début.

### 4. - LE LOGICIEL INTEGRE GRADIENT LP

#### 4.1. Caractéristiques du logiciel

Le logiciel Gradient LP a été construit par la société Eurodécision. La version standard permet la prise en compte de 1000 variables et de 2000 contraintes (langage PASCAL) et est utilisable sur microordinateur compatible IBM-PC, fonctionnant sous MS DOS avec mémoire standard de 640 K, d'où sa grande facilité d'emploi. Sur ce plan, la version interactive est dotée de puissantes fonctions d'édition qui permettent de construire rapidement un modèle de grande taille. Comme avec un tableur, on se déplace sur les lignes et les colonnes de la matrice à construire.

Le programme s'appelant GRI-EXE, il suffit pour l'exécuter d'entrer la commande GRI puis la touche "entrée". Un menu principal apparaît qui permet de choisir entre différentes options. Les 6 options principales du menu sont :

#### 1 Fichier

Cette commande permet de charger un fichier existant (tableaux de données et résultats) et/ou de sauvegarder un nouveau fichier que l'on vient de construire ou un fichier existant que l'on vient de modifier.

#### 2 Tableau

Cette option permet de visualiser et/ou modifier un tableau de données préexistant ainsi que de construire un nouveau tableau de données.

#### 3 Optimise

Cette commande exécute à proprement parler le calcul d'optimisation (fonction objectif à maximiser ou minimiser) Le programme se déroule en affichant certains renseignements quant à la mémoire utilisée

ainsi que les valeurs prises par la fonction économique de la variable et cela toutes les 10 itérations. La valeur de la fonction objectif est calculée de 2 façons différentes (solution primale et solution duale), ce qui permet pour des problèmes de grande taille d'avoir une indication sur la précision des résultats obtenus.

#### 4 Résultat

Cette option permet de visualiser les résultats de l'optimisation au niveau :

des variables ; en plus de la valeur de chacune d'elles, on dispose d'une analyse de sensibilité des différents paramètres. Celle-ci donne la plage de variation du "coût unitaire" de telle sorte que la solution optimale reste la même.

des contraintes ; en plus des valeurs de chacune d'elles est calculée la différence entre les données d'entrée et les données calculées à l'issue de l'optimisation.

#### 5 Imprime

Cette commande permet d'imprimer les résultats dans un fichier texte de façon à pouvoir utiliser ces résultats, soit à partir d'un autre programme, soit afin de les imprimer.

#### 6 Quitter

Cette option permet de quitter (après confirmation) Gradient LP et de retourner au système DOS.

### **4.2. Exemple d'application**

#### **4.2.1. Définition du problème**

On désire irriguer la totalité d'une zone agricole en captant un aquifère de grande épaisseur à partir de deux ouvrages déjà implantés. On admet que lors des exploitations de l'aquifère le principe de superposition peut être appliqué.

Lors des pompages, on souhaite que les rabattements au niveau des captages n'excèdent pas une valeur limite et qu'une zone marécageuse soit simultanément asséchée par un abaissement minimum du niveau de la nappe actuellement affleurante.

Deux types de cultures peuvent être pratiquées. Chaque culture produit un bénéfice proportionnel au volume d'eau d'irrigation, on désire maximiser les bénéfices réalisés.

#### 4.2.2. Détermination des variables et des paramètres

##### 4.2.2.1. Données initiales

$S$	Superficie agricole totale
$S_1, S_2$	rabattements maximums admis sur les ouvrages de captage
$S_3$	rabattement minimum du niveau de la nappe en zone marécageuse
$e_1, e_2$	superficie de culture 1 ou 2 irriguée avec un débit unitaire
$c_1, c_2$	bénéfice réalisé par un débit d'irrigation unitaire pour les cultures 1 ou 2.

##### 4.2.2.2. Variables utilisées

$v_1 + v_2$	débit total d'irrigation pour les cultures de types 1 et 2
$Q_1 + Q_2$	débit total prélevé sur les deux ouvrages de captages

##### 4.2.2.3. Termes intermédiaires

On admet que le principe de superposition peut être appliqué, les rabattements limites étant faibles vis-à-vis de l'épaisseur de l'aquifère.

$a_{ij}$  : rabattement crée à l'emplacement  $j$  par un pompage à débit unitaire sur l'ouvrage  $i$ .  
 $i$  prend les valeurs 1 et 2,  $j$  les valeurs 1, 2 et 3.

Les 6 termes peuvent être obtenus :

- . par pompage d'essai ou
- . par l'emploi de formules analytiques (ex. THEISS...)
- . à l'aide d'un modèle de simulation.

#### 4.2.3. Ecriture mathématique du modèle

L'objectif à satisfaire est :

$$\text{Max } \sum_1 c_1 v_1 = \text{Max } (c_1 v_1 + c_2 v_2)$$

et les contraintes à satisfaire sont les suivantes :

##### 4.2.3.1. Mise en valeur de la totalité de la surface agraire

$$e_1 v_1 + e_2 v_2 = S$$

#### 4.2.3.2. Egalité des débits pompes et d'irrigation

$$v_1 + v_2 - Q_1 - Q_2 = 0$$

#### 4.2.3.3. Rabattements limites sur les ouvrages de captage

$$\begin{aligned} a_{11} Q_1 + a_{21} Q_2 &< S_1 \\ a_{12} Q_1 + a_{22} Q_2 &< S_2 \end{aligned}$$

#### 4.2.3.4. Suppression de la zone marécageuse

$$a_{132} Q_1 + a_{23} Q_2 > S_3$$

De plus, toutes les variables doivent être positives ou nulles.

L'écriture du problème en termes mathématiques conduit donc à maximiser un objectif économique en respectant des contraintes à caractère hydraulique et économique.

En posant :

$$\begin{aligned} x_1 &= v_1 \\ x_2 &= v_2 \\ x_3 &= q_1 \\ x_4 &= q_2 \end{aligned}$$

Le problème doit répondre aux conditions suivantes :

$$\text{MAX}_1 \quad c_1 x_1$$

avec

$$\begin{aligned} e_1 x_1 + e_2 x_2 - x_3 - x_4 &= S \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \\ a_{12} x_3 + a_{21} x_4 &< S_1 \\ a_{11} x_3 + a_{22} x_4 &> S_2 \\ a_{13} x_3 + a_{23} x_4 &> S_3 \end{aligned}$$

et  $x_i > 0 \quad i = 1, \dots, 4$

#### 4.2.4. Application numérique

Les débits sont exprimés en m<sup>3</sup> par minute. Les diverses valeurs des coefficients constants sont :

$$\begin{aligned} c_1 &= 20 \cdot 10^3 \text{ F/m}^3 \\ c_2 &= 30 \cdot 10^3 \text{ F/m}^3 \end{aligned}$$

$$S = 10 \text{ hectares}$$

$$e_1 = 8 \text{ hectares par m}^3 \text{ par minute}$$

$$e_2 = 2 \text{ hectares par m}^3 \text{ par minute}$$

$$a_{11} = 3 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

$$a_{21} = 1 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

$$a_{12} = 1.5 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

$$a_{22} = 2 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

$$a_{13} = 1 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

$$a_{23} = 1 \text{ m/m}^3/\text{mn}$$

Le problème est alors traduit par le système linéaire suivant :

