


Partenariat 2011 - Domaine Savoir - Action 4



Guide pour la détermination des indicateurs piézométriques en vue d'une gestion quantitative de la ressource

Rapport final

P. Stollsteiner (BRGM)

avec la collaboration de :

A. Wuillemier, H. Bessière, J.J. Seguin (BRGM)

Décembre 2011

Document public

Guide pour la détermination des indicateurs
piézométriques en vue d'une
gestion quantitative de la ressource
Rapport final

BRGM/RP-61374-FR
Décembre 2011

Étude réalisée dans le cadre des projets
de Service public du BRGM 2011

P. STOLLSTEINER
Avec la collaboration de
A. WUILLEMIER, H. BESSIERE, J.J. SEGUIN

Vérificateur :

Nom :
Date :
Original signé :

Approbateur :

Nom :
Date :
Original signé :

En l'absence de signature, notamment pour les rapports diffusés en version numérique,
l'original signé est disponible aux Archives du BRGM.

Le système de management de la qualité du BRGM est certifié AFAQ ISO 9001:2008.

Mots clés : Guide méthodologique, indicateur piézométrique, volume prélevable.

En bibliographie, ce rapport sera cité de la façon suivante : P. STOLLSTEINER, A. WUILLEMIER, H. BESSIERE, J.J. SEGUIN (2011) - Guide méthodologique, indicateur piézométrique, débit prélevable – Rapport final. RP-61374-FR.

Guide pour la détermination des indicateurs piézométriques

Contexte de programmation et de réalisation

L'étude s'inscrit dans le cadre des recommandations de la DCE concernant le "*bon état quantitatif des eaux souterraines*" et de la circulaire du 30 Juin 2008 du Ministère en charge de l'Ecologie relative à la "*résorption des déficits quantitatifs en matière de prélèvements d'eau et de gestion collective des prélèvements d'irrigation*". Elle propose un guide décrivant la démarche à suivre au plan national et suivant les contextes hydrogéologiques pour la mise en place d'indicateurs piézométriques destinés au contrôle de l'état des ressources en eau souterraines.

Les auteurs

P. Stollsteiner

Chef de projet

p.stollsteiner@brgm.fr

A. Wuilleumier

a.wuilleumier@brgm.fr

H. Bessière

h.bessiere@brgm.fr

J.J. Seguin

jj.seguin@brgm.fr

BRGM

3 Av Claude GUILLEMIN

BP 36009 - 45060 Orléans Cedex 2

Les correspondants

Onema :

P. MAUGIS

Pascal.maugis@onema.fr

Droits d'usage :	<i>accès libre</i>
Couverture géographique :	France métropolitaine et DROM
Niveau géographique :	National
Niveau de lecture :	Professionnels, experts
Nature de la ressource :	Document

Guide pour la détermination des indicateurs piézométriques

Résumé

La mise en œuvre de la circulaire du 30 juin 2008 du MEDDE relative à la "résorption des déficits quantitatifs en matière de prélèvements d'eau et de gestion collective des prélèvements d'irrigation" nécessite la détermination d'indicateurs piézométriques pour accompagner l'évaluation des volumes prélevables. Les Agences de l'eau et les DREAL ont ainsi engagé sur un grand nombre de nappes, des études visant à déterminer ces volumes prélevables.

Afin de capitaliser les retours de ces études et expliciter la démarche, dont la méthodologie a fait l'objet d'un rapport BRGM spécifique (Rapport BRGM-58139-FR), il est apparu intéressant de réaliser un guide pratique pour la détermination de ces indicateurs piézométriques. Ce guide, qui ne concerne ni les zones karstiques ni les nappes captives, se propose d'aborder et d'explicitier ainsi au moyen de quelques logigrammes et exemples :

- la démarche nécessaire pour déterminer des indicateurs piézométriques ;
- la méthode d'évaluation des volumes prélevables en nappe phréatique s'appuyant sur ces indicateurs piézométriques, en soulignant les difficultés rencontrées à travers deux exemples concrets ;
- la vérification et/ ou adaptation de la valeur des ressources réellement disponibles au moins annuellement, pour une optimisation des usages tout en respectant le bon état écologique des cours d'eau.

Mots clés (thématique et géographique)

Guide méthodologique, indicateur piézométrique, volume prélevable

Table des matières

1. PRESENTATION DU GUIDE	3
1.1. CONTEXTE ET OBJECTIF	3
1.2. DEROULEMENT DU GUIDE	3
1.3. RAPPELS.....	4
1.3.1. Définition d'un indicateur piézométrique.....	4
1.3.2. Notion de POE et de POG	4
2. PIEZOMETRE INDICATEUR	5
2.1. RECHERCHE D'UN PIEZOMETRE REPRESENTATIF	5
2.2. VALIDATION D'UN PIEZOMETRE EN TANT QU'INDICATEUR.....	7
2.2.1. Logigramme	7
2.2.2. Etude hydrogéologique	9
2.2.3. Corrélations	14
2.3. DETERMINATION DES SEUILS PIEZOMETRIQUES.....	21
2.3.1. Logigramme	21
2.3.2. Méthodes de caractérisation de l'inertie d'une nappe.....	21
2.3.3. Ajustements fréquentiels.....	22
2.3.4. Détermination des seuils	24
2.3.5. Prévision à court terme du débit d'étiage	25
3. VOLUMES PRELEVABLES	27
3.1. INTRODUCTION	27
3.2. SANS MODELISATION	27
3.2.1. Méthode 1	27
3.2.2. Méthode 2 : basée sur les valeurs fréquentielles des débits naturalisés	30
3.3. AVEC MODELISATION.....	31
3.3.1. Modélisation globale.....	31
3.3.2. Modélisation maillée	32
4. AJUSTEMENTS DES VOLUMES ANNUELS PRELEVABLES : PREVISION ANNUELLE	35
4.1. SANS MODELE	35
4.2. AVEC MODELISATION	35
4.2.1. Modélisation globale.....	35
4.2.2. Modélisation maillée	36

Table des illustrations

<i>illustration 1 : Logigramme de recherche d'un piézomètre représentatif</i>	5
<i>illustration 2 : Exemple d'ouvrage influencé par des pompes saisonniers</i>	7
<i>illustration 3 : Exemples d'influence anthropique détectée par modélisation</i>	6
<i>illustration 4 : Logigramme de validation d'un piézomètre en tant qu'indicateur</i>	8
<i>illustration 5 : Logigramme des modélisations envisageables lors d'une étude hydrogéologique</i>	9
<i>illustration 6 : La fonction de transfert "niveau-débit" permet de calculer la baisse des débits à l'exutoire à partir des rabattements de niveaux dus aux pompes</i>	12
<i>illustration 7 : Schématisation de l'impact d'un pompage en nappe sur un cours d'eau</i>	12
<i>illustration 8 : Influences des pompes en modélisation globale, exemple de la Haute Somme à Ham</i>	13
<i>illustration 9 : Visualisation des débits et niveaux et corrélations des niveaux entre piézomètres</i>	15
<i>illustration 10 : Exemple du bassin versant de l'Hallue (Craie de la Somme) Corrélations des données journalières mesurées avec et sans correction temporelle</i>	16
<i>illustration 11 : Corrélation niveau piézométrique à Senlis -débit d'étiage de l'Hallue à Bavelincourt</i>	16
<i>illustration 12 : Logigramme en vue de la définition d'un seuil à partir d'un piézomètre indicateur</i>	21
<i>illustration 13 : Comparaison des méthodes de caractérisation de l'inertie des nappes : résultats obtenus pour différentes chroniques piézométriques et selon les différentes méthodes présentées en annexe)</i>	22
<i>illustration 14 : Piézomètre de Saint-Martin-Chennetron: ajustement à une loi normale des niveaux piézométriques mensuels de décembre ("basses eaux") - Période 1969-2004</i>	23
<i>illustration 15 : Courbe de fréquence cumulée</i>	23
<i>illustration 16 : Evolution des niveaux enregistrés au piézomètre à cycle (quasi) annuel des Grandes Loges (bassin de la Somme Soude)</i>	24
<i>illustration 17 : Exemple de nappe à cycle pluriannuel: la nappe des Calcaires de Beauce</i>	24
<i>illustration 18 : Relation univoque débits d'étiage naturalisés du cours d'eau/ Niveau piézométrique représentatif</i>	25
<i>illustration 19 : Temps de vidange des aquifères : baisse du niveau piézométrique (exemple sur masse d'eau (GH208)</i>	26
<i>illustration 20 : Niveaux de la nappe du Dogger mesurés au piézomètre de Luçon</i>	28
<i>illustration 21 : Niveaux année par année (ramenés à 0 au 1^{er} Juin) au piézomètre de Luçon</i>	29
<i>illustration 22 : Mise en évidence d'une relation linéaire entre niveaux de la nappe et volumes pompés au piézomètre de Luçon en période estivale pour chacune des années retenues</i>	29
<i>illustration 23 : – Relation entre le volume moyen exploitable en été et une cote donnée à respecter sur le secteur du Lay à partir des données du piézomètre de Luçon.</i>	30
<i>illustration 24 : Exemple (fictif) de débit prélevable sur l'Hallue à Bavelincourt en considérant que les débits sont des débits naturalisés et pris égaux aux VCNx5 et que le DOE est égal au dixième du module.</i>	31
<i>illustration 25 : Carte de remontée moyenne du niveau de la nappe en considérant une diminution des prélèvements.</i>	32
<i>illustration 26 : Impact local de la diminution des prélèvements sur le niveau piézométrique à Omiécourt et sur le débit de la Somme à Boismont.</i>	33
<i>illustration 27 : Ajustement annuel des volumes prélevables à l'aide d'une modélisation globale. Prévission pour l'année 2010 en date du 01/01/2010.</i>	36

Annexes

Annexe 1 : Fiche : Etat de l'Ouvrage

Annexe 2 : Recherche d'une non stationnarité dans les séries piézométriques

Annexe 3 : Quelques éléments de statistique probabiliste

Annexe 4 : Autocorrélation et corrélation croisée

1. Présentation du Guide

1.1. CONTEXTE ET OBJECTIF

La mise en œuvre de la circulaire du 30 juin 2008 du MEDDE relative à la "résorption des déficits quantitatifs en matière de prélèvements d'eau et de gestion collective des prélèvements d'irrigation" nécessite la détermination d'indicateurs piézométriques pour accompagner l'évaluation des volumes prélevables. C'est dans ce contexte qu'en 2009, dans le cadre de la convention ONEMA/BRGM, une étude consacrée au recensement et à une analyse des méthodes déjà utilisées ou utilisables pour fixer des seuils piézométriques de gestion a été menée (Rapport BRGM-58139-FR). Cette étude a débouché sur des propositions de méthodologie.

Depuis, les agences de l'eau et les DREAL ont, sur la base du cahier des charges « type » publié en avril 2009, engagé sur un grand nombre de nappes, des études visant à déterminer les volumes prélevables.

Il apparaît donc aujourd'hui nécessaire de faire le point sur ces études, de profiter du retour d'expériences qu'elles constituent et de rédiger sur cette base et en complément de la synthèse de 2009 un guide pratique pour la détermination des indicateurs piézométriques.

Ce guide s'adresse plus spécifiquement aux études concernant les nappes en relation avec les cours d'eau ou les nappes de niveau 1 n'ayant pas d'exutoire. Les nappes captives et les aquifères karstiques nécessitent une démarche particulière (Rapport BRGM-58139-FR¹).

1.2. DEROULEMENT DU GUIDE

Hormis les objectifs et quelques rappels nécessaires, le présent guide se décompose en trois parties distinctes :

- La première s'intéresse à l'ensemble de la démarche nécessaire afin de choisir un indicateur piézométrique ;
- la deuxième aborde, en suite logique, l'évaluation des volumes prélevables utilisant un ou plusieurs indicateurs piézométriques ;
- la dernière porte sur l'ajustement des volumes prélevables pour l'année en cours en fonction des prévisions de ressources disponibles.

Ces différents chapitres s'articulent autour de logigrammes qui déclinent, suivant un ordre logique, les démarches, interrogations et opérations minimales à réaliser.

Chaque logigramme :

- indique en titre, l'objectif principal ;
- puis décline :
 - o en losange, les principales questions binaires (« Oui » ou « non ») permettant d'enchaîner le déroulement logique de la démarche ;
 - o sous forme de carré (coins arrondis), la dénomination de l'opération simple à venir ou en cours ;
 - o sous forme de carré, les concepts techniques abordés ;
- renvoie, in fine, au logigramme suivant.

Pour chaque logigramme des commentaires sont fournis afin de préciser les contenus et l'objet des différentes cases. Lorsque des opérations ou analyses nécessitent des connaissances ou des logiciels spécifiques, le texte fournira un exemple et/ou renverra sur des fiches techniques jointes en annexe.

1.3. RAPPELS

1.3.1. Définition d'un indicateur piézométrique

On utilise dans cette étude le concept d'indicateur piézométrique avec la définition issue du rapport BRGM-58139-FR :

Indicateur piézométrique : variable de contrôle de l'état d'une ressource en eau souterraine soumise à des règles de gestion et associée à un piézomètre (ou plusieurs) de suivi de l'évolution de cette ressource. L'indicateur peut être caractérisé par une gamme de valeurs particulières (que l'on peut appeler *seuils de gestion*), qui peuvent correspondre à :

- un objectif de gestion : par exemple une piézométrie objectif d'étiage (POE) ;
- un (ou plusieurs) niveaux d'alerte (PSA), destinés à anticiper une situation de crise ;
- un seuil de crise (PSC).

Cette variable a une dimension temporelle :

- la "valeur seuil" considérée correspond à un certain intervalle de temps dans l'année et une dimension spatiale ;
- elle est associée à un piézomètre choisi comme représentatif du contexte, ou bien elle est associée à plusieurs piézomètres et correspond alors à une combinaison linéaire des valeurs enregistrées sur ces piézomètres (moyenne simple ou moyenne pondérée).

Suivant les contextes hydrogéologiques et les contraintes à respecter, cette variable sera :

- soit de nature probabiliste, conformément à la définition, donnée par la circulaire du 30 juin 2008, d'une gestion quantitative équilibrée de la ressource, se traduisant opérationnellement par le respect des débits ou niveaux piézométriques d'objectifs statistiquement huit années sur dix en moyenne ;
- soit de nature déterministe : seuils à respecter impérativement.

1.3.2. Notion de POE et de POG

Dans le cas d'une nappe en relation avec un cours d'eau dont elle assure le soutien d'étiage, l'objectif de gestion n'est pas tant piézométrique que débitométrique : il faut en effet définir une cote piézométrique (POE) qui permette de garantir le DOE (Débit Objectif d'Etiage) du cours d'eau, qui constitue donc la contrainte. Dans ce cas on verra, au travers d'exemples, que si l'on se fixe une valeur de DOE de période de retour quinquennale, la valeur de POE déterminée sous cette contrainte peut quant à elle avoir une période de retour différente, par exemple non dépassée 2 années sur 5. C'est donc une contrainte plus forte qui s'imposera dans la gestion de la nappe si la gestion du cours d'eau est jugée prioritaire.

Si la dénomination "POE" est bien adaptée aux nappes connectées hydrauliquement à un cours d'eau, elle ne l'est pas pour d'autres contextes, par exemple pour :

- des nappes captives, où il s'agit de maintenir des seuils piézométriques particuliers (cas du seuil piézométrique à respecter dans la nappe de l'Eocène en Gironde, au voisinage de l'Estuaire, pour exclure la possibilité de venues d'eau saumâtres vers la zone de pompages de la région bordelaise) ou bien, plus généralement, respecter un état piézométrique garantissant une exploitation équilibrée de la nappe ;
- des nappes littorales, où il s'agit de maintenir un niveau piézométrique permettant de contrer l'intrusion d'eau salée ;
- des nappes libres exploitées, où il s'agit de respecter un état piézométrique permettant une gestion équilibrée (dénoyage d'ouvrages..).

Pour de tels contextes, la valeur de l'indicateur pourrait être plutôt appelée "piézométrie objectif de gestion" (POG).

2. Piézomètre indicateur

2.1. RECHERCHE D'UN PIEZOMETRE REPRESENTATIF

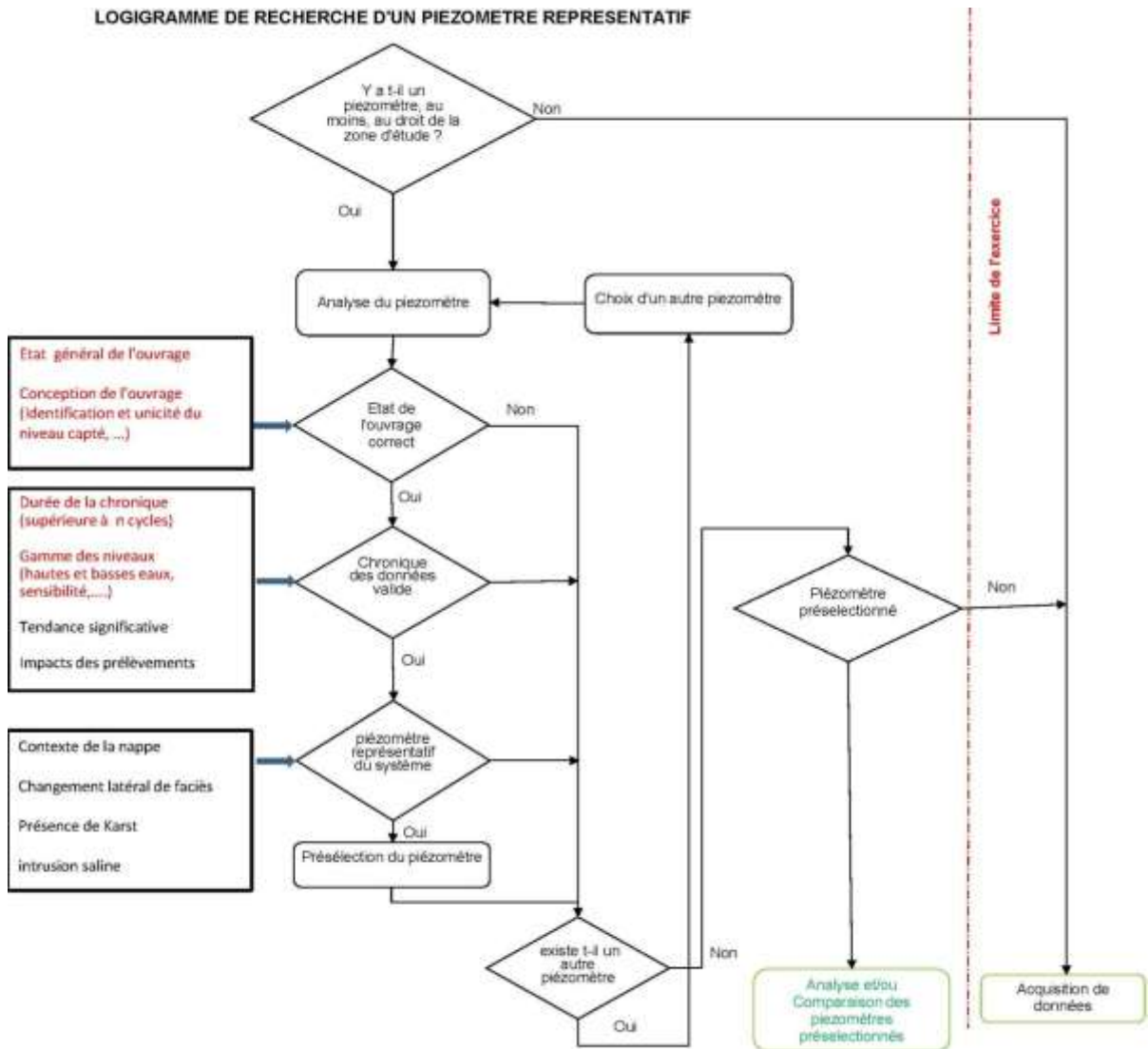


illustration 1 : Logigramme de recherche d'un piézomètre représentatif

Parmi les concepts techniques abordés, certains peuvent être rédhibitoires c'est-à-dire que s'ils ne sont pas satisfaisants ils constituent un handicap suffisant pour éliminer directement le point (ils figurent en rouge sur l'illustration 1), les autres permettant de faire un choix parmi les ouvrages restants.

Afin de dresser un diagnostic complet du piézomètre il convient de procéder à l'examen des différents points suivants :

Etat général de l'ouvrage :

Si l'ouvrage est provisoire ou non entretenu, il est clair qu'il ne peut être considéré comme fiable et durable et ne peut, de ce fait, être retenu, hormis pour une opération particulière, comme indicateur. Il devra donc satisfaire au critère de pérennité des ouvrages (Annexe 1).

Conception générale de l'ouvrage :

Il est nécessaire de rappeler ici qu'un piézomètre ne peut, en aucun cas, mettre en relation deux aquifères et ne peut, de ce fait, être considéré comme viable s'il intercepte deux niveaux aquifères.

Durée de la chronique

On ne peut utiliser un piézomètre comme indicateur que s'il est validé comme étant représentatif du système et que son domaine de variation est déjà « cerné », cela ne peut se faire qu'avec un nombre minimal de cycles continus et entiers (au minimum 5).

Gamme des niveaux

Pour être utilisable comme indicateur, le piézomètre devra :

- ne pas s'assécher ni déborder ;
- avoir une gamme de mesure et une sensibilité suffisante. Ainsi un piézomètre trop proche du niveau marin ou d'un cours d'eau pourra être retenu en tant que limnigraphe (enregistrement de hauteur) mais pas en tant d'indicateur de débit ou de niveau d'étiage.

Tendance significative

Une tendance significative des niveaux piézométriques n'entraîne pas forcément l'élimination de l'ouvrage. Il conviendra toutefois d'en cerner la provenance (prélèvements, changement anthropique ou climatique,...) (illustration 2).

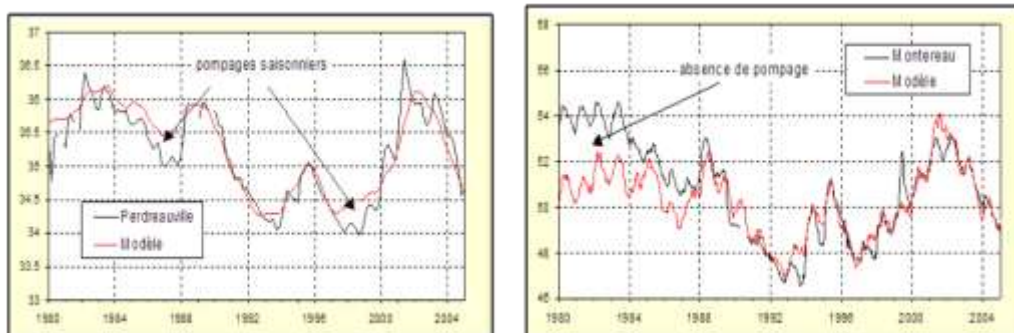


Illustration 2 : Exemples d'influence anthropique détectée par modélisation

Le piézomètre peut-il être représentatif du système ?

A ce stade de la démarche, il ne s'agit que d'éliminer, suite à une analyse succincte, les piézomètres ne pouvant prétendre à être utilisés comme indicateur. Si précédemment on a éliminé les piézomètres provisoires ceux fortement influencés ou non conformes et ceux ayant des séries trop courtes, il s'agit ici de s'assurer que le piézomètre se situe bien dans le contexte de l'étude, sur la nappe concernée et qu'il y a adéquation entre sa situation, sa localisation et le rôle souhaité pour l'indicateur. Le piézomètre doit être représentatif du fonctionnement hydrodynamique de la nappe dans le secteur aquifère qu'il a pour mission de contrôler il ne doit pas être directement influencé (proximité d'un pompage, illustration 3) mais doit néanmoins être sensible aux impacts des prélèvements et des recharges.

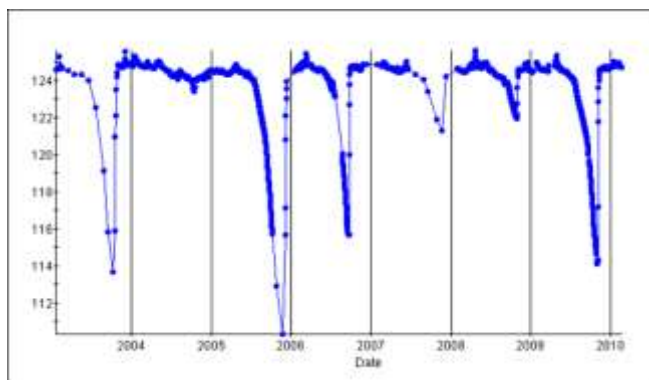


illustration 3 : Exemple d'ouvrage influencé par des pompages saisonniers

Contexte de la nappe et rôle de l'indicateur

L'étape de caractérisation globale de la nappe (libre, captive, semi-captive, présence de karst, variabilité spatiale du faciès) permet de vérifier la représentativité du piézomètre par rapport à l'ensemble du système étudié et par rapport au rôle attendu de l'indicateur dans la méthode d'étude choisie. En effet, si la méthode discutée dans ce guide concerne essentiellement les nappes libres, la sélection de piézomètres décrite dans ce logigramme est applicable pour d'autres systèmes.

2.2. VALIDATION D'UN PIEZOMETRE EN TANT QU'INDICATEUR

2.2.1. Logigramme général

Ce logigramme décrit la démarche générale (illustration 4). Le reste de ce paragraphe s'attache à préciser les principales étapes de celui-ci.

LOGIGRAMME DE VALIDATION D'UN PIEZOMETRE EN TANT QU'INDICATEUR

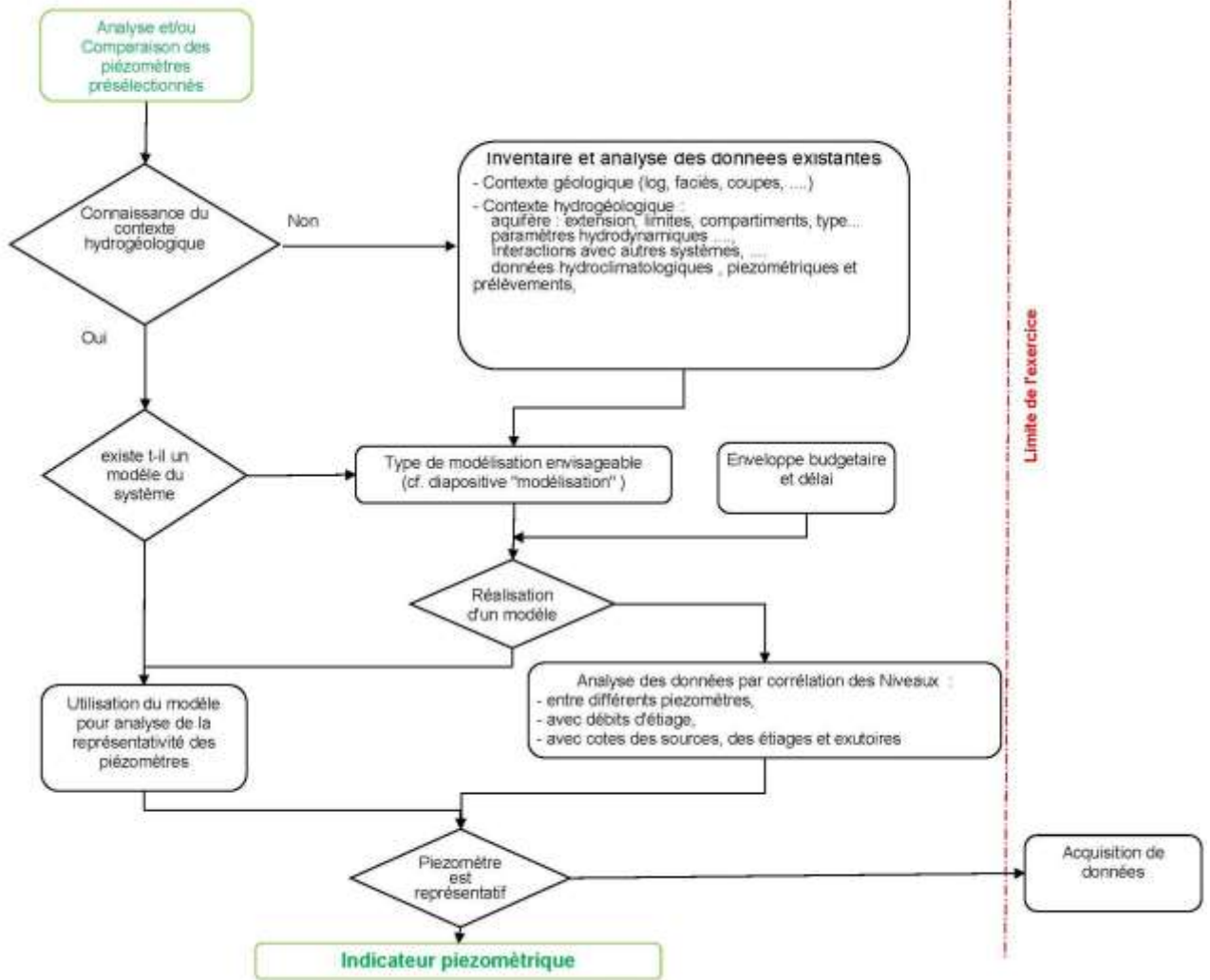


illustration 4 : Logigramme de validation d'un piézomètre en tant qu'indicateur

Pour cela, on pourra utiliser notamment les méthodes traditionnelles :

- corrélations, simples ou multiples ;
- doubles cumuls ;
- et/ou écarts cumulés.

Ces méthodes peuvent être utilement appliquées entre stations de même nature (pluviométrie, ETP, hydrométrie ou piézométrie) ou de natures différentes.

Données de prélèvements

Les données de prélèvements sont disponibles sur des périodes relativement courtes et se déclinent à pas de temps différents suivant généralement le type de prélèvements. Leurs périodes d'observations vont de quelques années à une trentaine d'années dans les cas favorables. Elles sont souvent au pas de temps mensuels pour les prélèvements AEP et au pas de temps annuels pour l'irrigation et l'industrie. Par ailleurs, pour l'industrie et l'irrigation, les valeurs indiquées sont très souvent des valeurs autorisées ou estimées. De plus, pour « les prélèvements en nappe » seuls les ouvrages ayant un débit supérieur à un seuil (qui a varié dans le temps) sont répertoriés.

De ces remarques, il découle que les volumes réellement prélevés sont souvent mal connus, tant en quantité qu'en répartition temporelle, voire spatiale. En effet si certains ouvrages sont référencés d'autres ne sont connus que par l'indication du nom de la commune. Enfin pour certains ouvrages, il n'est pas précisé quel aquifère est exploité.

Pour compliquer encore un peu plus le bilan de ces prélèvements, il convient de signaler que, quel que soit le type de prélèvement (AEP, irrigation, industrie) une partie, variable et non négligeable, n'est pas consommée et retourne soit en nappe soit en rivière.

Suivant la méthodologie et le pas de temps choisi pour réaliser le bilan du système, il va être toutefois nécessaire de répartir le volume de ces prélèvements par pas de temps.

Généralement, hors zone touristique, les prélèvements AEP sont quasiment stables tout au long de l'année et ne posent donc pas de problème. Pour les prélèvements agricoles et/ou industriels, la répartition nécessite des informations complémentaires. Pour l'agriculture, il s'agit par exemple : des surfaces irriguées, du ou des types de culture et leur saisonnalité.

Cette répartition peut être plus ou moins affinée en considérant par exemple les besoins en eau des plantes par période de développement et la pluviométrie réelle de ces périodes ou à l'aide d'autres informations.

Au vu des quantités voisines mises en jeu, la qualité des informations sur les prélèvements influera directement sur l'évaluation des ressources disponibles.

Reconstitution des débits naturels

Pour évaluer la ressource disponible réelle, il est préférable voire nécessaire, ne serait-ce que pour travailler sur des séries de débits homogènes par traitement statistique, de reconstituer des débits naturels au droit des stations hydrométriques de contrôle, c'est-à-dire les débits qui auraient été observés s'il n'y avait pas eu de prélèvements.

Nota Bene : Il est toutefois évident qu'il n'y a pas lieu de prévoir une reconstitution des débits lorsque les débits prélevés sont très nettement inférieurs aux débits d'étiage actuels ou du même ordre de grandeur que la précision des stations hydrométriques.

Effet des pompages

Dans le cas d'un prélèvement en eau superficielle, le débit naturel peut être reconstitué assez facilement avec une assez bonne approximation, avec un léger décalage dans le temps dépendant de la distance entre prise et station, il suffit d'ajouter le débit soustrait. La présence d'un ouvrage de régulation peut toutefois compliquer un peu les choses, il est alors nécessaire de recréer le débit naturel par un algorithme dépendant du type d'ouvrage.

Pour des prélèvements d'eau souterraine c'est généralement plus compliqué car l'influence du prélèvement va dépendre, pour un milieu isotrope et continu, du débit prélevé et de sa localisation. Le schéma (Illustration 6) explicite le déphasage et la différence entre débit prélevé et débit soustrait au cours d'eau.

Suivant la distance et les caractéristiques de l'aquifère, le décalage temporel et l'amortissement sur le débit peuvent être nuls, cas d'un forage situé le long de berges très perméables d'un cours d'eau, ou tels que l'on peut ne pas observer de diminution significative de débit.

Dans le cas d'un seul ouvrage, l'évaluation peut s'effectuer à l'aide d'une méthode analytique (fonction de transfert). Depuis longtemps, de nombreuses solutions analytiques sont disponibles pour étudier l'influence de pompages en nappes alluviales sur les cours d'eau qui les drainent ou les alimentent. Ces solutions sont établies à partir de la solution élémentaire de Theis en appliquant la méthode des "images" (pour tenir compte des limites, rivière, coteau,...). Elles permettent de calculer le débit soustrait au cours d'eau à un instant t après le début du pompage (illustration 7), débit considéré comme le "préjudice instantané" causé à la rivière.

Leur utilisation nécessite la connaissance des paramètres hydrodynamiques: transmissivité et coefficient d'emmagasinement.

Toutefois il est rare qu'il n'y ait qu'un seul ouvrage de prélèvement, il y a donc généralement cumul de l'impact des différents ouvrages. Même si l'application du principe de superposition permet de les étendre aux cas de plusieurs pompages (convolution spatiale) avec des débits variables dans le temps (convolution temporelle) il est souvent plus simple et plus performant de faire appel à une modélisation. Deux types de modélisations peuvent être envisagées suivant la précision souhaitée de la reconstitution.

Certains logiciels de modélisation globale permettent de simuler des prélèvements en nappe (par exemple le modèle Gardénia développé par le BRGM²), il est ainsi possible d'envisager une modélisation globale du système mais elle ne pourra fournir qu'une estimation de l'impact réel. La précision de l'estimation dépendra directement du nombre d'ouvrages de prélèvements, de la gamme et de la variabilité des débits des ouvrages et de la dispersion de ces ouvrages, en sus évidemment des caractéristiques de l'aquifère. En effet dans une modélisation globale l'impact de tous les ouvrages sera évalué comme s'il n'y avait qu'un seul ouvrage.

² Thieri D. (2003) Logiciel Gardénia version 6.0. Guide d'utilisation Rapport BRGM/RP-52832-FR 102 p

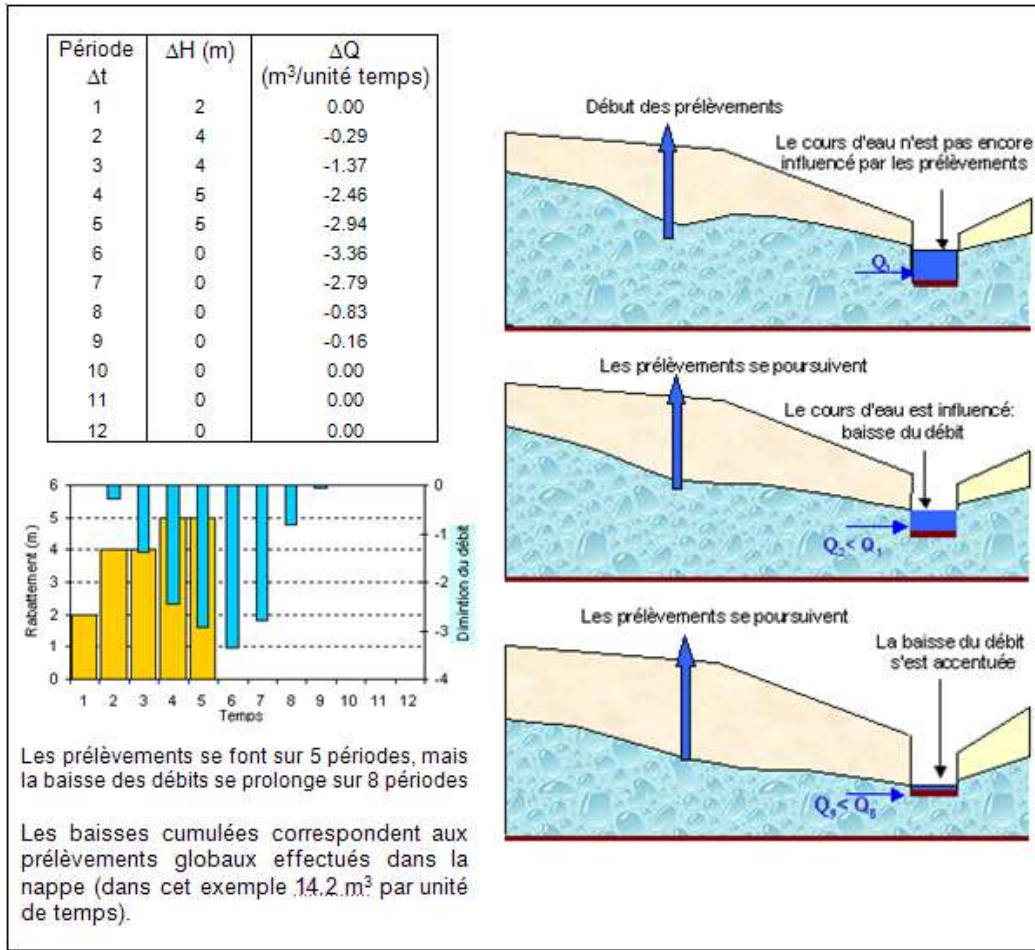


Illustration 6 : La fonction de transfert "niveau-débit" permet de calculer la baisse des débits à l'exutoire à partir des rabattements de niveaux dus aux pompages (source : rapport BRGM-58139-FR)

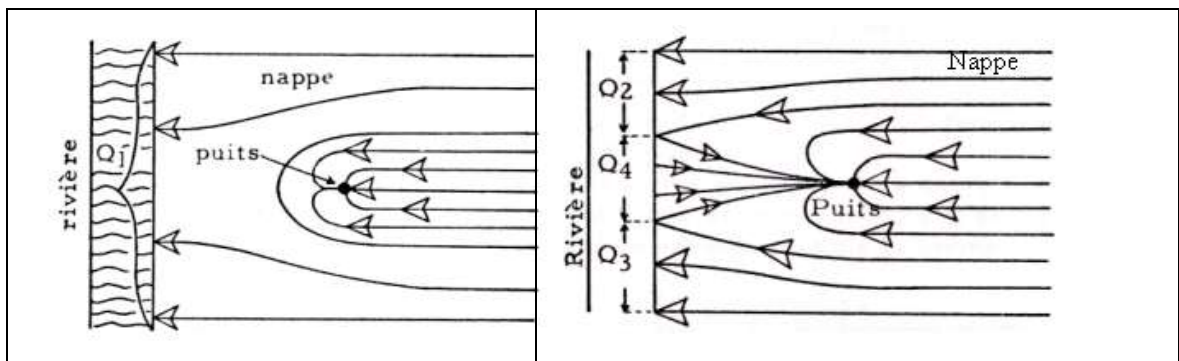


illustration 7 : Schématisation de l'impact d'un pompage en nappe sur un cours d'eau (source : rapport BRGM-58139-FR)

Sous cette hypothèse, celle-ci permettra après calage (illustration 8) de :

- quantifier l'impact des prélèvements sur les niveaux et débits ;
- reconstituer les débits et les niveaux piézométriques qu'il y aurait eu sans pompage ;
- quantifier par ajustement la correction apportée sur les valeurs fréquentielles des débits.