Maximiser  $(20 x_1 + 30 x_2)$

en respectant les contraintes :

$$8 x_1 + 2x_2 = 10$$

$$x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0$$

$$3x_3 + x_4 < 6$$

$$1.5 x_3 + 2x_4 < 6$$

$$x_3 + x_4 > 3$$

$$\text{et } x_i > 0 \quad i = 1, \dots, 4$$

A partir de la fonction d'optimisation et des 5 équations et inéquations à 4 inconnues, on peut classer les données du problème sous la forme d'une matrice du type :

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
Max	20	20			
	8	2	0	0	= 10
	1	1	-1	-1	= 0
	0	0	3	1	< 6
	0	0	1,5	2	< 6
	0	0	1	1	> 3

Cette matrice est à peu de choses près le tableau de données que l'on doit rentrer à l'écran. Seuls les signes de contraintes seront remplacés par des nombres (-1 pour < 0, 0 pour =, 1 pour >).



A l'écran le tableau de données aura l'allure suivante :

GRADIENT LP ver 2.0

C: 5 V: 4 M:423 Ko Fichier : ESSAI1

Données						
V	1	2	3	4	5	6
Cont.	X1	X2	X3	X4		
<						
>						
F <sup>o</sup> EcMAX	20.0	30.0				
1	0.0	2.0	0.0	0.0	0.0	10.0
2	1.0	1.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	3.0	1.0	-1.0	6.0
4	0.0	0.0	1.5	2.0	-1.0	6.0
5	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0	3.0
6						
7						
8						

#### 4.2.5. Solution

Avec 6 itérations, la solution est la suivante :

G primal = 94,44 F/m<sup>3</sup>

G dual = 94,44 F/m<sup>3</sup>

Les valeurs des variables  $X_1$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  sont respectivement égales à 0,56, 2,78, 1,33 et 2 m<sup>3</sup>/mn.

En sortie, les 2 tableaux suivants apparaissent à l'écran :

VARIABLES							
Libellés	Mini	Valeur	Maxi	Coût min.	Coût	Coût max.	Coût r
$x_1$	0,00	0,56	100 000,00	-99 999,00	20,00	30,00	0,00
$x_2$	0,00	2,78	100 000,00	20,00	30,00	99 999,00	0,00
$x_3$	0,00	1,33	100 000,00	-8,33	0,00	66,67	0,00
$x_4$	0,00	2,00	100 000,00	-22,22	0,00	11,11	0,00

CONTRAINTES				
Libellés	1 <sup>o</sup> membre	2 <sup>o</sup> membre	Surplus	Valeur duale
Cont. surface	10,00	10,00	0,000	-1,667
Cont. débit	0,00	0,00	0,000	33,333
Rabatten <sup>o</sup> . 1	6,00	6,00	0,000	3,704
Rabatten <sup>o</sup> . 2	6,00	6,00	0,000	14 815
Rabatten <sup>o</sup> . 3	3,33	3,00	0,333	0,000

#### 4.2.6. Explication des données fournies

##### a) fenêtre variable :

En plus de la valeur de chacune des variables, l'analyse de sensibilité donne la plage de variation de chaque coût unitaire (colonnes "coût min." et "coût max."). Ainsi tant que le coût unitaire (bénéfice réalisé pour un débit d'irrigation unitaire) reste compris entre 0 et 30, la solution optimale pour la variable  $x$ , restera la même. Le bénéfice global sera naturellement modifié puisqu'on change un bénéfice unitaire, mais pas la solution.

##### b) fenêtre contrainte :

Dans cette fenêtre, la colonne surplus donne la différence entre le 2e membre (données d'entrée) et le 1er membre (données calculées avec optimisation).

Le logiciel gradient LP est doté d'une option particulière (valeur duale) qui permet de connaître l'impact d'une modification marginale de la valeur du second membre. Ainsi, lorsque le surplus est différent de 0, une modification locale de la valeur du second membre est sans effet sur l'optimum. La valeur duale associée à cette contrainte est dans ce cas, nécessairement nulle. C'est une situation où la contrainte ne joue pas (n'est pas active) et la "pression" sur cette dernière est nulle.

En valeur, si la valeur duale est différente de 0, la variable d'écart (surplus) est nécessairement nulle. La contrainte correspondante est activée et une "pression" s'exerce sur elle. La valeur de la variable duale nous indique de combien on peut augmenter le bénéfice si l'on suppose que l'on dispose d'une unité de ressource supplémentaire. La solution optimale sera dans ce cas modifiée.

Par exemple, examinons le cas du rabattement admis limité à 6 m au niveau des ouvrages de captage. Avec une unité de ressource supplémentaire (7 m), le bénéfice unitaire global passera de 94,444 à 98,148 F/m<sup>3</sup>.

On voit ainsi que les valeurs duales permettent de guider le choix d'hypothèses. C'est grâce à l'interprétation économique des valeurs duales et de cette possibilité d'analyse post optimale que la programmation linéaire constitue un puissant outil de planification stratégique.

### III - L'ANALYSE MULTICRITERE

Le problème général de la décision est de choisir une ou plusieurs actions (ou variantes ou projets...) dans un ensemble d'actions possibles. Appréhender de manière la plus objective possible ce problème suppose d'explicitier un ou plusieurs critères sur lesquels seront évaluées les actions, ceci pour déboucher sur le choix d'une action à mettre en oeuvre la plus proche possible de l'optimum recherché ou du consensus général.

Il est souvent tentant d'utiliser comme unique critère de comparaison un critère économique comme le coût d'investissement ou le taux de rentabilité interne (TRI). Mais dans la réalité un certain nombre d'autres paramètres non économiques et non physiques, donc difficilement appréhendables, rentrent en jeu (importance stratégique, objectifs politiques, socio-politiques, contraintes de financement, impact sur les usagers et l'environnement,...)

C'est à ce niveau qu'intervient l'analyse multicritère en tant qu'outil "d'aide à la décision". Elle permet d'utiliser des critères de choix "subjectifs" non quantifiables, en même temps que d'autres critères tout à fait quantifiables (générés par le projet, coût et taux de rentabilité interne de ce projet, etc.). Elle permet donc de prendre en compte les conséquences multiples des décisions envisagées.

Ces méthodes d'aide à la décision reposant sur des techniques de simulation sont donc des supports opérationnels qui permettent aux décideurs de mieux mesurer les conséquences de leur choix. Elles leur permettent, le cas échéant, d'apprécier dans quelle mesure les différents choix possibles s'inscrivent dans le cadre d'une politique générale.