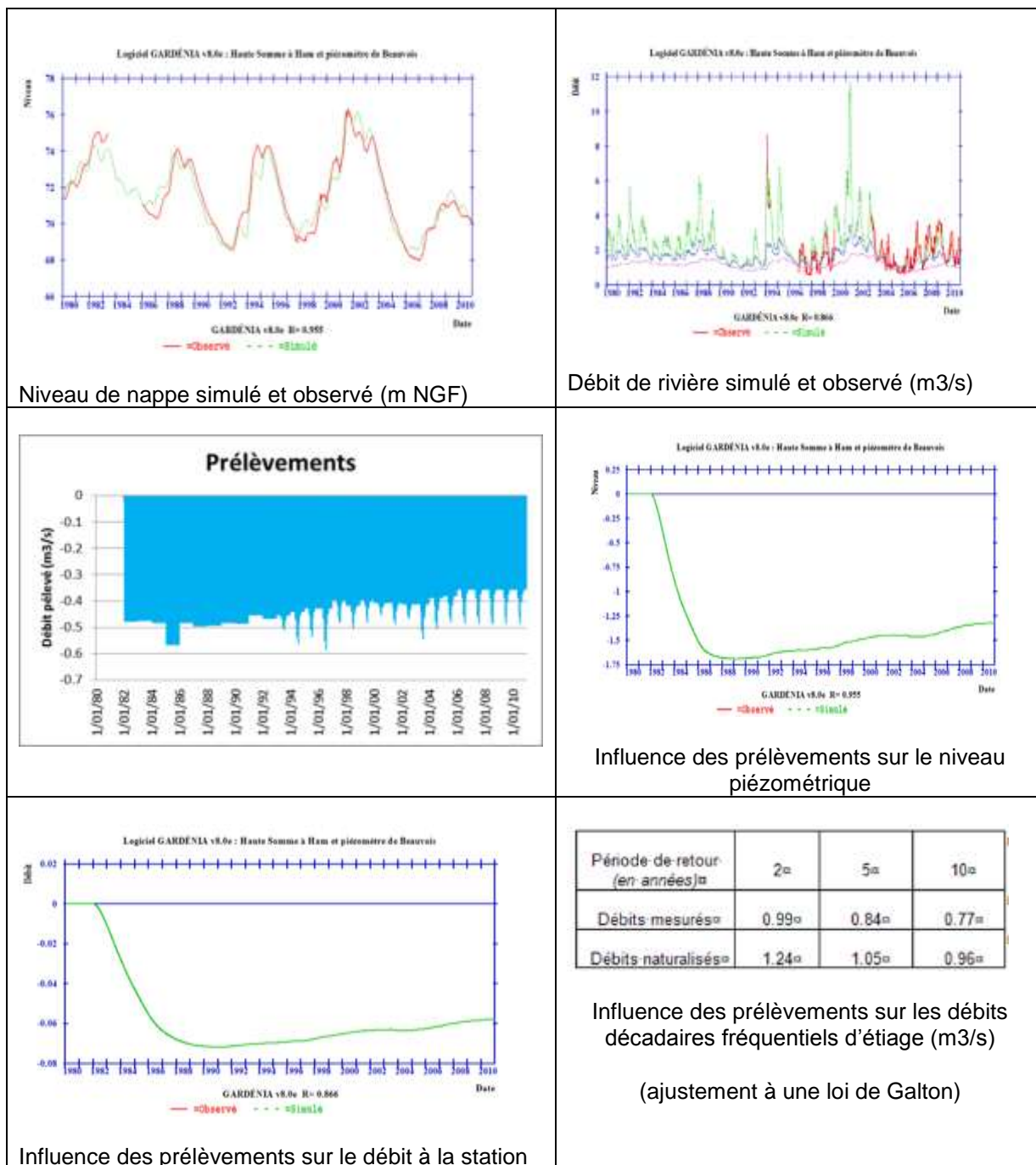


illustration 8 : Influences des pompages en modélisation globale, exemple de la Haute Somme à Ham

A contrario, la modélisation maillée permettra, suivant la taille des mailles, de simuler tous les ouvrages et donc de réellement simuler le système et les différents prélèvements en considérant leurs spécificités (débit, localisation, ...). Cependant elle nécessitera beaucoup plus de données, de travail et de délai.

Etude hydrogéologique

A ce stade l'intervention d'un hydrogéologue est impérative car il est nécessaire de pouvoir s'adapter à toute circonstance et chaque étude est un cas particulier qui nécessite notamment de réaliser, pour le moins :

- une étude bibliographique ;
- une analyse de toute la zone d'extension de l'étude pour les différents aspects possibles (bassin versant topographique et hydrogéologique, limites d'extension d'une ou des formation(s) géologique(s), différents types de faciès, géologie structurale...) qui permettra de définir le territoire sur lequel on va collecter les données ;
- la collecte, description et analyse des données hydro-climatologiques, piézométriques, géochimiques et des paramètres représentatifs de l'aquifère ainsi que les données d'occupation des sols, ;
- une analyse et réalisation d'un descriptif des formations géologiques de la zone d'étude et d'identification des aquifères (regroupement des formations géologiques) ;
- une caractérisation des aquifères : géométrie, typologie de l'aquifère et de la nappe (libre, captive / écoulement continu, discontinu, karstique, multicouches,..), piézométrie, productivité et capacité de stockage, hydrochimie, exploitation ;
- une étude des interactions entre aquifères et avec les eaux de surface (y compris zones humides).

Toutes ces démarches permettront de définir les échanges et le bilan de l'hydrosystème et pouvoir ainsi définir les ouvrages susceptibles de le caractériser.

2.2.3. Corrélations

Si aucune modélisation n'est disponible ou envisagée, il est nécessaire d'analyser et déterminer s'il existe ou non des relations entre les niveaux piézométriques, d'un ou de plusieurs piézomètres, et les débits d'étiage du ou des cours d'eau.

Deux exemples ont été choisis pour illustrer la méthode d'analyse des corrélations et les difficultés rencontrées. Ces exemples se situent dans la craie, picarde pour le premier, de Champagne Ardenne pour l'autre. Les piézomètres utilisés dans ces exemples ont été considérés, après analyse, comme représentatifs du fonctionnement de leur nappe associée. Les variations de niveaux de ces piézomètres montrent que ces trois systèmes peuvent être considérés comme ayant un cycle « annuel ».

Exemple 1 : L'hallue à Bavelincourt

Une visualisation graphique simultanée des débits et des niveaux piézométriques (illustration 9, figure à gauche) permet de vérifier très rapidement cette possible corrélation et éventuellement de choisir, s'il y a plusieurs piézomètres, le piézomètre paraissant le plus adapté. Une corrélation réalisée entre différents piézomètres du même système permettra, quant à elle de vérifier le comportement similaire de ces piézomètres (illustration 9, figure à droite).

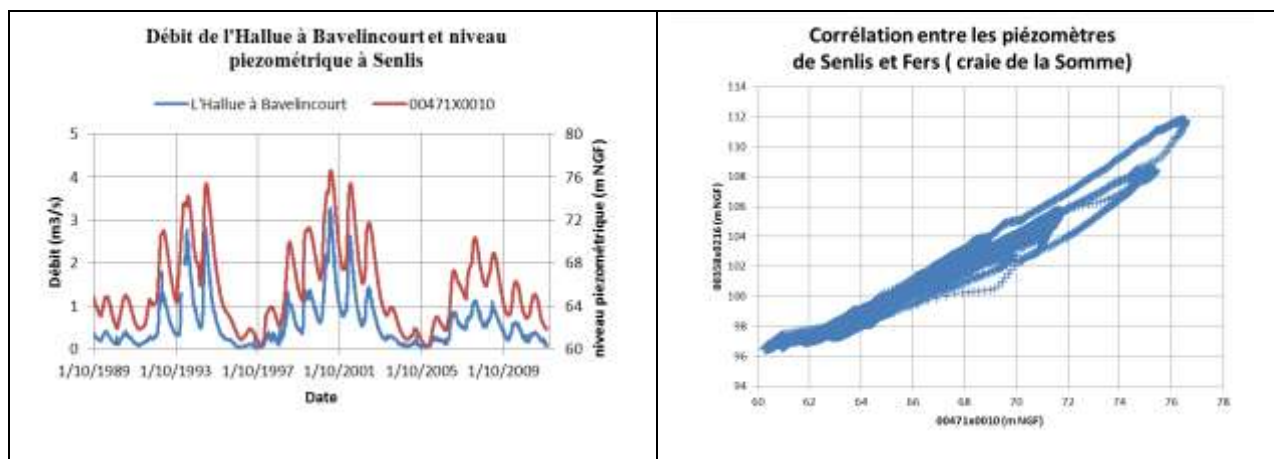


illustration 9 : Visualisation des débits et niveaux piézométriques et corrélations des niveaux entre piézomètres

La dispersion des points semble fournir une corrélation relativement « lâche » et même faire apparaître un effet d’hystérésis. Cette dispersion peut néanmoins s’expliquer par différents effets cumulés provenant notamment :

- de la superposition (ajout), au débit de base provenant de la vidange de l’aquifère souterrain, du ruissellement superficiel, d’éventuels rejets divers ou de sous écoulements non mesurés à la station hydrométrique ;
- de l’impact d’éventuels prélèvements sur le débit à la station et/ou sur le niveau piézométrique (N.P.), dans le cas où les données n’ont pas été re-naturalisées (c’est-à-dire, corrigées des influences anthropiques) ;
- du décalage temporel entre le niveau au piézomètre et le débit à la station, décalage qui peut être variable en fonction de la pente de l’écoulement souterrain et du sens de variation (vidange ou remplissage). d’autres phénomènes cumulatifs à préciser ;
- de l’effet de seuil sur certains piézomètres.

Le décalage temporel peut être déterminé au moyen de test de corrélations croisées (cf. *Illustration 10* et annexe 4) entre les deux séries de mesure. Ce décalage peut être négatif (si le débit est en avance sur le niveau piézométrique) ou positif. La correction de décalage temporel sur une des deux séries permet de réellement obtenir la corrélation entre débit et niveau piézométrique. L’illustration 11 ci-après permet de juger de l’amélioration ainsi réalisée.

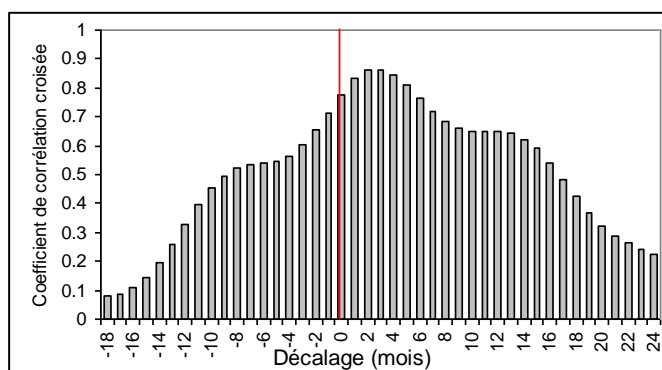


Illustration 10 : Exemple de corrélogramme croisé entre les niveaux au piézomètre de Hangest et les débits de l’Avre à Moreuil.

Dans le cadre de détermination du débit d'étiage il paraît souhaitable de définir le débit le plus probable c'est-à-dire en éliminant les couples (débit, N.P.) pouvant être augmentés en débit par le biais de ruissellement superficiel ou de rejets complémentaires. La relation à conserver est donc la courbe enveloppe pour laquelle le débit est minimal pour un niveau piézométrique donné.

Dans le cas de l'Hallue à Bavelincourt, cette relation n'est pas linéaire. Pour la tracer, il a été reporté sur la corrélation précédente (illustration 12) les couples (N.P., VCN3³ annuels) de la période considérée. La courbe de tendance passant par ces points correspond à l'enveloppe recherchée, jusqu'à la cote d'environ 66,80 m NGF.

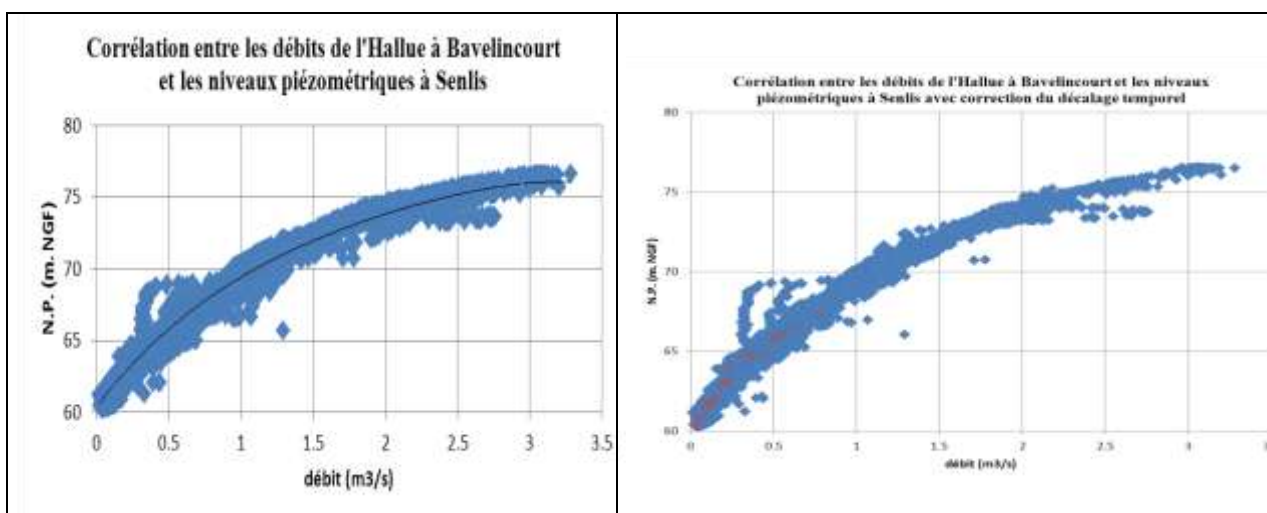


illustration 11 : Exemple du bassin versant de l'Hallue (Craie de la Somme) Corrélations des données journalières de débits et de niveaux piézométriques (N.P.) mesurées sans et avec correction temporelle

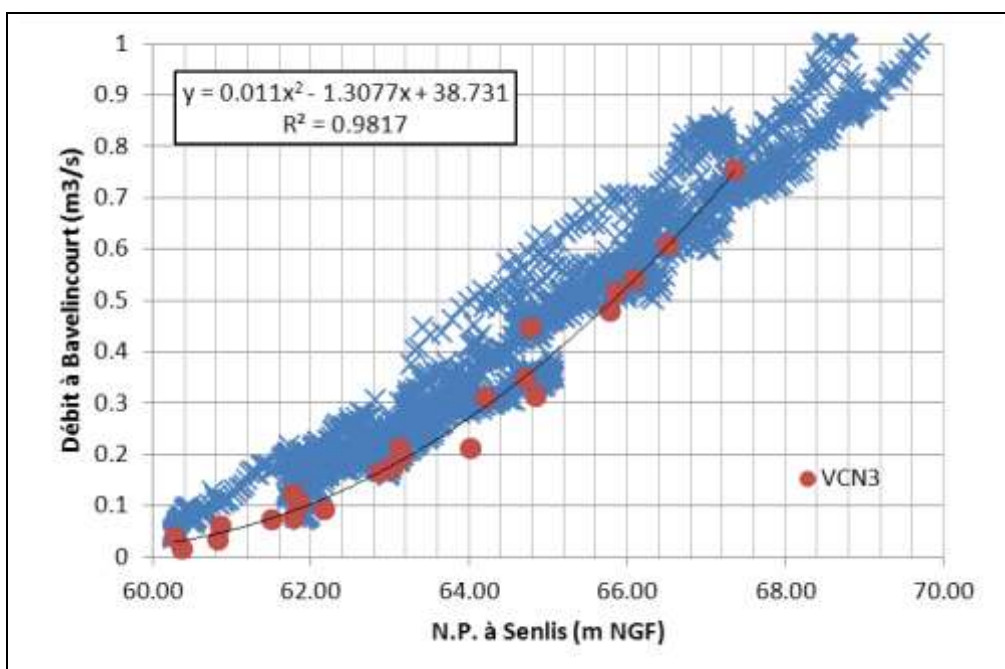


illustration 12 : Corrélation entre le niveau piézométrique (N.P.) à Senlis et le débit d'étiage de l'Hallue à Bavelincourt

³ débit moyen minimum sur trois jours consécutifs

Cette courbe de tendance peut toutefois être ajustée en réalisant une décomposition temporelle (individualisation des années) et l'on peut ainsi constater, aux incertitudes de mesure près (cf. illustration 13) :

- une évolution temporelle progressive des valeurs ;
- des pics, générés par des épisodes pluvieux, venant se superposer à celles-ci.

Si l'on s'intéresse plus spécifiquement au débit d'étiage des cours d'eau et que l'on cherche notamment à connaître ou évaluer les débits caractéristiques d'étiage, cela nous conduit à nous intéresser :

- aux périodes où le débit de ruissellement va être le plus petit possible, voire nul, c'est-à-dire les parties les plus basses des courbes précédentes ;
- pour des raisons de progressivité et de continuité, plutôt à l'analyse des périodes de vidange que des périodes de recharge de la nappe.

La relation ainsi obtenue (illustration 14) permet maintenant d'évaluer de manière beaucoup plus précise le débit d'étiage du cours d'eau à partir des niveaux piézométriques observés. Elle met aussi en évidence les fluctuations des niveaux piézométriques ou/et des débits mesurés (point singulier sur la courbe de 1997).

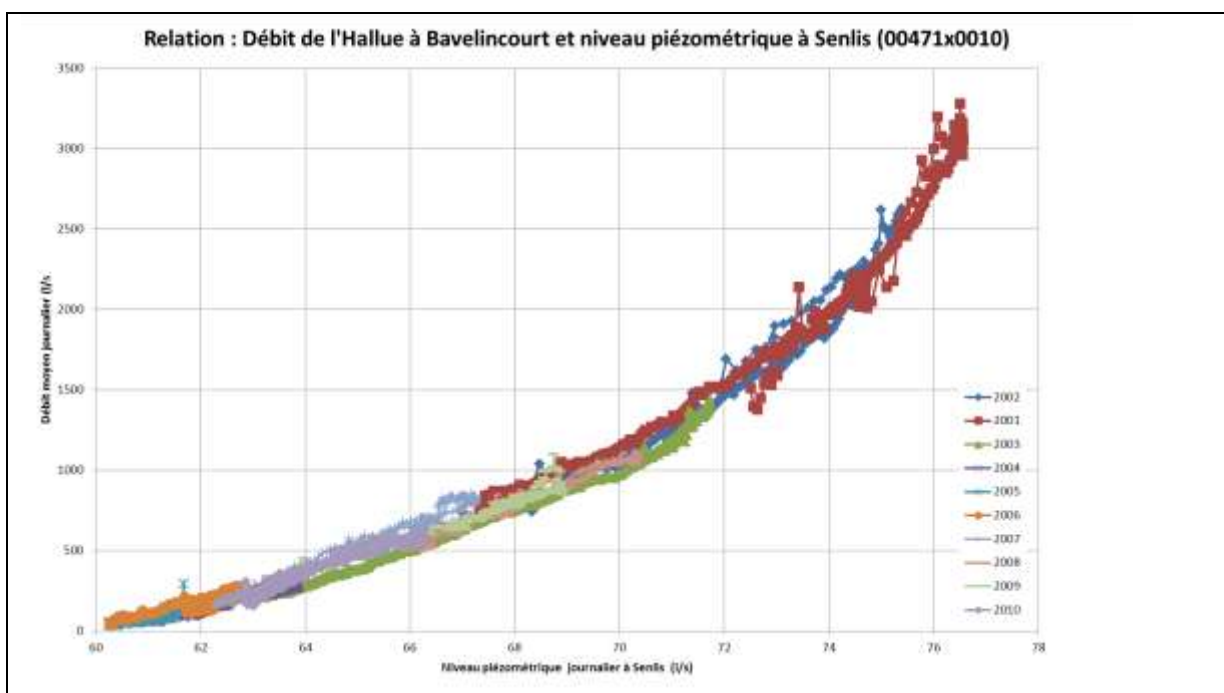


illustration 13 : Relation entre débit de l'Hallue à Bavelincourt et niveau piézométrique à Senlis avec décomposition annuelle

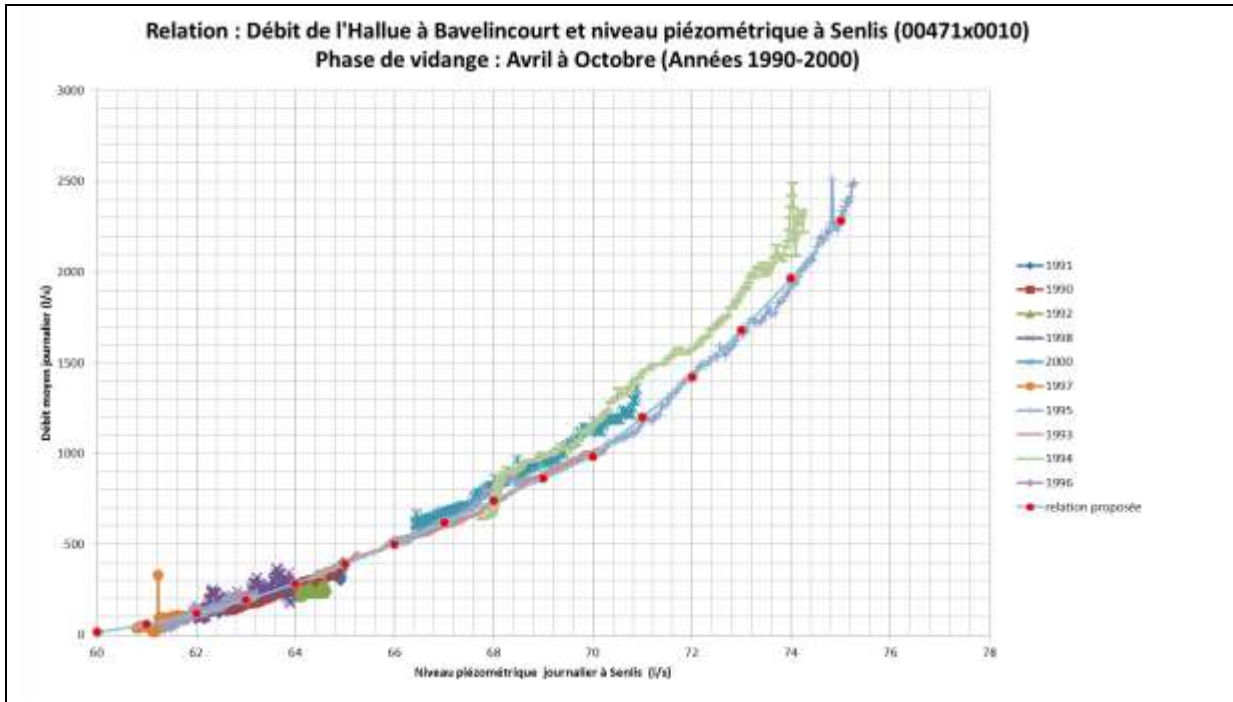


illustration 14 : Relation entre débit de l'Hallue à Bavelincourt et niveau piézométrique à Senlis durant la phase de vidange (avril à octobre) pour les années 1990-2000.