Dans les cas de comparaison de variantes extrêmement simples (pas plus que 3 critères de choix et seulement quelques variantes), on peut penser qu'aucune méthode particulière n'est nécessaire pour guider le choix. En effet, il suffit d'évaluer chaque variante en regard de chaque critère, et l'intuition permet ensuite de faire le meilleur choix, en tenant compte de l'importance respective des critères.

Par contre, l'expérience montre que dès qu'il y a de nombreuses variantes à étudier et/ou un nombre important de critères de choix, il devient pratiquement impossible de trouver de manière exclusivement intuitive, la variante réalisant le meilleur compromis entre les divers facteurs considérés.

C'est là que les méthodes d'aide à la décision s'avèrent précieuses. Elles permettent en effet de structurer la comparaison en une suite de démarches logiques compréhensibles et reproductibles à souhait, dans laquelle le jugement humain (souvent propice à la subjectivité) n'intervient que partiellement et que ponctuellement.

De plus, elles permettent d'analyser lorsque le décideur n'est pas unique (cas le plus fréquent) les préférences des différents partenaires de la décision et donc d'élaborer la stratégie la mieux appropriée au processus de décision.

Cependant, sur les points où ces méthodes ne peuvent supprimer toute appréciation qualitative et donc subjective, comme par exemple l'importance relative donnée aux critères de choix, celles-ci permettent de tester par des analyses de sensibilité, les effets de modification des jugements qu'elles intègrent.

Si de telles analyses mettent en évidence que l'un des jugements a des effets majeurs sur le résultat de la comparaison, l'utilisateur ou le décideur pourra chercher à l'approfondir, le préciser, ou, dans le cas où cela est possible, à lui substituer une évaluation objective. Cela est évidemment impossible en ce qui concerne les importances respectives des critères ainsi qu'en ce qui concerne les positions des variantes en regard d'un critère dit subjectif. Dans ce cas, il faudra impérativement rechercher au cours d'un processus de concertation le plus large possible, un consensus sur ce jugement.

Devant le nombre important de cas à analyser et de tests de sensibilité à opérer, ces méthodes d'analyse multicritère devront être basées sur des modèles de simulation. L'intérêt de ces modèles est qu'ils permettent de simuler le système étudié et de ce fait d'exploiter à l'avance les conséquences des différentes décisions, sans avoir à intervenir réellement. Les limites d'application tiennent au fait que comme ils ne reproduisent pas exactement le système étudié (des simplifications sont indispensables), leur comportement peut dévier de celui du système réel. D'autre part, la précision et la fiabilité des résultats des simulations ne peuvent dépasser celles des données d'entrée. Pour ces diverses raisons lorsqu'un tel modèle est utilisé pour comparer des variantes, il est nécessaire :

- de tester la fiabilité de la solution retenue, c'est-à-dire de voir dans quelle mesure le résultat final dépend des valeurs attribuées à certains coefficients ou paramètres plus ou moins arbitraires (tests de sensibilité) ;
- si deux ou plusieurs variantes apparaissent comme offrant des compromis de valeurs globales voisines, de ne pas faire un choix sans avoir auparavant recommencé la comparaison à l'aide d'un modèle moins simplifié et mieux calé dans lequel seront introduites des données d'entrée soigneusement établies grâce à des études sectorielles approfondies (modélisation évolutive).

## 1 - Principe général

Les modèles d'analyse multicritère proposés sont le plus souvent fondés soit sur la méthode récente "de relation de surclassement", méthode basée sur la comparaison, deux à deux, des différentes solutions ou scénarios à classer, soit sur la méthode d'agrégation de critères en une seule fonction d'utilité.

En effet, la simple méthode des sommes pondérées (chacun des scénarios fait l'objet d'une note pour chacun des critères, chacun des critères étant affecté d'un coefficient de pondération) semble le plus souvent inapplicable du fait :

- du caractère multicritère du choix du décideur et sa compétence imparfaite des sujets qu'il doit noter
- des incertitudes et imprécisions dont sont entachées les notes affectées aux différentes solutions ou scénarios
- de l'hypothèse d'indépendance à des contributions de chaque critère, qui est souvent peu conforme à la réalité.

Pour mener à bien une analyse multicritère, il est nécessaire de disposer des données suivantes :

- une liste de solutions (ou scénarios) à comparer entre eux
- un tableau d'évaluation (quantitative, qualitative) de chaque solution selon chaque critère. Cette évaluation peut être une note lorsque l'évaluation est subjective, elle peut être aussi le résultat de données objectives, telles que coût, TRI, population bénéficiaire,...
- pour chaque critère, un coefficient de pondération (valeur que l'on attribue à chaque critère par rapport aux autres), ainsi que différents seuils permettant de justifier de la représentativité même du critère et/ou des comparaisons entre solutions.

### 1.1. - Définition d'une liste de scénarios

Par "scénario", on entend un ensemble d'aménagements cohérents entre eux qui caractérise, à un horizon donné, une variante de solution avec les possibilités qui en découlent et qui seront appréciées pour chacun des critères définis par ailleurs.

Chaque scénario doit être apprécié en fonction d'objectifs fixés par le décideur.

A titre d'exemple, on peut citer les objectifs suivants :

- recherche d'une exploitation optimale des infrastructures et des équipements existants
- satisfaction des besoins et contraintes de qualité de service

- maintien et/ou création d'emplois
- promotion du potentiel régional (touristique, écologique, économique)

### 1.2. - Définition des critères

Les critères doivent permettre de regrouper les points de vue des différents agents concernés. Le plus souvent, il s'agira des agents suivants :

- la collectivité (l'administration)
- l'exploitant
- l'usager
- le financier (bailleurs de fonds).

Il importe d'être attentif à ce que les critères ne soient pas redondants entre eux.

Pour chaque catégorie d'agent, les critères susceptibles d'être retenus pourraient être (liste non exhaustive) :

#### a) collectivité

- . Effet structurant et, en particulier, incidence sur l'activité économique actuelle et la création d'emplois directs ou induits
- . coût de projet comparé aux avantages
- . comptabilité avec d'autres projets

#### b) exploitant

- . incertitudes sur les possibilités techniques de réalisation
- . coût de fonctionnement
- . souplesses d'adaptation à l'évolution économique ou géo-politique
- . incertitude sur les recettes

#### c) usager

- . qualité du service rendu
- . incidence sur les bénéfices indirects
- . compatibilité et complémentarité avec les moyens et les structures existants actuellement

#### d) financier

- . coût de l'investissement
- . possibilité d'échelonnement des gros investissements
- . possibilité de prise en charge d'une partie des investissements par d'autres entités que l'Administration
- . bénéfice financier

### 1.3. - Pondération des critères

La pondération qui sera faite pour chacun des critères aura une importance décisive sur le classement des "scénarios" et donc le choix de la solution à retenir.

La pondération devra être faite en étroite collaboration avec le décideur et les autres entités impliquées.