Exemple 2 : La Suipe à Orainville

Cet exemple a été réalisé avec les données :

- de débits journaliers de la Suipe obtenus à la station hydrométrique d'Orainville,
- des niveaux piézométriques journaliers mesurés au piézomètre de Fresnes les Reims (N°0186X0011), situé sur la masse d'eau GH207,
- des volumes annuels prélevés (forages et prises d'eau) sur l'ensemble du bassin versant amont de la station.

Les couples (débit ; N.P.) ont été reportés sur l'illustration 15 en intégrant le décalage temporel obtenu par corrélation croisée entre les séries. Malgré cette amélioration, on ne peut considérer cette relation comme satisfaisante.

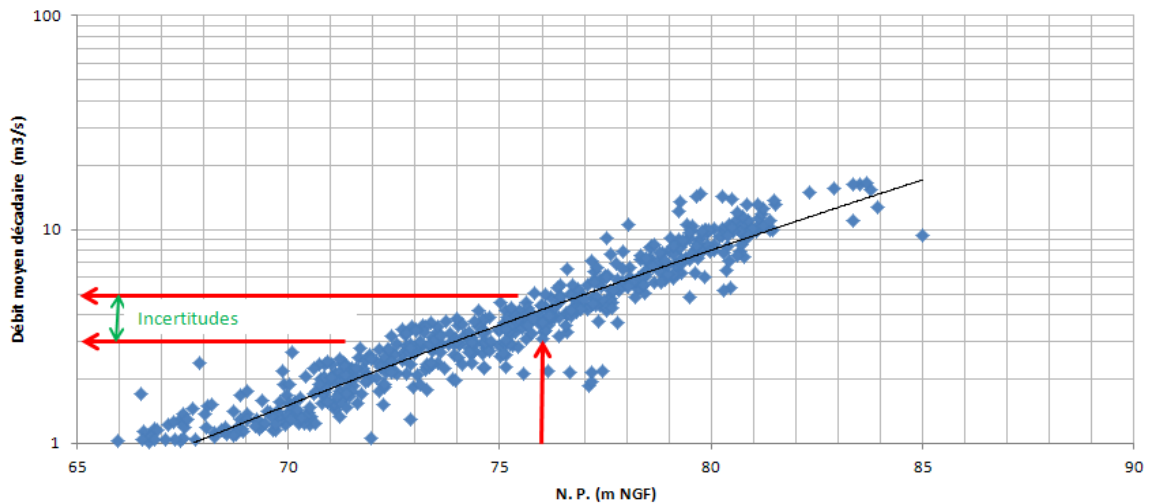


illustration 15 : Relation entre débit de la Suipe à Orainville et niveau piézométrique à Fresnes les Reims (01086X0011).

Comme pour l'exemple de l'Hallue, l'analyse plus fine des données permet de constater que (illustration 16) :

- les évolutions temporelles de ces couples (débit, N.P.) suivent des courbes quasiment parallèles, pour les plus faibles débits ;
- contrairement à l'Hallue où l'on ne décelait pas de différence flagrante entre période de vidange et période de recharge, ici l'évolution en période de recharge suit généralement, pour les faibles débits, une courbe située à des niveaux piézométriques inférieurs à la courbe de vidange ; on suppose que ce décalage est principalement lié à l'inversion des relations nappe-rivière et au phénomène de pression ;
- la courbe de vidange est relativement fiable jusqu'à l'atteinte du niveau le plus bas de l'année hydrologique en cours.

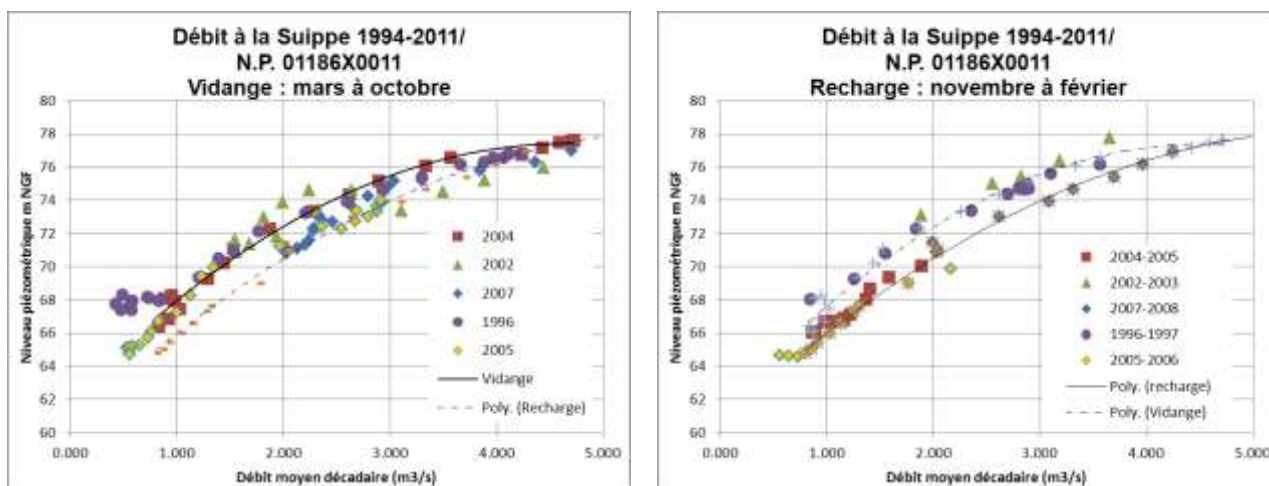


illustration 16 : Comparaison des relations débit de la Suipe à Orainville- niveau piézométrique à Fresnes les Reims en phase de vidange et en phase de recharge

Influence des débits prélevés

Les débits prélevés pouvant être significatifs durant la période d'étiage, il apparaît préférable de les intégrer à la détermination de la relation niveau piézométrique-débit à la station. Néanmoins la difficulté de leur prise en compte provient :

- du nombre élevé et de l'influence très contrastée de ces points de prélèvements ;
- de la méconnaissance des débits et volumes réellement prélevés ; l'information disponible consiste généralement en des volumes annuels autorisés ou déclarés et non de volumes réellement mesurés, la répartition temporelle exacte de ces volumes annuels étant généralement inconnue.

Pour essayer de s'affranchir de cette influence, la relation débit-niveau piézométrique a été déterminée sur une période supposée sans prélèvement significatif (1969-1979, illustration 17). La relation « vidange » définie sur cette figure permet d'évaluer le débit minimal du cours d'eau pour un niveau piézométrique donné. En lui associant la vitesse de baisse des niveaux piézométriques, cette relation permet de réaliser une prévision à courte échéance. Cette démarche, en soi très intéressante, est toutefois limitée car très sécuritaire dans la mesure où elle n'intègre pas la pluviométrie et le ruissellement potentiel pouvant subvenir durant les mois de vidange.

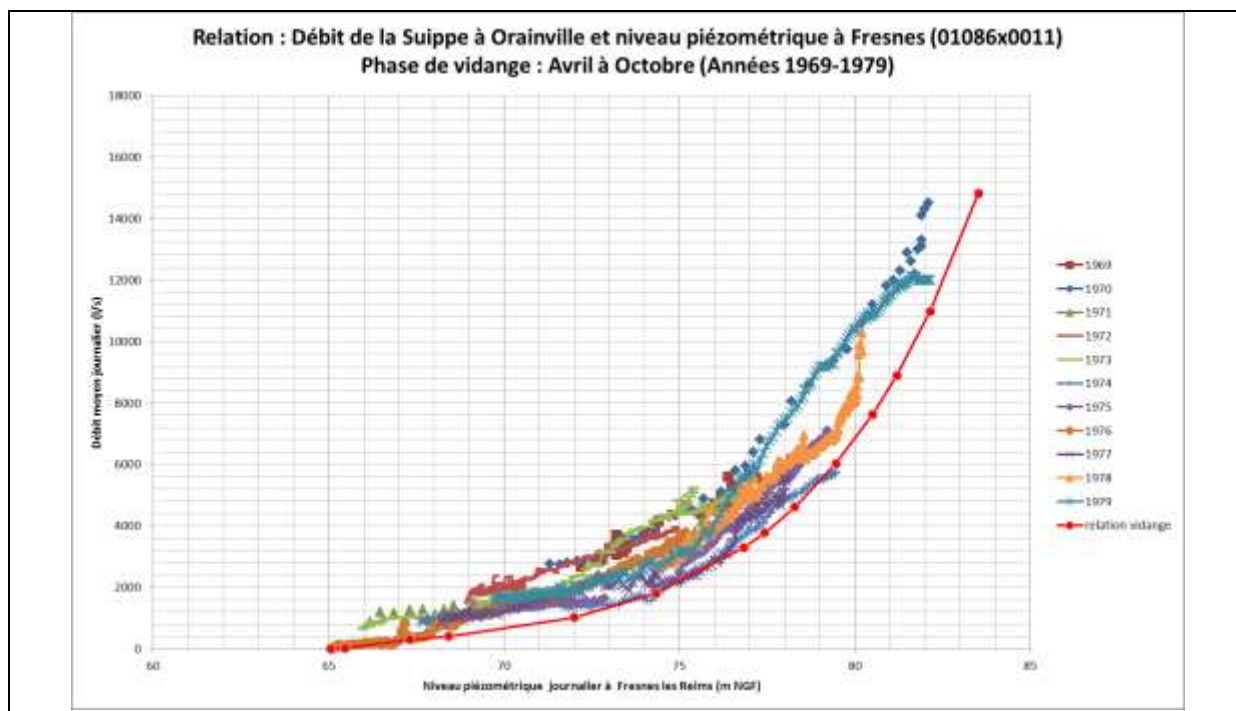


illustration 17 : Relation débit moyen journalier de la Suipe à Orainville et niveau piézométrique à Fresnes les Reims durant la phase de vidange sur la période 1969-1979

2.3. DETERMINATION DES SEUILS PIEZOMETRIQUES

2.3.1. Logigramme

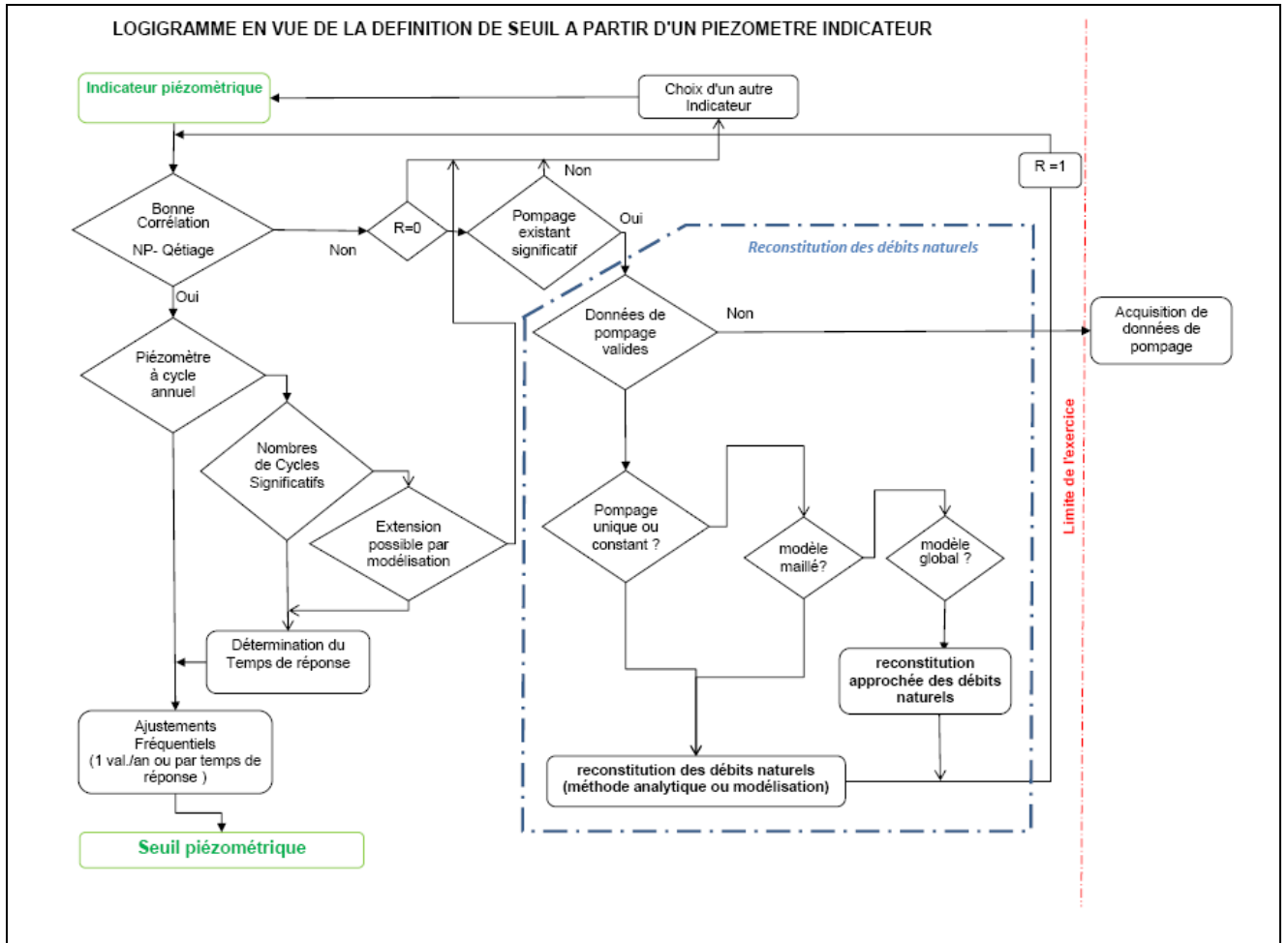


illustration 18 : Logigramme en vue de la définition d'un seuil à partir d'un piézomètre indicateur

2.3.2. Méthodes de caractérisation de l'inertie d'une nappe

Il existe, principalement, trois méthodes de caractérisation mathématique de l'inertie des nappes, ou «*temps de réponse du système*» :

- le temps de demi-décroissance des niveaux (outil analytique) ;
- l'autocorrélation (outil d'analyse des séries temporelles) ;
- les réponses impulsionnelles et le temps de transit moyen (traitement du « signal »).

Ces différentes méthodes sont explicitées dans le rapport BRGM-58139-FR. L'illustration 19 fournit un exemple des résultats obtenus.

Piézomètre	Temps de demi-décroissance (mois)	Temps pour autocorrélation =0.6 (mois)	Temps de transit moyen (R.I) (mois)
Congerville (S.A. Beauce)		32	45
Mainvilliers (S.A. Beauce)	27	29	37
Allainville (S.A. Beauce)	22	24	32
Paray-Douaville (S.A. Beauce)	20	24	30
Omiécourt (S.A. Santerre)	14.5	13	
Hangest (S.A. Santerre)	13	14	
St Martin Chenneiron (S.A. Brie)	11.8	11	19 (RI rapide) 5 (RI lente)
Barastre (S.A. Cambresis)	9.8	12.2	
Senlis le Sec (S.A. Ponthieu)	6.2	12.5 4.5	12 (RI rapide) 3.5 (RI lente)
Tincques (S.A. Artois)	5.4	11 4	
Lorigné (S.A. Civrasiens)	1.9	2	0.5
Aigre (S.A. Charente Nord)	0.7	1.3	0.5
Salignac (S.A. Angoumois)	0.6	1.2	0.3

illustration 19 : Comparaison des méthodes de caractérisation de l'inertie des nappes : résultats obtenus pour différentes chroniques piézométriques et selon les différentes méthodes (compilation de différentes études)

2.3.3. Ajustements fréquentiels

Remarques liminaires

a) L'utilisation des méthodes statistiques et/ou probabilistes repose sur l'hypothèse que le climat est constant et restera constant pendant toute la période concernée par l'étude (période des mesures utilisées et période de validité souhaitée de l'étude). Certaines constatations réalisées auraient tendance à remettre en cause, au moins localement, cette stationnarité du climat. Pour mettre en évidence une tendance ou une cassure, on se reportera à l'**annexe 2**.

b) La « non re-naturalisation » des débits des cours d'eau induit un biais dans les traitements statistiques notamment des débits d'étiage. En effet les prélèvements ont la plupart du temps fortement augmenté durant la période des mesures utilisées à ces fins statistiques. Le biais, ainsi introduit, est, a priori, est en partie lié au ratio des débits prélèvement/ étiage.

Les critères et objectifs à respecter sont clairement indiqués dans la circulaire du 30 juin 2008 : "Dans le cas général, une ressource en eau fait l'objet d'une gestion quantitative équilibrée lorsque, statistiquement, huit années sur dix en moyenne, les volumes et débits maximums autorisés ou déclarés dans cette ressource, quels qu'en soit leurs usages (irrigation, alimentation en eau potable, ...), peuvent en totalité être prélevés dans celle-ci tout en garantissant le bon fonctionnement des milieux aquatiques correspondants. La garantie de bon fonctionnement peut, lorsqu'ils existent, s'observer par le respect des débits ou niveaux piézométriques d'objectifs."

Afin d'évaluer les objectifs, les ajustements fréquentiels peuvent, s'il y a unicité de la relation entre débit et niveau, être réalisés aussi bien à partir des débits que des niveaux.

Il est traditionnellement admis que les débits d'étiage des cours d'eau suivent une loi normale ou dérivée (illustration 20). Ces débits provenant de la vidange des aquifères, la variation de niveau de ces aquifères devrait donc, en principe, suivre ces mêmes lois.

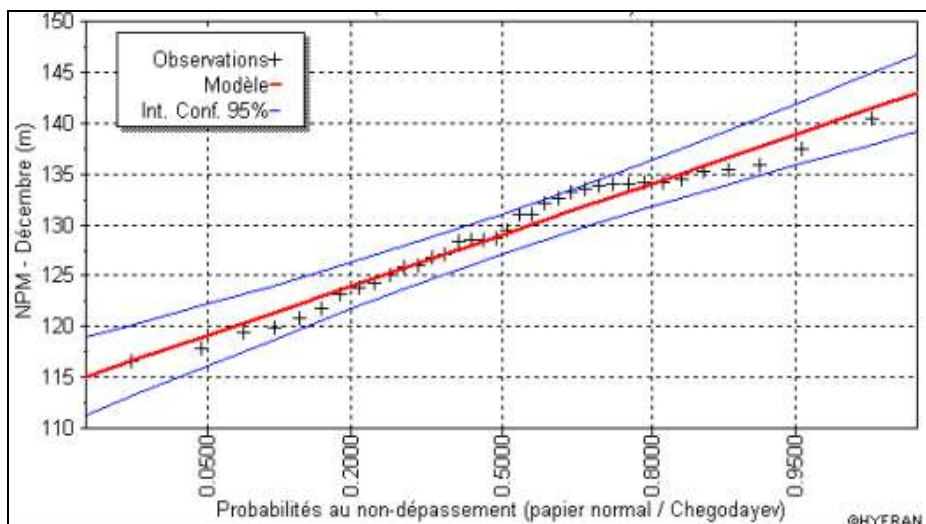
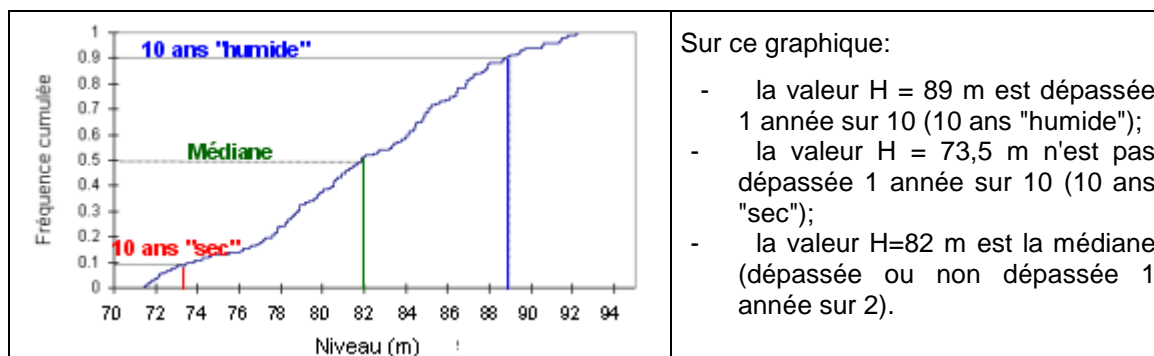


illustration 20 : Piézomètre de Saint-Martin-Chennetron: ajustement à une loi normale des niveaux piézométriques mensuels de décembre ("basses eaux") - Période 1969-2004 (Source : rapport BRGM-58139-FR)

Nota Bene : Pour l'aspect traitement statistique des données, on se référera à l'annexe 3.

Pour une nappe à fluctuation rapide (cycle annuel ou inférieur), l'étiage annuel est indépendant de l'année précédente. Ce n'est plus le cas pour des nappes à forte inertie où l'étiage est dépendant des niveaux piézométriques eux-mêmes dépendants des niveaux piézométriques de l'année antérieure.

Si statistiquement la notion de fréquence (illustration 21) va être in fine la même, la probabilité en début d'année d'avoir le même volume disponible pour ces deux types de nappes ne sera, par contre, pas équivalente.



Sur ce graphique:

- la valeur $H = 89$ m est dépassée 1 année sur 10 (10 ans "humide");
- la valeur $H = 73,5$ m n'est pas dépassée 1 année sur 10 (10 ans "sec");
- la valeur $H=82$ m est la médiane (dépassée ou non dépassée 1 année sur 2).

illustration 21 : Courbe de fréquence cumulée (Source : rapport BRGM-58139-FR)

En effet contrairement à une nappe à cycle court où chaque année le débit de période de retour quinquennal sec à une probabilité de 0,2 (illustration 22), pour une nappe à cycle pluriannuel elle va être globalement sur une longue période de 0,2 mais variera suivant le niveau piézométrique dans un intervalle $[0,2-a ; 0,2+a]$, la valeur a dépendant notamment de la durée du cycle et de l'amplitude de ce cycle (illustration 23). Le traitement statistique d'une telle nappe nécessite la possession de plusieurs cycles c'est à dire une très longue période de suivi. Dans cet exemple on ne peut comptabiliser qu'un seul, voire 2, cycles et une seule période réellement d'étiage.

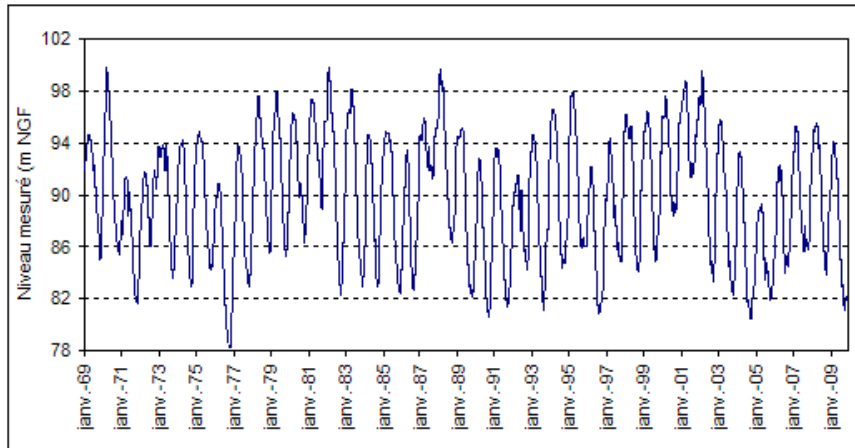


illustration 22 : Evolution des niveaux enregistrés au piézomètre à cycle (quasi) annuel des Grandes Loges (bassin de la Somme Soude)
(Source : rapport BRGM-58139-FR)

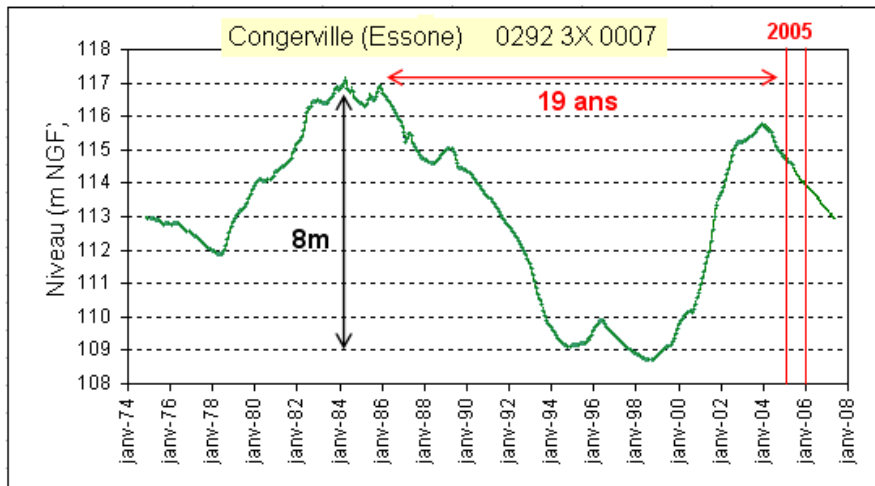


illustration 23 : Exemple de nappe à cycle pluriannuel: la nappe des Calcaires de Beauce
(Source : rapport BRGM-58139-FR)

En menant un raisonnement inverse à la démarche habituelle, on notera par exemple que le respect des débits 8 années sur dix conduit à un respect des niveaux huit années sur dix (unicité de la relation) et donc, dans le cas de Congerville, à un niveau piézométrique très bas (inférieur à 110 m NGF), chose qui ne s'est produit que 2 fois en 34 ans, et donc probablement à un débit prélevable très bas.

2.3.4. Détermination des seuils

Pour qu'un piézomètre puisse réellement être un bon indicateur, il est nécessaire que la relation de passage débit - niveau piézométrique soit unique (illustration 24). Une fois établie (cf. 2.2.3) elle peut être utilisée pour :

- définir les seuils piézométriques en liaison avec les différents débits fixés comme objectifs, par exemple pour le QMNA5⁴ (exemple en rouge sur l'illustration 18), le niveau piézométrique est de 60,8 m NGF et de 64,4 m NGF pour un débit de la moitié du module, (exemple en vert)

⁴ débit d'étiage mensuel quinquennal

- définir, à partir du niveau piézométrique observé et en utilisant le temps de demi-tarissement (T) de la nappe, le débit minimal qu'il y aura à un instant t donné (exemple en bleu pour t=T : temps de demi tarissement)

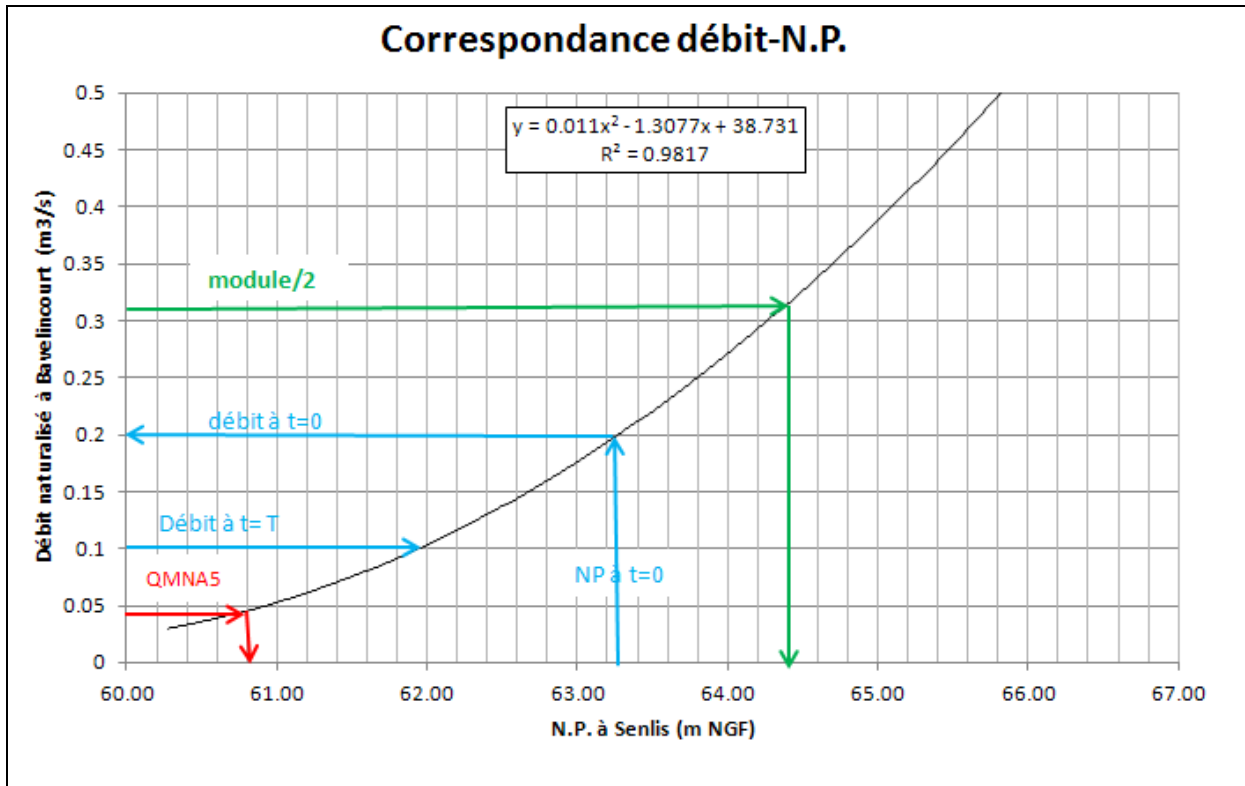


illustration 24 : Relation univoque débits d'étiage naturalisés du cours d'eau/ Niveau piézométrique représentatif

2.3.5. Prévision à court terme du débit d'étiage

L'examen de la décroissance des niveaux piézométriques d'un piézomètre représentatif de l'aquifère (indicateur) peut permettre d'estimer le débit d'étiage minimal à venir en utilisant la corrélation débit-niveau piézométrique (illustration 24). Pour cela il convient de tracer l'histogramme des niveaux durant les années les plus sèches et connaître la période réelle des pompages.

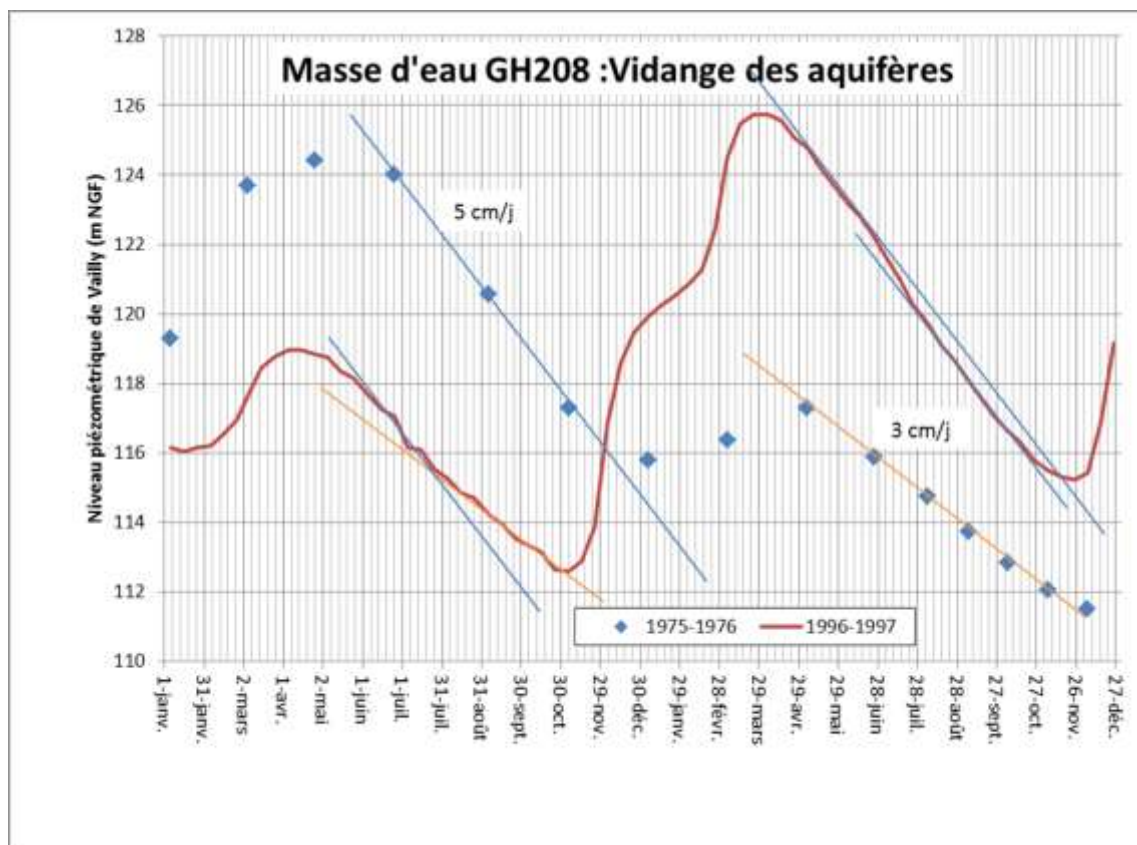


illustration 25 : Temps de vidange des aquifères : baisse du niveau piézométrique (exemple sur la masse d'eau GH208)

L'illustration 25, qui comporte le tracé d'années relativement sèches (1975-76 et 1996-97) permet de constater qu'il y a visiblement deux vitesses de décroissance de niveaux que l'on retrouve sur chacun des histogrammes soit :

- 5 cm par jour (segment bleu), situé de préférence vers les niveaux supérieurs,
- 3 cm par jour (segment orange), situé au droit des niveaux inférieurs.

Si l'on fait abstraction des pompages permanents, on notera une augmentation de la pente en juillet 97 qui s'explique par une probable augmentation des débits temporaires pompés lors de cette période.

Pour la gamme des débits d'étiage (niveaux piézométriques inférieurs), on retiendra donc une vitesse de vidange des niveaux piézométriques de 3 cm/jour.

A l'aide du graphique de l'illustration 24, connaissant le niveau du jour j on pourra en déduire le débit minimal du jour $(j+n)$ à l'aide du niveau correspondant en calculant ce niveau par soustraction, au niveau du jour j , la baisse journalière de 3 cm occasionnée par $(n-d)$ jours, d étant le nombre de jours de décalage définie par autocorrélation entre les débits et les niveaux piézométriques (cf. 2.2.3). Cette information peut s'avérer utile pour la gestion quantitative, notamment pour l'évaluation des volumes prélevables (voir chapitre 3 et 4).

3. Volumes prélevables

3.1. INTRODUCTION

Suite aux remarques faites au paragraphe portant sur l'inertie des nappes on peut considérer qu'il existe deux, voire trois si l'on considère la situation mixte, problématiques différentes en vue de la détermination des volumes prélevables.

Pour les nappes à cycles annuels, le traitement statistique d'une longue série de données de débit naturalisé doit permettre, aux hypothèses de stationnarité climatique près, de définir des débits fréquentiels fiables et permettre ainsi une bonne évaluation des volumes prélevables permettant le respect de la directive cadre européenne sur l'eau. La méthode présentée dans ce chapitre correspond à cette situation.

Pour les nappes à cycles pluriannuels purs de longue durée, non seulement les valeurs obtenues par traitement statistique ne peuvent être validées (séries trop courtes) mais le respect de la directive peut conduire à des volumes prélevables très faibles dans la mesure où les années à faible débit d'étiage vont généralement se succéder.

Il serait probablement souhaitable, pour ce type de nappe, de définir une plage de validité des volumes prélevables (valeur min, valeur max) et préciser en début de chaque année, en fonction de la cote piézométrique observée le volume réellement alloué, la valeur maximale étant fixée par la différence entre la recharge moyenne interannuelle de l'aquifère et le débit objectif, provenant de la nappe, nécessaire au bon état écologique du cours d'eau. En plus de la modélisation présentée dans ce chapitre, les éléments de méthode proposés dans le chapitre 4 pourront être utilisés.

3.2. SANS MODELISATION

Objectif

Calculer des volumes prélevables en respectant des seuils piézométriques.

Données indispensables

Bonne connaissance des prélèvements effectués dans les nappes.
Bonne connaissance de l'extension spatiale de l'aquifère.

Hypothèse

En l'absence de précipitation à partir d'une certaine date t_0 , il existe une relation linéaire entre le volume cumulé pompé et la baisse du niveau de la nappe au droit d'un piézomètre représentatif.

Conditions d'application

Nappes à **cycles annuels** (réagissant rapidement, en particulier aux pompages).

3.2.1. Méthode 1

1) Analyse des chroniques piézométriques et choix des années de référence

La méthode présentée ci-dessous a été utilisée dans le cadre des études portant sur la gestion des nappes du sud de la Vendée. Elle est exposée dans le rapport du bureau d'études Calligée N08-85138C ("*Phase 3: étude d'un cadre de gestion des nappes du Sud-Vendée compatible avec les enjeux écologiques et économiques*", Nov. 2008) et reprise dans le rapport BRGM 58139-FR

On sélectionne dans les chroniques piézométriques les années où il n'y a pas (ou peu) d'influence des précipitations sur les niveaux à partir de la date t_0 jusqu'à une date t_1 .

En prenant comme exemple le piézomètre de Luçon (illustration 26) captant la nappe du Dogger (cette sélection peut être facilitée par la construction d'un graphique tel que celui présenté par l'illustration 27 où, sur la période t_0 - t_1 , on reporte les niveaux de chacune des années de la chronique, chaque niveau étant ramené à 0 à la date t_0 .)

Le graphique montre qu'il est possible de retenir les années 2000, 2003, 2005, peu influencées par une recharge estivale, comme années de référence.

2) Recherche d'une relation reliant niveaux et volumes prélevés

En reprenant l'exemple du piézomètre de Luçon, le graphique de l'illustration 28 montre clairement que la relation linéaire postulée entre niveaux et volumes cumulés pompés est vérifiée pour chacune des années retenues. La 'non linéarité' de la relation niveaux-volumes pourrait être due à une variation du coefficient d'emmagasinement ou une variation de l'extension de l'aquifère.

3) Calcul d'un volume spécifique

Ces relations linéaires permettent d'obtenir un volume spécifique (volume prélevé par mètre de rabattement de la nappe). Dans le cas du piézomètre de Luçon, il est compris entre 2,2 et 2,3 Mm³ par m de rabattement (les pentes des droites sont presque identiques).

4) Extension aux autres piézomètres de référence

La méthode doit être appliquée à plusieurs piézomètres pour que l'on puisse obtenir un volume spécifique moyen par secteur.

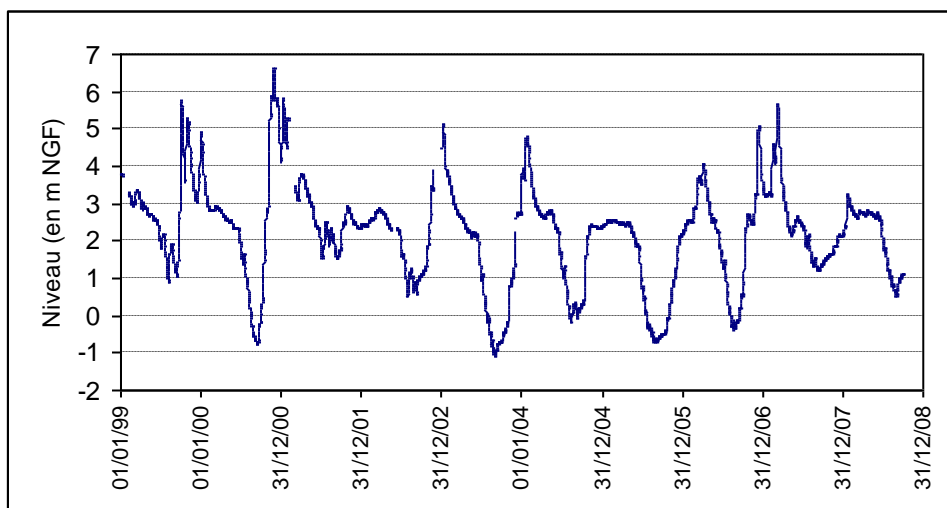


illustration 26 : Niveaux de la nappe du Dogger mesurés au piézomètre de Luçon

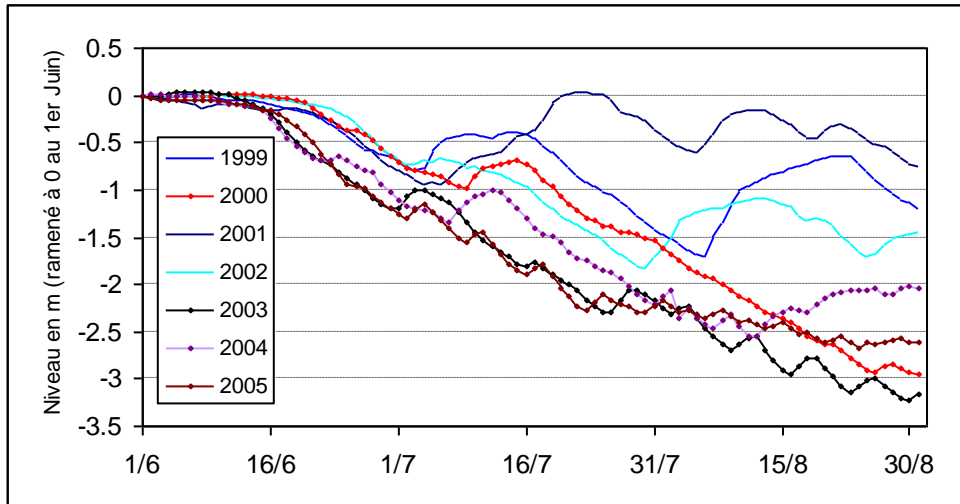


illustration 27 : Niveaux année par année (ramenés à 0 au 1^{er} juin) au piézomètre de Luçon

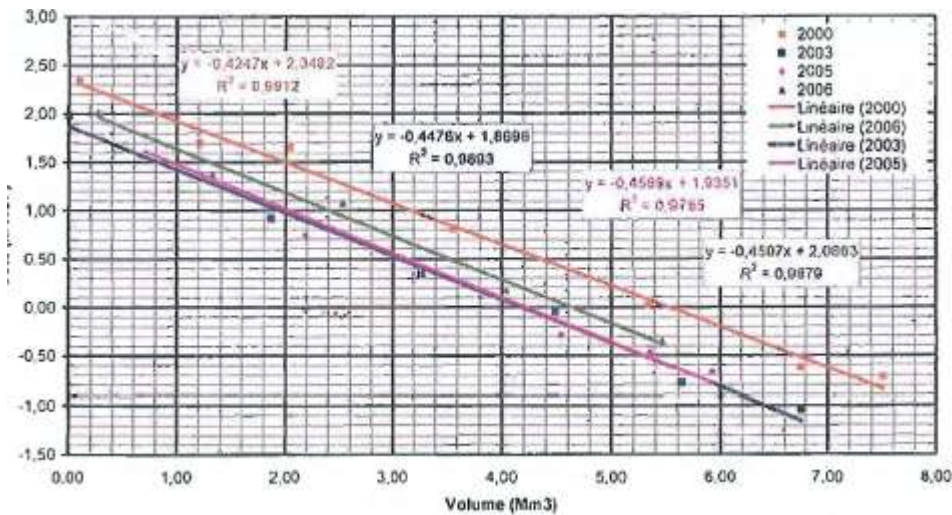


illustration 28 : Mise en évidence d'une relation linéaire entre niveaux de la nappe et volumes pompés au piézomètre de Luçon en période estivale pour chacune des années retenues

Source : rapport Calligée N08-85138C

Année	Secteur du Lay		Secteur de la Vendée		Secteur des Autises	
	Longeville	Luçon	Saint Aubin	Le Langon	Oulmes	Azirié
2000	3,5	2,3	3,6	12,0	1,4	
2003	2,2	2,2	3,3	4,2	1,8	2,5
2005	2,2	2,2	3,3	3,4	1,3	2,8
2006	2,1	2,2	3,3	3,7	1,5	2,8
Valeur Moyenne retenue	2,2 Mm³/m		3,4 Mm³/m		1,4 Mm³/m	2,7 Mm³/m

5) Calcul des volumes prélevables pour respecter les piézométries objectifs

En retenant sur un secteur donné un volume spécifique moyen V_{sp} (par exemple 2,2 Mm³ dans le secteur du Lay, tableau ci-dessus) on peut calculer pour chaque année, à partir de la date t_0 , un volume exploitable permettant de respecter les seuils piézométriques fixés.