Le plus souvent on préconise de classer les différents critères en trois catégories :

- critère très important
- critère important
- critère secondaire

## 2 - METHODE D'AGREGATION DES CRITERES EN UNE FONCTION UTILITE

### 2.1. - Présentation générale de la méthode

L'objectif d'une telle méthode est à partir de plusieurs critères d'évaluation de déterminer une fonction d'évaluation unique permettant de classer les différentes actions non éliminées.

Les critères ainsi que leur pondération étant choisis, on procède par étapes de la façon suivante :

- définition pour chacun des critères du sens de variation de la fonction utilité ainsi que des valeurs mini et maxi acceptables.- ces valeurs jouant le rôle de veto. En effet, si pour un critère donné, la valeur d'une action n'est pas comprise entre ces deux valeurs extrêmes cette action sera exclue du classement et donc du choix définitif quelque soit ses performances ultérieures sur les autres critères.
- définition pour chacun des critères d'une fonction d'utilité partielle prenant des valeurs comprises entre 0 (pour la valeur mini du critère) et 1 (pour la valeur maxi du critère). Entre ces deux valeurs la fonction utilité se présente le plus souvent sous une forme concave afin de pénaliser surtout les mauvaises valeurs.- les courbes étant définies par morceaux linéaires. Le niveau d'utilité est associé à la valeur brute du critère.
- définition d'une fonction d'utilité globale basée sur le principe d'additivité ; chacune des fonctions d'utilité partielle étant affectée de leur poids relatif (en pourcentage du total des poids) afin d'obtenir pour chacune des actions une valeur d'utilité globale comprise entre 0 et 1. Par définition l'action dite "idéale" prendra la valeur 1. La valeur 0 sera prise par l'action "antiidéale".

## 2.2. - Logiciel PREFCALC

Prefcalc est un outil d'évaluation et de classement de différentes actions (projets, décisions, produits,...) en tenant compte de plusieurs critères quantitatifs et/ou qualitatifs.

C'est dans sa conception un logiciel interactif qui ne se substitue pas au raisonnement, mais permet au contraire de l'amplifier. Il aide l'utilisateur à préciser ses objectifs en fonction des solutions possibles.

Prefcalc est écrit en Basic compilé et nécessite au minimum 128 K de mémoire vive (RAM). Au cours d'une session le nombre de critères utilitaires est limité à 10, le nombre d'actions à 80 (15 en cas de test de préférence globale).

Pour entrer dans Prefcalc il suffit d'exécuter sous DOS, la commande PC (PC.EXE étant l'exécutable). Apparaît à l'écran un menu principal à 6 options, chacune d'elles étant repérée par leur lettre générique.

### CHOISISSEZ ENTRE :

- L - LISTE des fichiers de données disponibles
- F - Construire une FONCTION d'évaluation sur un fichier de votre choix
- R - RECUPERER une fonction et des résultats antérieurs
- E - EDITER (créer ou modifier) un fichier de données
- Q - QUITTER PREFCALC
- I - INSTALLATION

Insérez le fichier de données dans l'unité de disquette (A-F)

### 221 L liste des fichiers de données disponibles

Cette commande permet de visualiser les fichiers déjà existants et contenus soit dans le disque dur (unité C) soit dans la disquette (unité A ou B). Ces fichiers peuvent être soit des fichiers données (extension PC) préparés avant l'exécution de Prefcalc et donnant les caractéristiques des différentes actions à comparer, soit des fichiers résultats (extension Rxx) donnant le classement entre elles des actions testées.



### 222 F construire une fonction d'évaluation

Cette option permet sur un fichier données de définir avant analyse

- les critères de comparaison choisis
- les valeurs extrêmes sur chacun des critères
- la liste des actions à comparer

A ce stade pour exprimer les préférences sur un problème concret de décision multicritère on peut :

- . soit donner une importance relative aux critères ; pondération des critères en donnant un poids de 8 pour un critère très important, un poids de 5 pour un critère important et un poids de 2 pour un critère secondaire. C'est la démarche la plus classique.
- . soit exprimer une préférence globale sur certaines actions prises comme références. C'est une fonction très puissante de Prefcalc qui permet de vérifier si un classement a priori est compatible avec une fonction d'évaluation que le logiciel va chercher à construire en utilisant les critères retenus.

### 223 R récupérer une fonction et des résultats antérieurs

Cette commande permet de rentrer dans un fichier résultats déjà existant.

### 224 E éditer, créer ou modifier un fichier données

Cette option permet de gérer les fichiers données qui se présentent sous la forme de fiches descriptives (1 par action) des différentes actions. L'exécution de cette commande fait apparaître un autre menu à 5 fonctions permettant de visualiser les fichiers données existants (L), de créer de nouveaux fichiers (C), de modifier ceux existants (M), de retourner au menu principal (P) ou de quitter Prefcalc (Q)

### 225 Q quitter Prefcalc

Cette commande permet de quitter le logiciel avec un retour au DOS

### 226 I installation

Cette option permet de charger l'une des 4 versions possibles du logiciel Prefcalc.- la version française (F), la version anglaise (E), la version allemande (D) et la version italienne (I).

## 2.3. - Exemple d'application

Dans le cadre d'un Schéma Directeur d'Alimentation en Eau d'une agglomération A donnée, on envisage 3 scénarios d'aménagement différents pour pallier l'augmentation des besoins futurs. Ces 3 scénarios types sont :

- . Scénario I Exploitation de nouveaux forages en aval de l'agglomération (eaux souterraines)

- . Scénario II Construction d'une station de pompage en rivière ainsi que d'une usine de traitement (eaux superficielles)
- . Scénario III Transfert d'eau à partir d'un réservoir sis dans un bassin versant adjacent à celui où est située A

L'élaboration des critères de comparaison par interrogation d'experts a permis de distinguer trois catégories de critères (techniques, socio-politiques, économiques et financiers) et de retenir les 9 critères suivants :

- |           |  |
|-----------|--|
| Critère 1 | la sécurité d'approvisionnement quantitative ; ce critère traduit l'influence des aléas climatiques sur la permanence de la production d'eau pour l'AEP ou l'industrie   |
| Critère 2 | le risque de pollution, qu'elle soit accidentelle ou diffuse, ce critère prenant en compte la durée de non-qualité de la ressource   |
| Critère 3 | la fiabilité technique de l'équipement. Ce critère traduit le risque de panne du système production-distribution   |
| Critère 4 | l'impact sur l'environnement, celui-ci se définissant par une population, une faune, une flore...  |
| Critère 5 | l'acceptabilité politique du scénario. Ce terme politique est pris au sens large. Il inclut à la fois l'acceptabilité par les décideurs mais également par les différents "groupements" ; les fédérations de pêche, les organismes à vocation touristique, les distributeurs d'eau |
| Critère 6 | le développement économique local.<br>Ce critère met en évidence une certaine préférence du décideur pour l'ordre d'affectation de la ressource aux différents usagers et aux différents usages (AEP, Industrie, loisirs...)   |
| Critère 7 | le coût d'investissement   |
| Critère 8 | le coût de fonctionnement  |
| Critère 9 | la facilité de financement<br>Ce critère tient compte des conditions d'accès au financement public (taux de subvention) et bancaire (taux d'emprunt)   |

Ces différents critères ont alors été présentés aux décideurs qui indiquent leurs propres préférences en accordant un coefficient de pondération à chaque critère.