Si H_0 est le niveau de la nappe à $t=t_0$ et si H_{obj} est le niveau à respecter, le volume exploitable sur une année i est :

$$V_{exp}^i = (H_0 - H_{obj})V_{sp}$$

On calcule ensuite un volume moyen \overline{V}_{exp} à partir des volumes annuels.

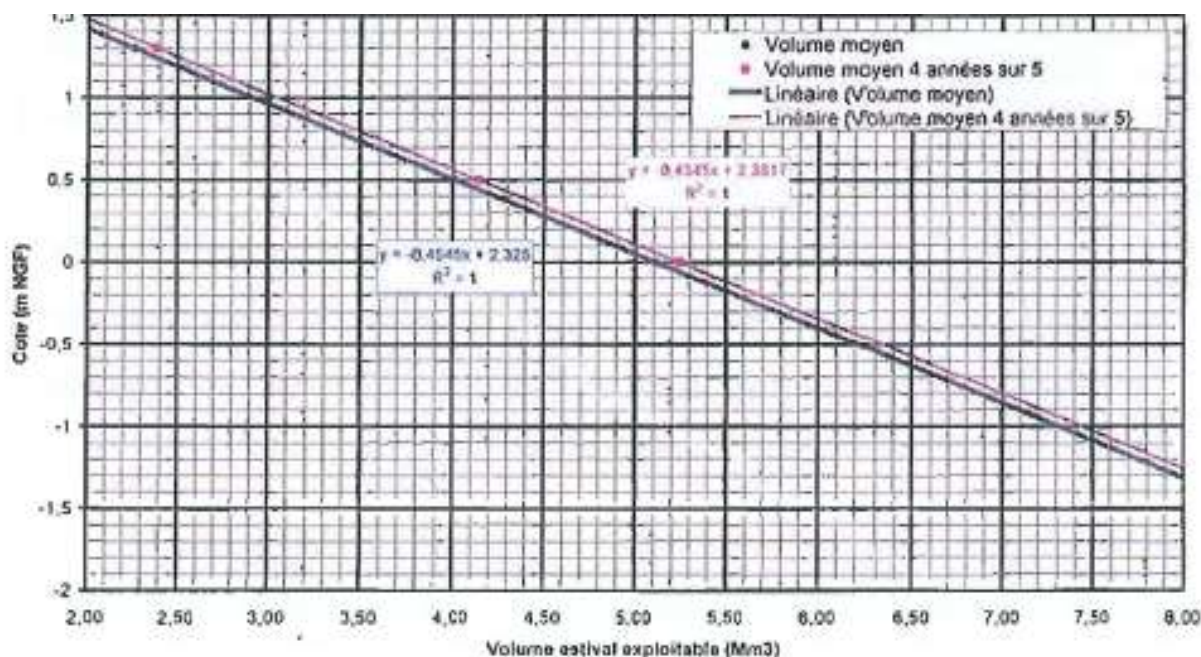


illustration 29 : – Relation entre le volume moyen exploitable en été et une cote donnée à respecter sur le secteur du Lay à partir des données du piézomètre de Luçon.

Source: rapport Calligée N08-85138C

Nota bene : Cette méthodologie peut être utilisée de la même manière pour un bassin versant ayant un exutoire dont les débits sont connus. Il faut simplement dans ce cas ajouter les débits sortants aux volumes prélevés.

3.2.2. Méthode 2 : basée sur les valeurs fréquentielles des débits naturalisés

Il est possible de définir les débits prélevables en partant de valeurs de débits fréquentiels naturalisés en se basant sur :

- les débits mensuels de période de retour 5 ans secs ;
- la valeur du QMNA5 et le temps de demi-décroissance ou le temps de réponse des aquifères.

Les débits maximum mensuels prélevables sont alors définis :

- dans le premier cas, en soustrayant aux différents débits mensuels de période de retour 5 ans les débits définis comme DOE ; le volume sera toutefois, dans ce cas, sécuritaire ;
- dans le second, en considérant que pour les mois précédant le mois le plus sec de l'année, le débit sera égal au QMNA5 augmenté du débit mensuel s'écoulant durant le temps de vidange des aquifères ; les débits prélevables étant ces débits diminués du DOE.

En exemple, à titre indicatif, l'illustration 30 fournit les débits prélevables de l'Hallue à se basant sur les VCN30, VCN60, VCN90, VCN120 et VCN180 (considérés comme débits

naturalisés) fournis par la banque HYDRO en considérant un DOE constant égal au 1/10 du module.

Cet exemple, avec ces hypothèses, amène les remarques suivantes :

- ce bassin versant n'est pas adapté, sans ouvrage de stockage, à la fourniture de volume prélevé à des fins d'AEP car 2 mois voient leur débit prélevable devenir inférieur à 10 l/s ;
- il peut, a contrario, être utile à l'irrigation dans la mesure où les mois de mai à août (période la plus utile à l'irrigation) les débits prélevables sont supérieurs à 70 l/s, voire 90 l/s pour la période antérieure au mois d'août ; cela signifie, avec ces hypothèses, que le volume prélevable est au minimum, tout en respectant la directive, de 0,7 Mm³ voire au maximum de 1,2 Mm³ pour les mois allant de mai à juillet.

Cet exemple illustre bien l'intérêt des eaux souterraines car elles introduisent un décalage temporel qui permet de subvenir en partie au besoin en eau durant la période estivale.

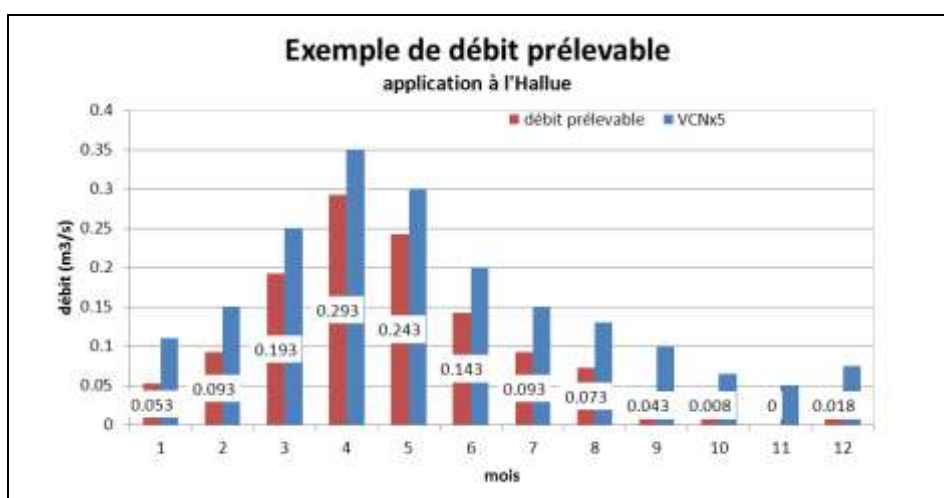


illustration 30 : Exemple (fictif) de débit prélevable sur l'Hallue à Bavelincourt en considérant que les débits sont des débits naturalisés et pris égaux aux VCNx5 et que le DOE est égal au dixième du module.

3.3. AVEC MODELISATION

3.3.1. Modélisation globale

Outre le fait déjà énoncé que la modélisation peut permettre de fournir une valeur approchée des débits naturalisés, elle permet de :

- Générer des chroniques plus longues (simulation sur la durée des données d'entrée),
- Intégrer les éventuels impacts du changement climatique ;
- Sous certaines conditions, vérifier l'impact des valeurs de débits définis comme prélevables ;
- Réaliser une prévision (cf. paragraphe 4).

Nota bene : Les débits prélevés pouvant être significatifs durant la période d'étiage, il apparaît nécessaire de les inclure à la modélisation globale pluie-niveau piézométrique-débit à la station. Néanmoins la difficulté de leur prise en compte provient :

- du nombre élevé et de l'influence très contrastée de ces points de prélèvements, or dans une modélisation globale, tous ces prélèvements sont considérés en un seul point ; a contrario, ils sont bien représentés en modélisation maillée à partir du moment où leurs coordonnées sont disponibles ;

- de la méconnaissance des débits et volumes réellement prélevés ; l'information disponible consiste généralement en des volumes annuels autorisés ou déclarés et non de volumes réellement mesurés, la répartition temporelle exacte de ces volumes annuels étant généralement inconnue.

3.3.2. Modélisation maillée

La modélisation maillée peut permettre de :

- générer des chroniques plus longues (simulation sur la durée des données d'entrée) ;
- intégrer les éventuels impacts du changement climatique ;
- vérifier l'impact des valeurs de débits définis comme prélevables ;
- réaliser une prévision suivant certains scénarii type (cf. paragraphe 4).

Mais également, si le calage est de bonne qualité en étiage, il permet de fournir le débit du cours d'eau en tout point de son parcours et non comme la modélisation globale en un point particulier (station).

A titre d'exemple l'illustration 31 et l'illustration 32 indiquent les variations de débits et de niveaux piézométriques dans le cas d'une diminution de prélèvements dans le bassin de la somme.

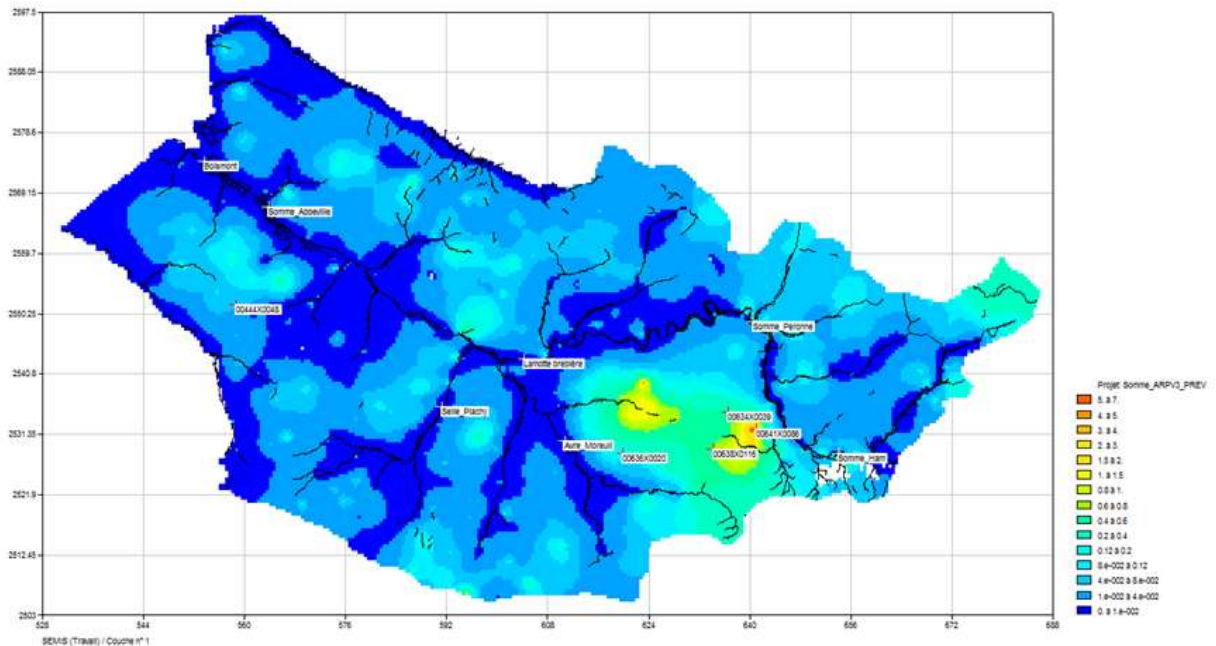


illustration 31 : Carte de remontée moyenne du niveau de la nappe (en m) en considérant une diminution des prélèvements. (Source BRGM/RP-61483-FR, décembre 2012)

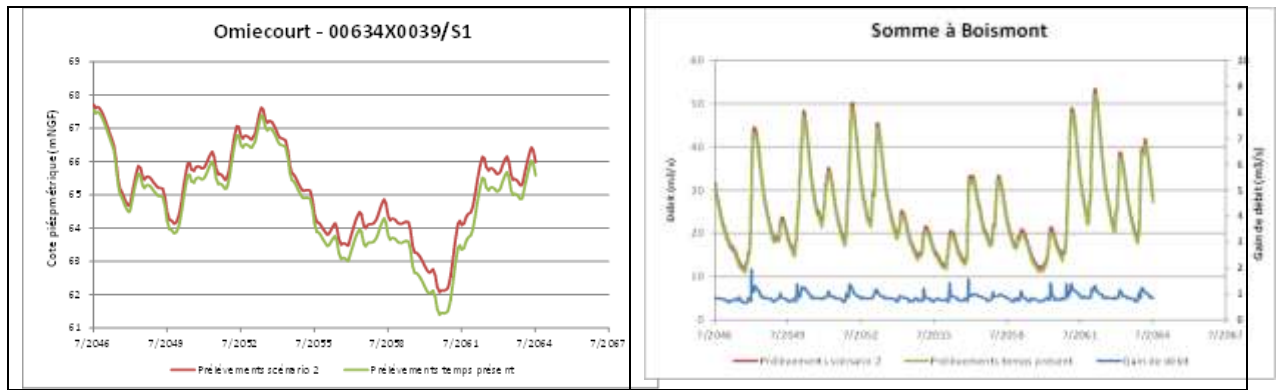


illustration 32 : Impact local de la diminution des prélèvements sur le niveau piézométrique à Omiecourt et sur le débit de la Somme à Boismont. (Source BRGM/RP-61483-FR, décembre 2012)

4. Ajustements des volumes annuels prélevables : prévision annuelle

Dans cette partie on considérera que le chapitre 2.3.2 a été traité et que l'on connaît le temps de réponse et/ou de demi-décroissance de la nappe. Suite aux remarques faites aux paragraphes 2.3.3 et 3.1 portant sur l'inertie des nappes il apparaît :

- préférable, s'il n'y a pas de changement de comportement du système (climatique ou anthropique), de vérifier que les conditions initiales (débit et/ou niveau piézométrique) sont sensiblement équivalentes aux années précédentes pour des nappes à cycle annuel ;
- indispensable de les vérifier et/ou ajuster, avant chaque campagne de prélèvements, pour les nappes à cycles pluriannuels ou mixtes, la date de réalisation de la prévision étant fonction de la mémoire du système et des périodes d'utilisation de la ressource.

La méthode décrite dans ce chapitre permet d'ajuster les volumes prélevables en fonction de l'état de la ressource à un moment donné.

4.1. SANS MODELE

Une évaluation simple et grossière peut être réalisée, si l'on n'a pas de modèle, afin d'évaluer le débit garanti des mois à venir. Il suffit à partir du débit actuel de considérer qu'il n'y aura pas de pluie efficace dans l'avenir immédiat et que le débit actuel va décroître suivant la loi de tarissement définie au chapitre 2.3.2. Cette valeur peut être définie à l'aide de la corrélation reliant niveau piézométrique et débit (illustration 24).

4.2. AVEC MODELISATION

4.2.1. Modélisation globale

Certains modèles globaux permettent, après calage, de réaliser des prévisions à partir d'une date donnée (point d'arrêt des mesures), pour les mois à venir.

Le graphique (illustration 33) fournit un exemple de prévision de la Conie à Conie Molitard à partir de la dernière mesure (01/01/2010). Cette prévision, même pour les nappes à cycles annuels, va dépendre fortement du débit réel du jour de départ de la prévision.

Pour calculer les débits prévisionnels, on considère différentes hypothèses pluviométriques et on a de ce fait plusieurs courbes sur le même graphique. Les calculs et tracés se font par pas de temps à partir du point calculé précédent en considérant que :

- la prévision garantie correspond à une pluviométrie nulle dans les mois à venir ;
- la prévision 10% correspond à une pluviométrie ayant 90% de chance d'être dépassée ;
- la prévision 20% correspond à une pluviométrie ayant 80% de chance d'être dépassée (qui correspond à une satisfaction des besoins 4 années sur 5) et ainsi de suite jusqu'à :
- la prévision 90% correspond à une pluviométrie qui n'a que 10% de chance d'être dépassée.

Ces valeurs de pluviométrie sont calculées à partir des fichiers pluviométriques utilisés lors du calage couvrant la plus longue période d'observation disponible.

L'intégration du débit sur une période considérée permettra d'obtenir le volume total c'est-à-dire le volume disponible au pompage et le volume correspondant au DOE.

Sur le graphique suivant, le volume disponible au pompage serait de 12 Mm³ sur 4 mois, si l'on considère que le débit réservé est constant et égal à 0,17 m³/s (dixième du module).

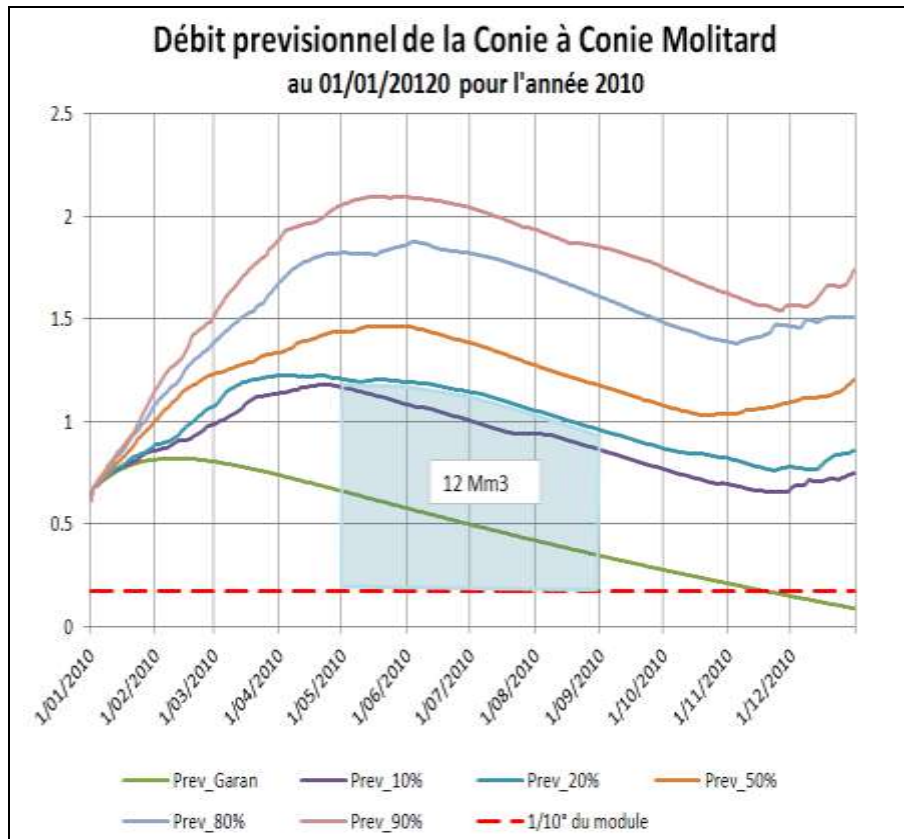


illustration 33 : Ajustement annuel des volumes prélevables à l'aide d'une modélisation globale.
Prévision pour l'année 2010 en date du 01/01/2010.