Dans le cadre de notre exemple les critères 1, 2, 7 et 9 sont considérés comme des critères très importants, les critères 3 et 5 comme des critères importants et le critère 8 comme un critère secondaire. Enfin les critères 4 et 6 n'ont pas été retenus par les décideurs. En effet le critère de l'impact sur l'environnement n'a de réelle signification que dans le cadre de chantiers importants (barrage-réservoir, par exemple) ce qui n'est pas le cas ici. D'autre part le critère de développement économique local n'est utile que dans le cas d'une réelle concurrence des usages sur les différentes ressources.

Le choix des critères étant opéré, il convient d'établir le tableau de performances reprenant les évaluations des 7 critères retenus pour chacun des trois scénarios.

Pour les deux critères de coût les valeurs correspondantes seront le coût d'investissement actualisé en MF et le coût de fonctionnement annuel en kF.

Pour les cinq autres critères on opérera sur une échelle qualitative à 4 valeurs :

valeur 4 pas de problème  
 3 problème de faible importance  
 2 problème important  
 1 problème très grave

Le tableau de performances sur notre exemple s'établit comme suit :

Critère	Sécurité	Pollution	Fiabilité	Acceptabilité	Coût Investissement	Coût Fonctionnement	Financement
poids	8	8	5	5	8	2	8
Scénario I	4	3	3	3	7	600	2
Scénario II	3	2	1	2	12	800	4
Scénario III	2	2	1	2	8	100	4

Les fichiers de données à créer préalablement à l'exécution du programme (commande E du menu principal puis commande C du sous menu) se présente sous la forme

- d'une fiche générique dans laquelle sont entrées le libellé des objets à comparer (ici aménagements) les critères de comparaison ainsi que le nombre de morceaux linéaires (NBL) de la fonction utilité associé au sens de variation du critère

CRITERE	NBL	CRITERE	NBL	CRITERE	NBL
SECU	3				
POLL	3				
FIAB	3				
ACCE	3				
CINV	- 5				
CFON	- 5				
FINA	3				

- d'une fiche objet (une par objet) donnant pour chacun des critères la valeur de cet objet ; pour le scénario 1 par exemple, on retrouve les valeurs du tableau de performances

Nom de la fiche : SCENARIO 1

CRITERE	VALEUR
SECU	4
POLL	3
FIAB	3
ACCE	3
CINV	7
CFON	600
FINA	2

L'exécution du programme nécessite la construction d'une fonction d'évaluation sur le fichier ainsi créé (commande F du menu principal) ;  
Il s'agit alors

. de préciser les critères de choix à retenir ;

. de confirmer les valeurs extrêmes sur chaque critère (plus mauvaise valeur et meilleure valeur) ; ceci permettant d'envisager des valeurs veto à ne pas dépasser ;.

. de choisir les objets que l'on veut comparer ; on peut même comparer ces objets à l'idéal (objet fictif présentant la meilleure valeur pour tous les critères et donc une fonction d'utilité globale de 1) et à l'anti-idéal (objet fictif présentant pour tous les critères la plus mauvaise valeur donc une fonction d'utilité globale de 0) ;

. enfin de donner un poids à chacun des critères retenus ; dans notre cas le choix a été le suivant :

CHOISISSEZ L'IMPORTANCE DE CHAQUE CRITERE :

- 8 - critère très important
- 5 - critère important
- 2 - critère secondaire

SECU	:	8	. 18
POLL	:	8	. 18
FIAB	:	5	. 11
ACCE	:	5	. 11
CINV	:	8	. 18
CFON	:	2	. 05
FINA	:	8	. 18
			-----
			1.00

L'utilisation de cette fonction ( par l'intermédiaire de la commande U du programme Fonction d'évaluation) nous donne le tableau de résultats suivant :

Rang	aménagmts	Valeur	SECU	POLL	FIAB	ACCE	CINV	CFON	FINA
1	* IDEAL	1.00	4.0	3.0	3.0	3.0	7.0	100.0	4.0
2	* SCENARIO 1	0.80	4.0	3.0	3.0	3.0	7.0	600.0	2.0
3	* SCENARIO 3	0.39	2.0	2.0	1.0	2.0	8.0	100.0	4.0
4	* SCENARIO 2	0.31	3.0	2.0	1.0	2.0	12.0	800.0	4.0
5	* ANTI-IDEAL	0.00	2.0	2.0	1.0	2.0	12.0	800.0	2.0

On voit donc que le scénario 1 (Exploitation de nouveaux forages) présente de loin la meilleure fonction d'utilité globale. C'est sans contexte ce scénario qui doit être retenu dans le cadre de notre Schéma Directeur d'Alimentation en Eau.

Cette démarche de pondération des critères est la plus employée dans le cadre d'une analyse multicritère. Cependant le logiciel PREFCALC permet d'exprimer une préférence globale entre les trois différents scénarios. Dans ce cas le programme calcule une fonction d'utilité possible (et donc le poids correspondant de chacun des critères) pour retomber sur ce classement. Cette option est très intéressante dans la mesure où elle peut démontrer l'impossibilité de certains classements a priori.

### 3 - METHODE BASEE SUR LE CONCEPT DE RELATION DE SURCLASSEMENT

#### 3.1. - Présentation générale de la méthode

Les méthodes de surclassement se proposent de répondre à la problématique suivante : étant donné un ensemble fini d'actions évaluées sur une famille cohérente de critères, d'affecter chacune de ces actions à des classes d'équivalence et fournir un préordre non nécessairement total exprimant les positions relatives de ces classes.

Les méthodes Electre III et IV présentées ci-après procèdent en trois étapes.

*Etape 1* Construction d'une ou plusieurs relations de surclassement. Cette ou ces relations expriment, pour chaque paire d'actions (a,b), dans quelle mesure on peut affirmer que a est au moins aussi bonne que b

*Etape 2* Rangement de l'ensemble des actions. A partir de la ou des relations de surclassement, le programme génère deux classements construits différemment. Le premier classement est obtenu en sélectionnant d'abord les meilleures actions jusqu'au plus mauvaises, le second en procédant de façon inverse.

*Etape 3* Construction du préordre intersection. L'intersection des deux préordres conduit à un préordre partiel ne retenant que les comparaisons les plus fondées entre les actions. Ce rangement met en évidence les incomparabilités entre actions lorsqu'elles existent.

Ces méthodes doivent d'autre part mesurer le degré de surclassement entre deux actions. Elles nécessitent donc la définition de seuils de discrimination et donc l'emploi de pseudo-critères permettent d'intégrer explicitement les éléments mal définis ou connus avec une marge d'imprécision.

Les seuils de discrimination les plus souvent retenus sont :

- le seuil d'indifférence
- le seuil de préférence
- le seuil de veto

qui ont été tous trois définis dans la première partie relative aux Concepts et à la Méthodologie Générale.

Le calcul de ces différents seuils peut se faire dans quatre contextes différents. En effet, les préférences peuvent être d'une part croissantes ou décroissantes avec les évaluations. D'autre part, les seuils peuvent être soit directs (calculés à partir de la valeur de l'action la moins préférée) soit inverses (calculées à partir de l'évaluation de la meilleure action). On aura donc quatre cas possibles et envisageables.

- . Cas 1 les préférences seront croissantes avec les évaluations, les seuils étant directs
- . Cas 2 les préférences seront décroissantes avec les évaluations, les seuils étant directs.
- . Cas 3 les préférences seront croissantes avec les évaluations, les seuils étant inverses
- . Cas 4 les préférences seront décroissantes avec les évaluations, les seuils étant inverses

Dans les cas 3 et 4 (seuils inverses) le programme transforme automatiquement les seuils inverses en seuils directs. Cela permet, du point de vue informatique, de recourir au même algorithme de comparaison des actions par paires quelque soit le type de seuil.

D'une façon générale, les trois types de seuils se présenteront sous la forme d'une fonction linéaire

$$\text{seuil } (g_j(a) = g_j(a)$$

L'homme d'étude devra donc préciser par critère et pour chaque type de seuil les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ . Il devra s'assurer de la cohérence des données relatives aux seuils qu'il aura introduites, le programme n'opérant pas ce genre de vérification. Il est ainsi vivement déconseillé d'entrer des valeurs de  $\alpha$  et de  $\beta$  telles que le seuil d'indifférence puisse devenir supérieur au seuil de préférence stricte dans le domaine de variation de  $g_j(a)$ . Un test est cependant effectué sur le coefficient  $\beta$  ; si le sens des préférences est croissant, il doit être strictement supérieur à -1, sinon il doit être strictement inférieur à 1.

Une fois donc défini l'ensemble des actions à étudier ainsi que leur évaluation à partir de plusieurs pseudo-critères, il s'agit de classer ces différentes actions selon trois approches.

### 3.1.1. Mode 1 - Electre III

Le décideur est en mesure d'exprimer l'importance relative des pseudo-critères en les pondérant (mode d'utilisation 1, méthode Electre III).

Pour chaque critère on calcule successivement deux indicateurs par paire d'actions. L'un exprime dans quelle mesure les évaluations des actions sur les critères entrent en concordance avec l'assertion "a est au moins aussi bon que b" ; l'autre indique dans quelle mesure elles s'y opposent. Les indicateurs de concordance partiels sont agrégés en tenant compte de l'importance relative des critères pour donner naissance à un indice de concordance global (on n'agrège pas les indices de discordance).

Le degré de crédibilité noté  $d(a,b)$ , que l'on peut accorder à l'affirmation "a surclasse b" est obtenu à partir de l'indice de concordance affaibli par les indices de discordance (parfois au point d'être annulé). L'indice de concordance global n'est affaibli que par les indices de discordance par critère qui lui sont supérieurs.

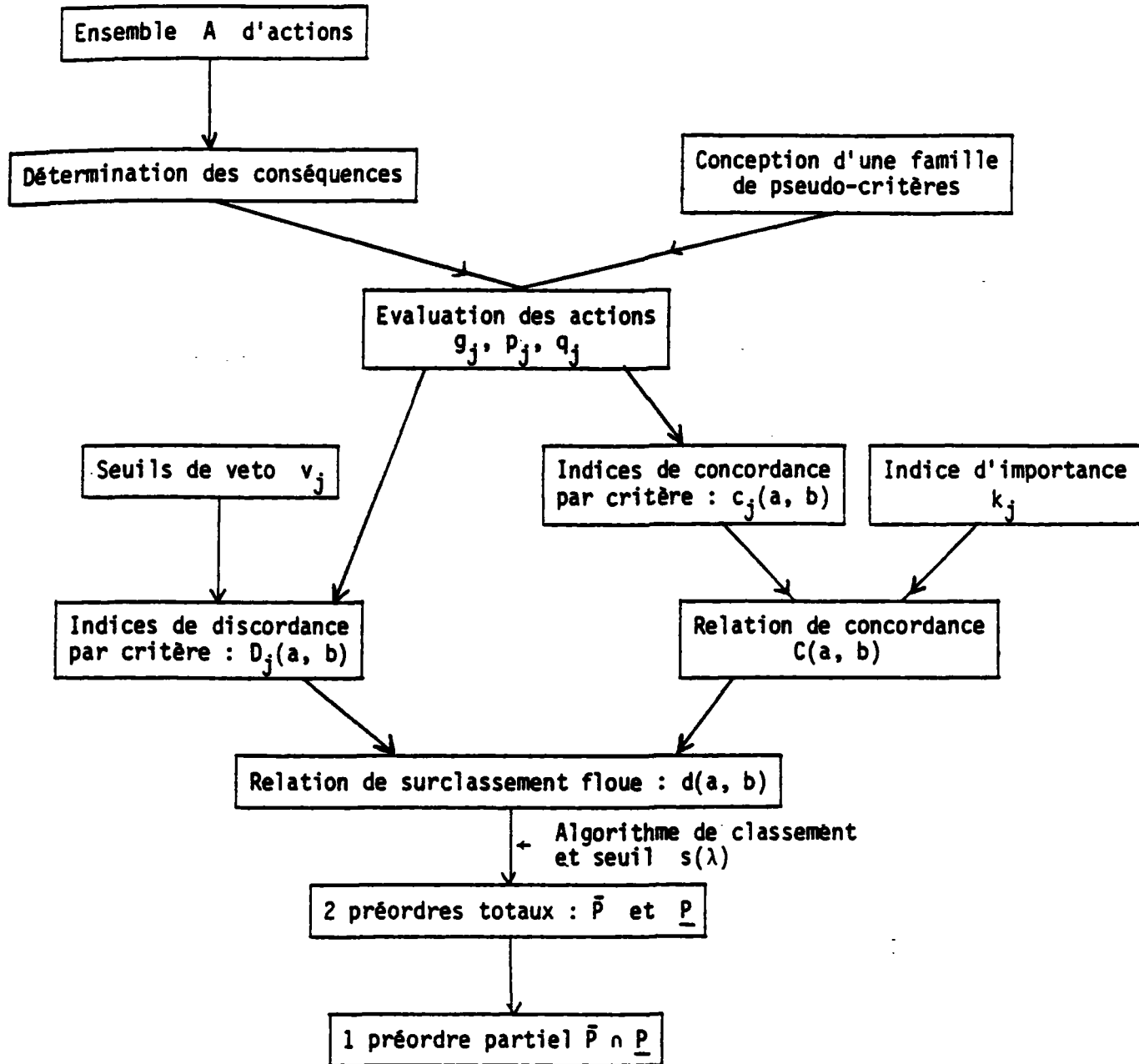
La figure 1 résume la démarche générale de la méthode.