4.2.2. Modélisation maillée

Les avantages de la modélisation maillée pour permettre la prévision des volumes prélevables ont déjà été définis et montrés en exemple au paragraphe 3.

Annexe 1

Fiche : Etat de l'Ouvrage

Informations générales : Etat de l'Ouvrage	
Influence des mesures par pompage	Faible : si peu voire pas d'influence. Influence diffuse à l'échelle de l'entité
	Moyenne : si influence notable et/ou saisonnière et/ou d'un ouvrage à faible prélèvement situé à proximité (ouvrage privé)
	Forte : influence directe d'un pompage
Type d'influence	Annuelle : influence permanente
	Saisonnnière : influence pendant une ou plusieurs périodes de l'année (irrigation ou activités touristiques)
Critères de pérennité du point	
Etat général de l'ouvrage	
Etat de l'ouvrage	Concerne l'état du tubage ou de la maçonnerie de l'ouvrage.
Etat et protection de la tête de l'ouvrage/Protection du matériel	Concerne l'état de la tête de l'ouvrage : capot, abri, regard...
Risque d'assec	Critère discriminant pour l'évaluation de la pérennité : un point d'eau régulièrement en assec devrait être remplacé à court ou moyen terme.
Environnement de l'ouvrage	
Contexte environnemental	Ce critère est lié à l'emplacement de l'ouvrage et au risque de détérioration ou de vandalisme.
	Bon : l'environnement de l'ouvrage ne présente pas de risques
	Moyen : l'ouvrage est situé dans un environnement fréquenté (site public, voirie, trottoir, site industriel, parcelle agricole...) et/ou susceptible d'évoluer (aménagement du site, de la voirie...)
	Mauvais : l'environnement présente des risques (friche ou site abandonné, voie d'accès très fréquentée, quartier sensible...)
Risque de détérioration ou de vandalisme	Ce critère est lié au contexte environnemental et/ou à l'état de la tête de l'ouvrage mais aussi au retour d'expérience.
	Faible : l'ouvrage et le matériel sont protégés
	Moyen : l'ouvrage est situé dans un environnement moyen et/ou sa protection n'est pas satisfaisante, des incidents se sont déjà

	produits
	Fort, répété : l'ouvrage est vulnérable et/ou le matériel, plusieurs détériorations ou actes de vandalisme ont déjà eu lieu
Aspect foncier	
Accès	
Accessibilité	Bonne : aucune contrainte d'accès
	Moyenne : chemin d'accès pas toujours praticable en fonction des conditions météo (pluie, neige...), contraintes liées à la disponibilité du propriétaire ou du concessionnaire (ex : mise à disposition de clés)
	Mauvaise : accès dangereux, chemin d'accès très peu praticable, cheminement important à pied
Risque pour les personnes	Ce critère est discriminant pour l'évaluation de la pérennité. Il faut considérer ici l'ouvrage en lui-même mais également l'implantation du matériel de mesure. Ce critère est associé au champ "Cause du risque". S'il y a un risque pour les personnes intervenant sur l'ouvrage ou pour un tiers pendant une intervention ou en permanence , la pérennité de l'ouvrage est jugée très faible et des actions prioritaires doivent être engagées.
Cause du risque	Diamètre ouvrage : ouvrage de gros diamètre pouvant présenter un risque de chute
	Hauteur ouvrage : hauteur de l'ouvrage (tubage), accès à l'ouvrage ou au matériel de mesure nécessitant l'utilisation d'une échelle et pouvant présenter un risque de chute
	Circulation : intervention en bord de route, voie SNCF. Dans un espace public ou sur un trottoir si l'accès à l'ouvrage nécessite l'ouverture d'une trappe : risque de chute pour un tiers
	Attaque ou agression : présence d'animaux (chien, bovins, chevaux...), quartier sensible...
	Espace confiné : intervention en cave, avant-puits, cavité...
	Choc électrique : intervention sur un site nécessitant une habilitation
	Autre
Pérennité de l'ouvrage	Forte : ouvrage pérenne, aucune action à engager
	Moyenne : action(s) à envisager à moyen terme. Délai d'intervention C.
	Faible : action(s) à engager à court ou moyen terme. Délai d'intervention A ou B.
	Très faible : ouvrage non pérenne. Action(s) à engager en priorité. Délai d'intervention A.

Fiche mise au point par ONEMA/DEB/BRGM (février 2012)

Annexe 2

Recherche d'une non stationnarité dans les séries piézométriques

1. TESTS STATISTIQUES

1.1. Tests retenus et variables traitées

Une série chronologique (de pluies, de débits, de niveaux piézométriques, ...) est considérée comme non stationnaire si certaines de ses caractéristiques ont varié au cours du temps. Il peut y avoir :

- soit une modification graduelle au cours du temps, qui se manifeste par une tendance à la baisse (ou à la hausse) des valeurs de la série,
- soit une rupture (ou plus) survenant à une certaine date, les caractéristiques de la série n'étant plus les mêmes à partir de la date de rupture,
- soit un changement dans la distribution de probabilité d'une variable caractérisant la série à partir d'une date donnée.

Pour détecter ces changements et surtout leur significativité (au sens statistique), de nombreuses méthodes ont été mises au point depuis longtemps puis régulièrement affinées en hydro-climatologie, en particulier dans le cadre des études portant sur le "changement climatique".

On trouvera une liste de ces méthodes et de nombreuses références dans la thèse de B. Renard (2006) et dans un document de l'Organisation Météorologique Mondiale (Kundzewicz, 2000), voir références bibliographiques en fin de cette annexe.

On expose ci-dessous les méthodes et tests statistiques suivants mis en application dans le cadre de l'étude de séries piézométriques (Vernoux et Seguin, 2011) :

- pour la détection d'une tendance (cf. § 1.6.) :
 - la régression linéaire et le test de significativité du coefficient de régression,
 - la régression linéaire "modifiée" dans le cas d'une autocorrélation présente dans la série étudiée,
 - la méthode et le test de Mann Kendall,
 - le test de Mann-Kendall modifié dans le cas d'une autocorrélation ;
- pour la détection d'une rupture (cf. § 1.7.) :
 - le test de Pettitt.

1.2. Caractéristiques des tests de "tendance/rupture"

Les tests de Mann-Kendall et de Pettitt appartiennent à la catégorie des tests dits "non paramétriques".

Les tests "non paramétriques" ne nécessitent pas d'hypothèse sur la loi de distribution de la variable étudiée. Ils peuvent en particulier s'appliquer aux petits échantillons où la condition de Normalité est difficile à vérifier. Ils reposent pour la plupart sur un principe simple utilisant le classement des observations. Ils sont peu sensibles aux valeurs extrêmes.

Les tests "paramétriques" ne peuvent être utilisés que sous certaines conditions ; en particulier ils requièrent que les données soient distribuées suivant une certaine loi de probabilité, en général une Loi Normale (une transformation appropriée peut parfois être appliquée aux données pour rendre la distribution "Normale" si elle ne l'est pas).

1.3. Rappel sur les tests d'hypothèses

Les tests d'hypothèses ont pour but de vérifier la validité d'une hypothèse faite sur un échantillon de données. L'hypothèse à tester est classiquement appelée "*hypothèse nulle*" et désignée par H_0 . Si l'on décide de rejeter cette hypothèse, c'est pour admettre implicitement la validité d'une autre hypothèse H_a , appelée "*hypothèse alternative*".

La mise en œuvre du test nécessite la construction d'une *statistique de test*, c'est-à-dire d'une variable aléatoire dont on connaît la distribution de probabilité. La valeur calculée pour cette variable à partir de l'échantillon de données est ensuite comparée à la valeur théorique issue de la loi de probabilité pour un *niveau de confiance* (ou *seuil de risque*) que l'on se donne, désigné par α ; en général α est pris égal à 1%, 5% ou 10%.

Pour décider, la comparaison peut aussi être faite entre le seuil de risque que l'on se donne et la probabilité correspondant à la valeur calculée de la *statistique de test*, appelée "*p-value*".

La p-value est le niveau de confiance extrême du test qui permet de rejeter l'hypothèse nulle (H_0 sera rejetée au seuil de risque α si la p-value est inférieure à α). Plus la *p-value* sera faible, moins l'hypothèse nulle sera crédible et donc plus grande sera la confiance que l'on pourra accorder à l'hypothèse alternative.

Si l'hypothèse H_0 est rejetée au seuil α alors qu'elle est vraie, on commet une erreur appelée *erreur de première espèce*, dont la probabilité est α .

1.4. Problème de l'autocorrélation

Toute démarche probabiliste repose sur la notion d'indépendance des observations traitées. Il faut donc s'assurer que les valeurs successives de la série constituée sont bien indépendantes les unes des autres. C'est le cas en climatologie (précipitations) généralement le cas en hydrologie pour des valeurs mensuelles : dans une série pluriannuelle de débits moyens mensuels, le débit d'un mois donné est en général indépendant de celui du mois précédent (sans soutien d'une nappe). C'est encore plus vrai pour des valeurs moyennes annuelles.

Par contre, pour des nappes, le niveau d'un mois donné dépend en général du niveau des mois précédents, la "portée temporelle" de cette dépendance étant d'autant plus grande que "l'inertie" de la nappe est importante (par exemple la nappe des Calcaires de Beauce où les temps de régulation sont très longs, de plusieurs années). Il y a autocorrélation (corrélation entre elles des valeurs successives de la série).

Lorsque dans une série pluriannuelle de niveaux moyens mensuels on extrait les valeurs d'un mois donné pour constituer une série "dérivée", cette autocorrélation peut s'atténuer, voire disparaître. Dans le cas des grandes nappes, une autocorrélation significative peut néanmoins persister. C'est la raison pour laquelle il faut vérifier que la série dérivée vérifie bien la notion d'indépendance. Cette vérification peut se faire par l'intermédiaire d'un corrélogramme.

Le corrélogramme permet de mettre en évidence dans une série de données temporelles le degré de corrélation existant entre valeurs successives de la série pour des intervalles de temps croissants. Le corrélogramme représente graphiquement la corrélation qui existe

entre les valeurs de la série lorsqu'elles sont décalées de 1 pas de temps, puis 2 pas de temps, puis 3,

Pour s'affranchir de ce problème, plusieurs méthodes ont été proposées, dont deux sont décrites ci-après (§1.5.2 et 1.6.2).

1.5. Recherche d'une tendance par régression linéaire

1.5.1. Les valeurs de la série ne sont pas corrélées entre elles

• Conditions d'application du test de détection

Le modèle de régression linéaire est le suivant :

$$Y = a.t + b + E$$

- Y est la variable aléatoire associée aux valeurs mesurées $y(t)$,
- t est le temps,
- a est le coefficient de la régression (la pente de la droite),
- E est une variable aléatoire représentant les écarts par rapport à la droite de régression $a.t + b$

On souhaite savoir si le coefficient a est significativement différent de 0. L'hypothèse nulle à tester est donc " $H_0: a=0$ "

Outre le fait que les valeurs de la série étudiée ne doivent pas être corrélées entre elles (hypothèse d'indépendance à la base de toute étude probabiliste) l'application du test suppose que les valeurs e_i de la variable E (les "erreurs") soient :

- distribuées suivant une loi normale. Plus précisément, sur un plan théorique, les variables aléatoires associées à chacune des valeurs de la série doivent être distribuées suivant une loi normale. En effet pour pouvoir faire de l'inférence (estimation de paramètres), on associe à chacune des valeurs y_i d'un échantillon une variable aléatoire Y_i , chaque valeur de la série étant considérée comme une réalisation particulière des variables aléatoires associées.
- de moyenne nulle,
- non corrélées entre elles.

La vérification du calcul des résidus peut se faire au travers des tests suivants :

- test de Shapiro-Wilk (cf annexe) pour vérifier la "normalité" de la distribution,
- test de Durbin-Watson (cf annexe) pour vérifier l'absence d'autocorrélation.

1.5.2. Les valeurs de la série sont corrélées entre elles.

Comme mentionné ci-dessus, la présence d'autocorrélation dans une série de données biaise les tests statistiques qui reposent sur l'hypothèse d'indépendance des valeurs de la série (réalisations d'une variable aléatoire).

Pour pouvoir utiliser le test de régression linéaire, une solution, proposée par Bayley et Hammersley (1946) consiste à remplacer le nombre de valeurs n par un nombre $n^* < n$ ("*effective number of independant observations*"), ce nombre n^* renvoyant à une série dont les n^* valeurs correspondraient à des observations indépendantes (condition d'application du test de régression). Ce nombre n^* est calculé par la relation :

$$\frac{1}{n^*} = \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)\rho_k$$

ρ_k est le coefficient d'autocorrélation d'ordre k de la série étudiée.

1.6. Recherche d'une tendance par le test de Mann-Kendall

1.6.1. Les valeurs de la série ne sont pas corrélées entre elles

- Conditions d'application

S'applique à un échantillon de n valeurs indépendantes (non corrélées entre elles) pour détecter des tendances "monotones".

- Mise en œuvre du test

Le test repose sur le calcul de la somme suivante :

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(x_j - x_k)$$

où x_j et x_k sont deux valeurs successives de la série ($j > k$) et où :

$$\text{sgn}(x_j - x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j - x_k > 0 \\ 0 & \text{si } x_j - x_k = 0 \\ -1 & \text{si } x_j - x_k < 0 \end{cases}$$

On dénombre donc pour tous les couples (x_j, x_k) le nombre de cas où la 2^{ème} valeur est supérieure à la 1^{ère} et le nombre de cas où c'est l'inverse et on fait la différence entre ces deux nombres. Si la série est stationnaire, S doit être proche de 0.

Le test ne nécessite pas d'hypothèse sur la distribution des valeurs (test non paramétrique). Si la série est stationnaire (hypothèse H_0), alors :

- la moyenne de S est : $E(S) = 0$
- et sa variance est : $\text{Var}(S) = n(n-1)(2n+5)/18$

S'il y a des valeurs égales dans la série, la variance $\text{Var}(S)$ doit être calculée comme suit :

$$\text{Var}(S) = \frac{1}{18} \left[n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^q E_p(E_p-1)(2E_p+5) \right]$$

où E_p désigne le nombre d'égalités identifiées dans la série impliquant p valeurs.

Si le nombre n de valeurs de la série est supérieur à 10, la mise en œuvre du test fait intervenir la variable aléatoire Z définie par :

$$Z = \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} \quad \text{si } S > 0$$

$$Z = \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}} \text{ si } S < 0$$

$$Z = 0 \text{ si } S = 0$$

Une valeur positive de Z indique une tendance croissante.

Cette variable suit (approximativement) une loi normale centrée réduite. La probabilité d'observer une tendance pour laquelle la valeur de Z est au moins égale en valeur absolue à Z_{obs} est alors :

$$P(|Z| \geq |z_{\text{obs}}|) = 2(1 - \Phi(|z_{\text{obs}}|))$$

où Φ est la fonction de répartition de la loi normale.

L'hypothèse de stationnarité sera rejetée au niveau de signification α si cette probabilité calculée (p-value) est inférieure à α (elle est peu probable).

Le résultat du test, au niveau de signification α , s'obtient aussi en comparant la valeur Z_{obs} obtenue pour Z à la valeur théorique z_{th} de la distribution cumulée de la loi normale centrée réduite (fonction de répartition). Pour un test bilatéral (*two-tailed test*) visant la détection d'une tendance à un niveau de confiance α , H_0 est rejetée si la valeur absolue de Z est supérieure à $Z_{1-\alpha/2}$.

$$\text{si } |Z_{\text{obs}}| > Z_{\text{th}(1-\alpha/2)}, \text{ rejet de } H_0 \text{ au seuil de confiance } \alpha$$

1.6.2. Les valeurs de la série sont corrélées entre elles

Comme pour le cas de la régression linéaire, pour s'affranchir de l'autocorrélation, il est possible de calculer un nombre n^* d'observations supposées indépendantes, ce qui revient à substituer à la série initiale de n valeurs autocorrélées une série de n^* valeurs indépendantes, $n^* < n$ (nombre équivalent d'observations indépendantes).

Comme dans le cas de la régression linéaire, le nombre n^* peut être calculé en utilisant l'expression donnée par Bayley et Hammersley (1946) :

$$\frac{1}{n^*} = \frac{1}{n} + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \rho_k \quad \rho_k \text{ étant le coefficient d'autocorrélation d'ordre } k$$

et :

$$\text{Var}(S) = \frac{n}{n^*} \text{Var}_{\rho=0}(S)$$

1.7. Recherche d'une rupture par le test de Pettitt

Ce test peut être utilisé pour savoir si la série étudiée présente une rupture significative. Il s'agit d'un test non paramétrique.

L'hypothèse nulle est $H_0 =$ "absence de rupture" dans la série.

La mise en œuvre du test repose sur la variable aléatoire suivante :

$$U(k) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(X_j - X_i)$$

Comme dans le cas du test de Mann-Kendall :

$$\text{sgn}(x_j - x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j - x_k > 0 \\ 0 & \text{si } x_j - x_k = 0 \\ -1 & \text{si } x_j - x_k < 0 \end{cases}$$

La variable U s'apparente à la variable S du test de Mann-Kendall, mais dans ce cas les couples de valeur (x_j, x_i) sont formés par sélection d'une valeur de part et d'autre d'un point de rupture supposé de rang k dans la série. En faisant varier k de 1 à n-1, on obtient donc une variable U fonction de k.

La statistique de test est alors la variable :

$$Z = \max |U(k)|, k=1, \dots, n-1$$

La rupture possible se situerait alors au rang k_R correspondant au maximum de U(k).

La probabilité de dépassement de la valeur Z_{k_R} prise par la statistique Z du test sur la série observée est donnée par (Pettitt, 1979) :

$$\text{Prob}(Z > z_{k_R}) = 2 \exp\left(\frac{-6z_{k_R}^2}{n^3 + n^2}\right)$$

Pour un niveau de confiance α , l'hypothèse d'une rupture dans la série sera rejetée si cette valeur de probabilité est inférieure à α .

Quelques références bibliographiques

Hamed, K.H., Rao, A.R., 1998. A modified Mann–Kendall trend test for autocorrelated data. *J. Hydrol.* 204, 182–196.

Kundzewicz, Z. W. & Robson, A. (eds) (2000). Detecting Trend and Other Changes in Hydrological Data. World Climate Programme — Water, World Climate Programme Data and Monitoring, WCDMP-45, WMO/TD no. 1013. World Meteorological Organization.

Lettenmaier D.P., 1976 – Detection of trends in water quality data from records with dependant observations. *Water Resources Research*, Vol. 12, n°5.

Renard B. (2006). Détection et prise en compte d'éventuels impacts du changement climatique sur les extrêmes hydrologiques en France. Thèse INP Grenoble.

Vernoux J.F., Seguin J.J. (2011). Etablissement d'un réseau de référence piézométrique pour le suivi de l'impact du changement climatique sur les eaux souterraines. Année 1. Rapport BRGM/RP-59286-FR.

Yue, S., Wang, C.Y., 2002a. Applicability of prewhitening to eliminate the influence of serial correlation on the Mann–Kendall test. *Water Resour. Res.* 38 (6), 1068. doi:10.1029/2001WR000861.

Yue, S., Pilon, P. & Cavadias, G. (2002) Power of the Mann-Kendall and Spearman's rho tests for detecting monotonic trends in hydrological series. *J. Hydrol.* 259, 254–271.

Yue, S., Pilon, P. & Phinney, B. (2003) Canadian streamflow trend detection : impacts of serial and cross-correlation. *Hydrol. Sci. J.* 48(1), 51–63.

Annexe 3

Quelques éléments de statistique probabiliste

Fonction de répartition

Quantile

Période de retour

Intervalle de confiance d'un quantile

Tests d'adéquation d'une loi de probabilité

1. FONCTION DE RÉPARTITION THÉORIQUE ET EMPIRIQUE

1.1. Fonction de répartition théorique

Si X est une variable aléatoire, sa fonction de répartition (distribution cumulée des probabilités) est :

$$F(x) = P(X \leq x)$$

1.2 Fonction de répartition empirique

La fonction de répartition empirique (ou distribution cumulée de fréquences) d'une série de données s'obtient en classant les n valeurs x_i de la série par ordre croissant et en calculant les fréquences empiriques $F^*(x_i) = P(X \leq x_i)$ avec une relation du type :

$$F^*(x_i) = \frac{i-a}{n+1-2a} \quad 0 \leq a \leq 0.5$$

qui assure une symétrie autour de la médiane.

En traçant cette fonction à partir de l'échantillon disponible, on peut avoir une idée de la fonction de répartition théorique qu'il faudrait ajuster.

Formules pour différentes valeurs de a

La formule de **Hazen (a=0.5)** est souvent utilisée (en France) :

$$F^*(x_i) = \frac{i-0.5}{n}$$

Mais il en existe d'autres, par exemple :

- la formule de Weibull : $a=0 \rightarrow F^*(x_i) = \frac{i}{n+1}$,
- la formule de Cunane : $a=0.4 \rightarrow F^*(x_i) = \frac{i-0.4}{n+0.2}$,

Exemple

Soit la série de valeurs maximales annuelles présentée ci-dessous (illustration 1), extraites d'une série de niveaux de nappe à cycles annuels (1956 à 2010).