### 3.1.2. - Mode 2 Electre IV

Lorsque le décideur n'est pas en mesure d'exprimer l'importance relative des critères, il devient impossible de construire la matrice de concordance, cette matrice étant la somme pondérée des relations de surclassement partielles ; dans ce cas on peut construire quatre relations de surclassement suivant l'importance relative de la dominance

- la quasi dominance
- la dominance canonique
- la pseudo-dominance
- la veto dominance

FIGURE 1 : SCHEMA GENERAL DE LA METHODE ELECTRE III





Pour chaque paire d'actions, on ne retient que le surclassement le plus exigeant en vue du classement des actions.

La figure 2 résume la démarche générale de cette méthode.

### 3.1.3. - Mode 3 Matrice de surclassement

Si l'utilisateur dispose ou est en mesure de construire une matrice de comparaison des actions par paire avec des indicateurs compris entre 0 et 1 (entrée directe des degrés de crédibilité) il peut directement les introduire pour ne mettre en oeuvre que l'algorithme de classement.

### 3.1.4. - Algorithme du classement final

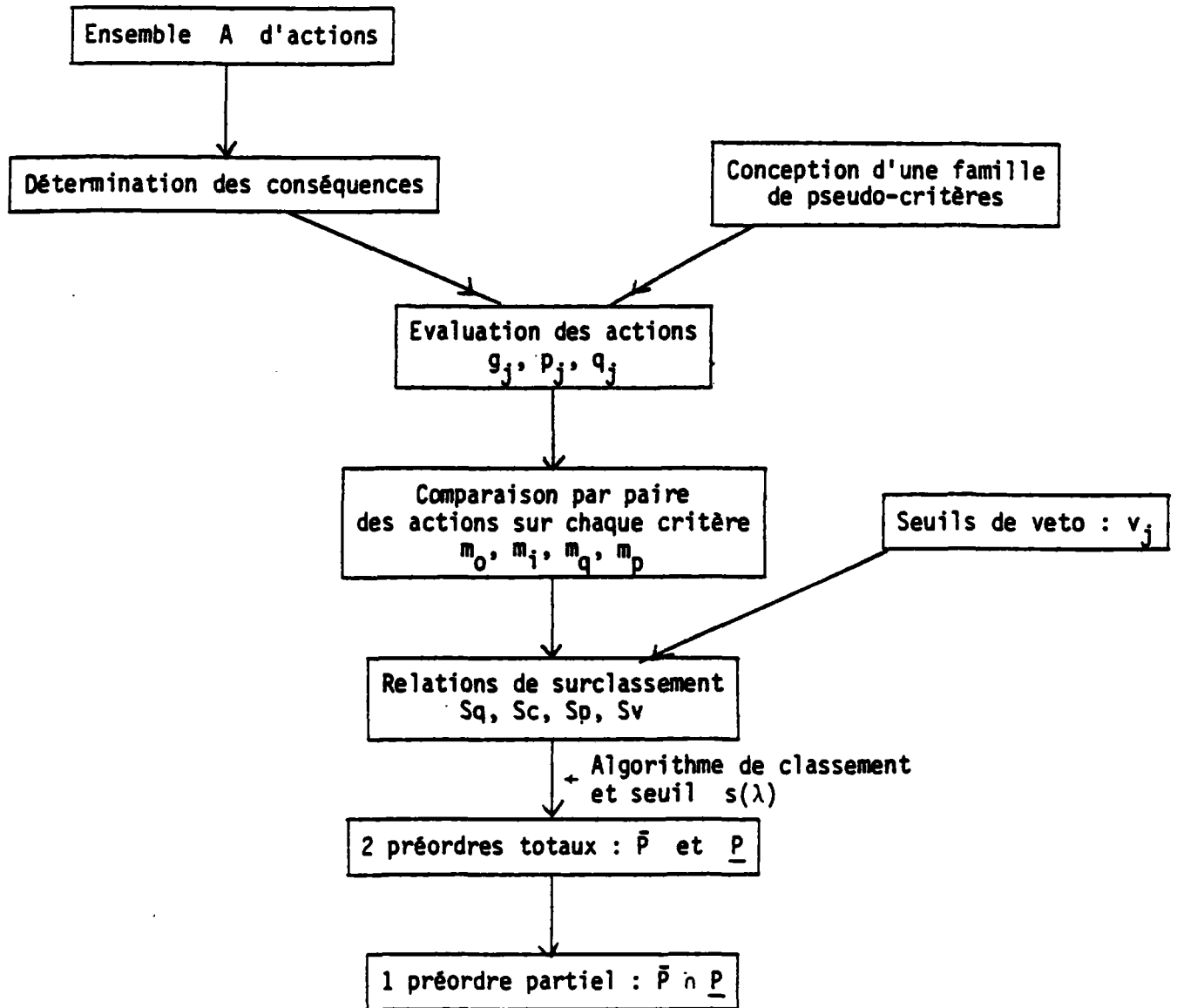
A partir des distillations ascendante et descendante (générant deux préordres différents), il s'agit de construire un préordre intersection mettant en relief les comparaisons entre actions, et soulignant les incompatibilités éventuelles.

L'action a sera considérée meilleure que l'action b si, dans l'un au moins des classements, a est classée avant b et si, dans l'autre, a est au moins aussi bien classée que b.

L'action a sera jugée équivalente à b si les deux actions appartiennent à la même classe dans chacun des deux préordres.

Les actions a et b seront incomparables si, par exemple, a est en meilleure position que b dans le classement ascendant et si b vient avant a à l'issue de la distillation descendante.

FIGURE 2 : SCHEMA GENERAL DE LA METHODE ELECTRE IV



### 3.2. - Le logiciel Electre III-IV

Electre III-IV est un outil interactif de classement de différentes actions que l'on compare sur la base de critères quantitatifs et/ou qualitatifs.

ElectreIII-IV est écrit en Turbo-basic. Au cours d'une session le nombre de critères utilisés est limité à 20, le nombre d'actions à 150. Pour entrer dans Electre il suffit d'exécuter sur DOS la commande Electre (Electre.EXE étant l'exécutable). Apparaît à l'écran un menu principal à 7 commandes chacune d'elles pouvant être appelée soit par leur lettre générique soit par leur mise en surbrillance.

- |                  |  |
|------------------|--|
| <b>FICHIER</b>   | Cette commande permet de visualiser la liste des fichiers de données déjà existants et contenus soit dans le disque dur (unité C) soit dans la disquette (unité A ou C) ; ces fichiers données ont pour extension ELD.   |
| <b>DONNEES</b>   | <p>Cette option opère la gestion des fichiers données et permet sous la forme d'un sous-menu de</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- créer, modifier, consulter à l'écran un jeu de données</li> <li>- supprimer, copier, éditer un fichier</li> <li>- enfin changer le nom d'un fichier données ainsi que reprendre la création d'un jeu de données en y ajoutant de nouvelles actions</li> </ul> |
| <b>EXECUTION</b> | Cette commande permet d'utiliser un fichier donné des trois modes possibles d'analyse (Electre III, Electre IV, Matrice de surclassement)  |
| <b>RESULTATS</b> | Cette option opère la gestion des fichiers résultats et permet la consultation, la suppression, l'édition d'un jeu de résultats à l'écran ainsi que la génération, la consultation et l'édition d'un graphe représentant le préordre obtenu pour un jeu de données   |
| <b>SYSTEME</b>   | Bien que la configuration du système (disquette, imprimante, fonction seuil) soit défini par défaut, cette commande permet la modification éventuelle des paramètres du système.   |
| <b>INFO</b>      | Cette option donne des informations succinctes sur les méthodes et le logiciel Electre III-IV  |
| <b>FIN</b>       | Cette commande permet de quitter le logiciel avec retour au système DOS  |

### 3.3. - Exemple d'application

Pour l'utilisation du logiciel Electre III-IV on reprendra l'exemple du Schéma Directeur d'Alimentation en Eau de l'agglomération A avec :

- les trois mêmes scénarios types (eaux souterraines, eaux superficielles, transfert)
- les 7 critères de comparaison.
  - 3 critères techniques (sécurité d'approvisionnement, risque de pollution, fiabilité de l'équipement)
  - 1 critère socio-politique (acceptabilité du scénario)
  - 3 critères économiques (coût d'investissement, coût de fonctionnement, facilité de financement)
- le tableau des performances, étant entendu que pour des raisons inhérentes à Electre, le poids des critères est divisé par 10 (soit 0,8, /0,5/0,2).

### 3.3.1. - Création du fichier de données

On crée donc un nouveau fichier de données par la commande Données/Créa. Pour ce fichier appelé SAE.ELD, il s'agit d'indiquer tout d'abord le nom de l'utilisateur ainsi que le mode d'utilisation (ici Electre III).

Il s'agit ensuite :

- de construire chacun des critères de comparaison en indiquant le sens de préférence, le sens de calcul des seuils, les coefficients a et b des seuils d'indifférence, de préférence stricte de veto et enfin le poids du critère. Le tableau récapitulatif des critères saisis se présente alors sous la forme suivante :

Crit	Pré	Cal	coef.indif.		coef.préf.stricte			coef.véto		Poids
1	C	D	.05	0	.1	0	1	3	.8	
2	C	D	.05	0	.1	0	1	3	.8	
3	C	D	.05	0	.1	0	1	3	.5	
4	C	D	.05	0	.1	0	1	3	.5	
5	D	D	.05	0	.1	0	.95	0	.8	
6	D	D	.05	0	.1	0	.95	0	.2	
7	C	D	.05	0	.1	0	1	3	.8	

REMARQUE : Seuil d'indifférence =  $0,05 \times$

Seuil de préférence stricte =  $0,1 \times$

Seuil de veto =  $\begin{cases} x + 3 \\ \text{soit} \\ 0,95 \times \text{pour les critères de coût} \end{cases}$

- de saisir des actions en précisant leur libellé ainsi que les évaluations de chacune des actions sur les critères retenus. Le tableau de saisie des évaluations se présente comme suit :

Tableau des évaluations des 3 actions sur les 7 critères			
Critère	SCE 1	SCE 2	SCE 3
SECU	4	3	2
POLL	3	2	2
FIAB	3	1	1
ACCE	3	2	2
CINV	7	12	8
CFON	600	800	100
FINA	2	4	4

### 3.3.2. - Exécution

L'exécution du programme se fait par l'intermédiaire de la commande E en précisant le fichier concerné. A l'écran apparaît alors les différentes places de l'exécution.

#### Exécution du jeu de données SAE

Calcul des indices de concordance -----> 7 -----> 3

Calcul des indices de discordance et des degrés de crédibilité ---> 7

Distillation descendante -----> 4

Distillation ascendante -----> 4

Construction du tableau croisé des actions ----> 3

Classement final -----> 3

#### Exécution effectuée

### 3.3.3. - Résultats

Les consultations des résultats de notre exemple de simulation peut se faire à différents niveaux ; matrice des degrés de crédibilité, distillations descendante et ascendante, tableau croisé des actions, classement final, classement médian. Les distillations et les classements sont les formes les plus parlantes.

Ainsi, dans le cas de notre comparaison de scénarios d'alimentation en eau on obtient

comme Rang des actions dans les distillations

Rang des actions dans les distillations		
Action	Distillations	
	descendante	ascendante
1 - SCE 1	1	1
2 - SCE 2	3	3
3 - SCE 3	2	2

comme Classement final

RANG : 1      - Action n° 1 : SCENARIO 1  
 RANG : 2      - Action n° 3 : SCENARIO 3  
 RANG : 3      - Action n° 2 : SCENARIO 2

comme Classement médian des actions

Classement médian des actions de SAE			
	Action	Rang	Classement
n° 1	SCE 1	2	1
n° 3	SCE 3	4	2
n° 2	SCE 2	6	3

Le rang médian étant la somme des rangs des deux distillations. On constate donc que quelque soit la présentation des résultats le scénario 1 est préféré aux deux autres (comme dans l'utilisation précédente de Prefcalc). C'est donc l'option eaux souterraines qu'il faut retenir pour l'alimentation en eau de l'agglomération A.

Enfin on peut simuler le même exemple avec le mode Electre IV et cela suivant le même processus ; dans ce cas, il est conseillé d'utiliser les quatre relations possibles (quasi-dominante, dominance canonique, pseudo-dominance, veto-dominance). On s'aperçoit que l'on retrouve les mêmes résultats qu'avec Electre III à la matrice de degrés de crédibilité près.

## BIBLIOGRAPHIE

- BOUYSSOU (D.), 1989.- Problèmes de construction de critères. Cahier n°91 du Lamsade - Université Paris Dauphine
- EURO-DECISION, 1989.- Gradient LP. Guide d'utilisation. Logiciel d'Optimisation par programmation linéaire pour micro-ordinateur MS-DOS
- EURO-DECISION, JACQUET-LAGREZE (E.), 1983.- PREFCALC - Evaluation et Décision multicritères
- ROY (B.), BOUYSSOU (D.), 1987.- Aide à la décision. Lamsade - Université de Paris Dauphine
- ROY (B.), 1985.- Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision - Economica
- SKALKA (J.M.), BOUYSSOU (D.), BERNABEU (Y.A.), 1986.- Electre III et IV. Aspects méthodologiques et Guide d'utilisation. Document n°25 du Lamsade - Université de Paris Dauphine.