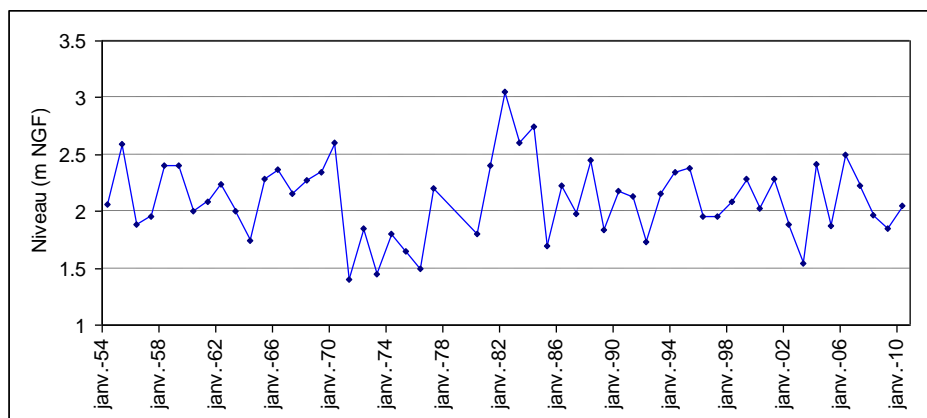


Illustration 1 - Maxima annuels extraits d'une série de niveaux piézométriques (1956 à 2010)

La fonction de répartition empirique (ou distribution de fréquence cumulée), calculée avec la formule de Hazen d'une part et la formule de Weibull d'autre part, est représentée sur l'illustration ci-dessous.

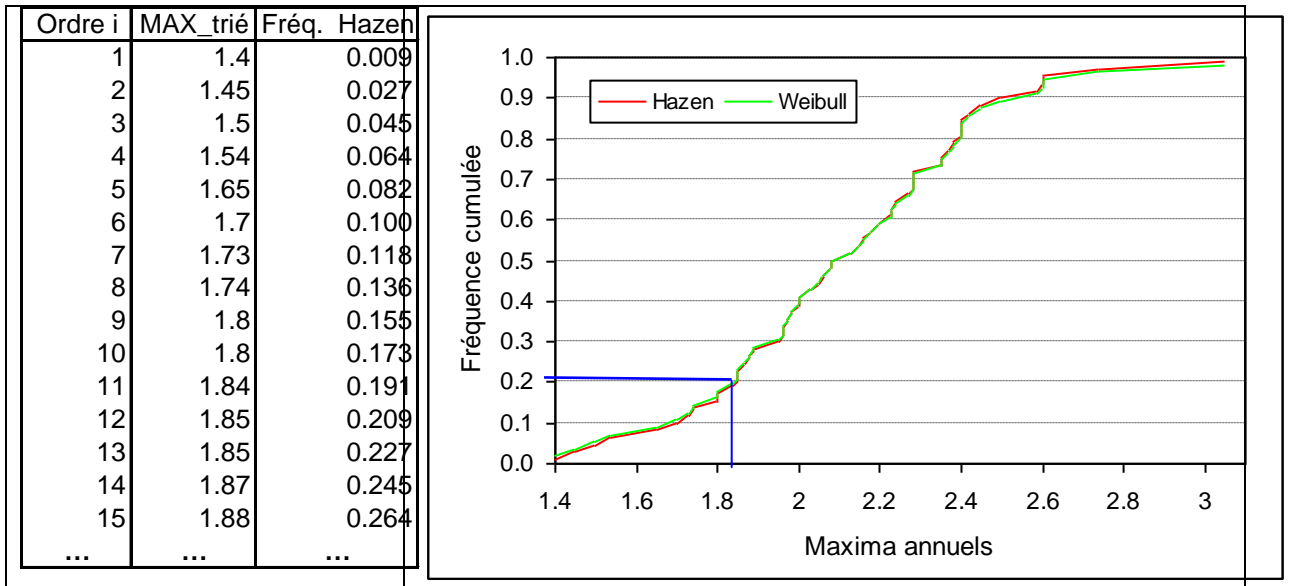


Illustration 2 - Fonction de répartition empirique des maxima (série ci-dessus) calculée avec la formule de Hazen

2. QUANTILE

2.1. Définition

Soit $F(x)$ la fonction de répartition d'une variable aléatoire X et soit p une valeur de cette fonction de répartition.

A cette valeur correspond une valeur x_p de la variable X : $p = F(x_p)$. Le quantile d'ordre p (ou p -quantile) de la distribution de X est donc la valeur x_p telle que :

$$x_p = F^{-1}(p)$$

Les "4-quantiles" sont les quartiles, c'est à dire les 3 valeurs qui divisent les données triées en 4 parts égales.

La médiane est le quantile d'ordre 2.

2.2. Calculs

La valeur d'un quantile peut être lue directement à partir de la courbe de fréquence empirique (cf § 1.2), ce qui est parfois peu précis.

On peut aussi la calculer : il existe pour cela plusieurs formules (ne fournissant pas les mêmes résultats pour un quantile donné quand le nombre de valeurs est faible).

Outre la méthode de calcul utilisée par Excel, il en existe d'autres utilisées dans des logiciels dédiés à l'analyse statistique (SAS, MiniTab, ...).

On présente ci-après la méthode proposée par défaut dans le logiciel de statistique SAS.

Méthode du logiciel SAS :

On commence par ordonner en ordre croissant la série des niveaux (ou des profondeurs) de l'échantillon extrait de la chronique (par exemple les valeurs maximales sur n années).

Soit x_q le quantile correspondant à une fréquence donnée F_q (0.9, 0.8, 0.5, ...) et soit n le nombre de valeurs de la série. On calcule le produit n.F que l'on décompose en une partie entière j et une partie décimale d :

$$nF_q = j + d$$

Le quantile correspondant à la fréquence cumulée F_q est :

$$x_q = \frac{(x_j + x_{j+1})}{2} \quad \text{si } d=0 \quad j \text{ étant la partie entière du produit np}$$

$$x_q = x_{j+1} \quad \text{si } d>0$$

Méthode Excel

On décompose non pas n.F mais (n-1)F

$$(n-1)F_q = j + d$$

Le quantile correspondant à la fréquence F est :

$$x_q = (1-d)*x(j+1) + d*x(j+2) \quad x(0) \text{ est pris égal à } x(1)$$

Avec Excel, le calcul est direct grâce à la fonction CENTILE, directement applicable sur la série brute (sans l'ordonner) :

= CENTILE(A1:A55;0.9) renvoie le quantile correspondant à la fréquence cumulée 0.9

Exemple

Il s'agit toujours de l'exemple de la série des maxima annuels.

Fréquence F	n.F	Partie entière de n.F	Partie décimale de n.F	Méthode SAS		Méthode Excel (calcul direct par Excel)
0.9	49.50	49	0.5	2.450		2.480
0.8	44.00	44	0	2.390		2.388
0.5	27.50	27	0.5	2.080		2.080
0.2	11.00	11	0	1.845		1.842
0.1	5.50	5	0.5	1.650		1.700

3. PÉRIODE DE RETOUR

3.1. Définition et conditions d'application

La notion de période de retour est une notion statistique qui suppose que soient respectées les hypothèses classiques :

- de stationnarité de la série étudiée,
- d'indépendance des événements successifs auxquels on s'intéresse.

Soit $F(x)$ la fonction de répartition de la variable X étudiée, c'est-à-dire la probabilité de non dépassement d'une certaine valeur x_p de X :

$$F(x_p) = P(X \leq x_p) = p$$

Soit q la probabilité de dépassement (appelée aussi fréquence d'apparition) : $q = 1 - F(x_p) = 1 - p$

La période de retour de l'évènement $X > x_p$ est le **temps moyen** entre deux occurrences successives de cet évènement. Elle est définie par :

$$T = \frac{E[\tau]}{1 - F(x_p)} = \frac{1}{1 - p} = \frac{1}{q}$$

$E[\tau]$ est l'espérance du temps d'attente entre deux occurrences successives de la variable étudiée ($\tau=1$ s'il s'agit de valeurs régulièrement espacées, annuelles par exemple).

Si l'on s'intéresse à des "années humides" ($p > 0.5$) et à des "années sèches" ($q > 0.5$), on aura :

$$T = \frac{1}{1 - p} = \frac{1}{q} \quad \text{si } p > 0.5 \text{ (années "humides")}$$

$$T = \frac{1}{p} \quad \text{si } p < 0.5 \text{ ("années sèches")}$$

Si la fréquence de **dépassement** est $q = 0.1$, la période de retour est de 10 ans (en "années humides").

Si la fréquence de **non dépassement** est $p = 0.1$ (non dépassement $q = 0.9$), la période de retour est aussi de 10 ans mais en "années sèches".

3.2. Exemples

- La série des maxima annuels de l'illustration 1 ci-dessus répond aux conditions requises pour le calcul d'une période de retour : elle est manifestement sans tendance (ce que l'on peut vérifier en lui appliquant un "test d'indépendance") et il n'y a pas d'autocorrélation.
- La série piézométrique de moyennes annuelles ci-dessous (illustration 3) est non stationnaire (tendance à la baisse significative). La notion de période de retour est évidemment non applicable.
- La série des niveaux moyens annuels au piézomètre de Trancrainville (illustration 4) ne répond pas non plus aux conditions requises pour calculer une période de retour (3 cycles seulement et forte autocorrélation).

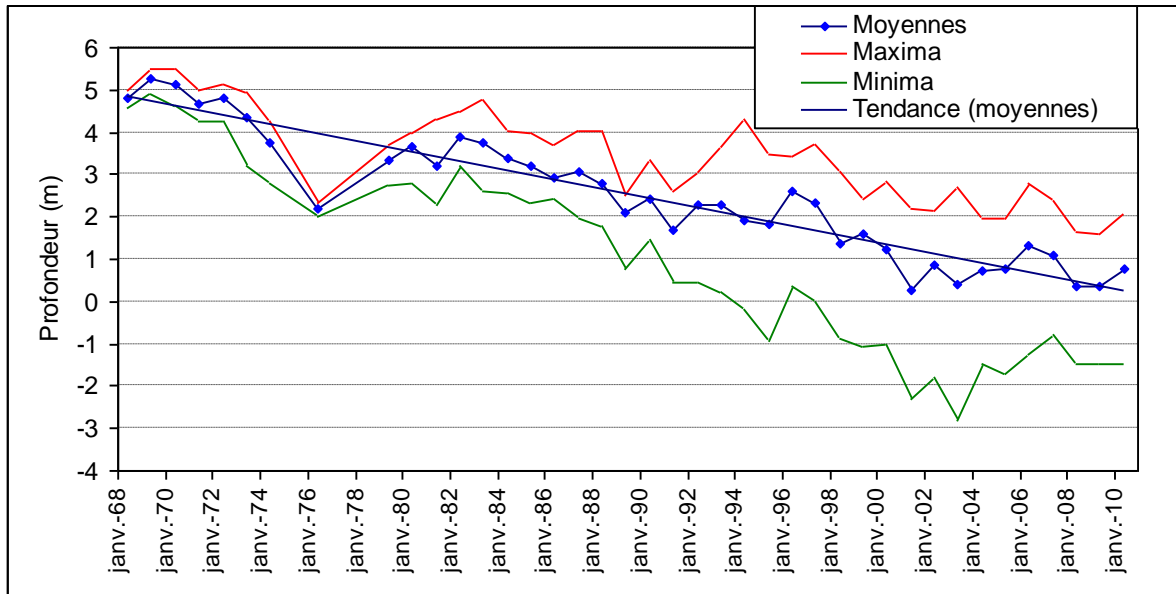


Illustration 3 – Exemple de séries non stationnaires

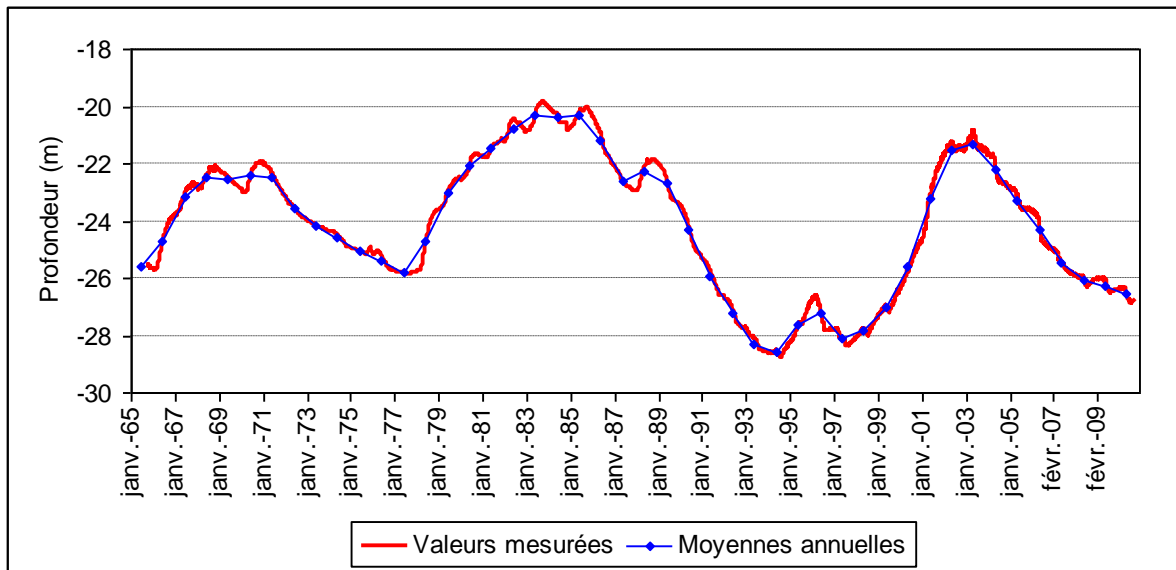


Illustration 4 – Exemple de série à grands cycle pluriannuels et aux valeurs fortement autocorrélées (piézomètre de Trancrainville, nappe des Calcaires de Beauce)

4. INTERVALLE DE CONFIANCE D'UN QUANTILE

4.1 Méthode classique

Etant donné un échantillon de n valeurs suivant une certaine loi de probabilité, si $\hat{\theta}$ est une estimation d'un paramètre θ de cette loi (par exemple moyenne, variance, ...), paramètre dont on peut montrer qu'il suit asymptotiquement une loi normale et si l'on connaît l'erreur standard σ_θ de ce paramètre, alors l'intervalle de confiance de θ au seuil de risque α est donné par :

$$\hat{\theta}_1 = \hat{\theta} - u_{1-\alpha/2} \sigma_\theta \quad \text{et} \quad \hat{\theta}_2 = \hat{\theta} + u_{1-\alpha/2} \sigma_\theta \quad (1)$$

où $u_{1-\alpha/2}$ est la valeur de la loi normale réduite pour $1-\alpha/2$

4.2. Intervalles de confiance pour quelques lois de probabilité

4.2.1. Loi normale

Pour une loi normale, une approximation de la variance d'un quantile x_q est donnée par :

$$\text{Var}[x_q] = \sigma_q^2 = \frac{s_{\text{éch}}^2}{n} \left(1 + \frac{u_q^2}{2}\right)$$

où $s_{\text{éch}}^2$ est une estimation de l'écart-type de l'échantillon considéré et u_q est la valeur de la loi normale réduite correspondant au quantile x_q .

D'après (1) les bornes de l'intervalle de confiance sont alors :

$$\hat{x}_q \pm u_{1-\alpha/2} \frac{s_{\text{éch}}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{u_q^2}{2}} \quad (2)$$

Une expression plus complète (cf en particulier *Informations techniques du CTGREF*, cahier 31, Sept. 1978) est donnée par :

$$\hat{x}_q \pm \frac{u_{1-\alpha/2} \frac{s_{\text{éch}}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{u_q^2}{2}} \pm \frac{u_{1-\alpha/2}^2}{2n} u_q}{1 - \frac{u_{1-\alpha/2}^2}{2n}} \quad (3)$$

4.2.2. Loi log-normale

Si la variable X suit une loi log-normale, la variable $Y = \text{Ln}X$ suit une loi normale. On peut donc utiliser les formules (2) ou (3) ci-dessus en travaillant sur le logarithme des valeurs et en repassant aux valeurs de la série initiale pour avoir les intervalles de confiance des quantiles.

4.2.3. Loi de Gumbel

Fonction de répartition : $F(x) = e^{-\exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right)}$

L'intervalle de confiance dépend de la méthode d'estimation utilisée pour le calcul des paramètres α et β (méthode des moments / méthode du maximum de vraisemblance)

1) Intervalle de confiance quand l'estimation des paramètres de la loi est calculée par la *méthode des moments*

Le quantile x_q correspondant à une probabilité de non dépassement $F(x_q)$ est :

$$x_q = \alpha + \beta u_q \quad \text{avec} \quad u_q = \frac{x_q - \alpha}{\beta}$$

Les estimations des paramètres α et β par la méthode des moments sont données par :

$$\hat{\alpha}_{MM} = \hat{\mu} - 0.5772 \hat{\beta}_{MM}$$

$$\hat{\beta}_{MM} = 0.7797 \hat{\sigma}$$

D'où :

$$\hat{x}_q = \hat{\mu} + 0.7797 \hat{\sigma} (u_q - 0.5772) = \hat{\mu} + K_q \cdot \hat{\sigma}$$

On montre ensuite que l'erreur type (écart-type de \hat{x}_q) recherchée pour le calcul de l'intervalle de confiance est (formule de Dick et Darwin) :

$$\sigma_{x_q} = \frac{s}{\sqrt{n-1}} \sqrt{(1 + 1.1394 K_q + 1.1 K_q^2)} \quad s \text{ étant l'écart-type de l'échantillon}$$

En faisant intervenir u_q :

$$\sigma_{x_q} = \frac{s}{\sqrt{n-1}} \sqrt{(0.709923 + 0.11657 u_q + 0.668725 u_q^2)}$$

Il suffit ensuite d'utiliser la relation générale (1) en remplaçant σ_θ par σ_{x_q} pour obtenir l'intervalle de confiance.

2) Intervalle de confiance quand l'estimation des paramètres de la loi est calculée par la *méthode du maximum de vraisemblance*.

Dans ce cas, l'erreur type est donnée par (Kite, Masson) :

$$\sigma_{x_q} = \frac{\hat{b}_{MV}}{\sqrt{n}} \sqrt{1.1086 + 0.514 u_q + 0.6979 u_q^2}$$

\hat{b}_{MV} étant l'estimation du paramètre β par la méthode du maximum de vraisemblance.

5. TESTS D'ADÉQUATION D'UNE LOI

Il s'agit de tester l'hypothèse (dite "hypothèse nulle H_0 ") :

" l'échantillon de données suit la loi de probabilité $P(x)$ "

contre l'hypothèse alternative (H_1) :

" l'échantillon de données ne suit pas la loi de probabilité $P(x)$ ".

Pour cela, il existe différents tests souvent utilisés simultanément pour renforcer la décision d'acceptation ou de rejet de H_0 .

A chaque test est associée une "statistique S ", une fonction des données observées qui est une mesure du degré d'adéquation de la loi testée à l'échantillon. Connaissant la loi de probabilité S suivie par cette "statistique", pour choisir entre les 2 hypothèses, on compare la valeur calculée S_c de S à la valeur théorique S_{th} fournie par la loi de probabilité S au seuil de risque α choisi ; si la valeur calculée est inférieure à la valeur théorique, l'hypothèse H_0 pourra être acceptée :

$$\text{si } S_c < S_{th} \rightarrow H_0 \text{ acceptée}$$

Le résultat d'un test peut aussi être exprimé par l'intermédiaire de la "p-value" qui est la probabilité correspondant à la valeur calculée du test. Si cette probabilité est relativement forte l'hypothèse H_0 est plausible et pourra être acceptée. Si elle est faible, inférieure au seuil de risque α , l'hypothèse H_0 est peu vraisemblable et pourra être rejetée.

$$\text{si p-value} < \text{seuil de risque } \alpha \rightarrow H_0 \text{ rejetée au seuil } \alpha$$

Les logiciels de statistique appliquent en général plusieurs tests et en expriment les résultats soit en fournissant la p-value (qu'il faut alors comparer au seuil de risque α choisi) soit en fournissant la valeur de la statistique du test, à comparer avec la valeur de la loi suivie par cette statistique pour le seuil de risque α .

On présente succinctement quelques uns de ces tests.

5.1. Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test est basé sur une mesure de la plus grande distance entre la fonction de répartition théorique F_{th} et la fonction de répartition empirique F_{obs} .

Si la valeur calculée de la "statistique" du test (notée **D**) est inférieure à la valeur théorique de la loi suivie par la "statistique", calculée pour le seuil de risque α choisi, alors l'hypothèse d'adéquation peut être acceptée.

$$\text{si } D < D_{th}, \text{ alors } H_0 \text{ acceptée}$$

En termes de probabilité : si la p-value calculée est inférieure au seuil de risque α , l'hypothèse H_0 pourra être rejetée.

5.2. Test d'Anderson-Darling

Le test compare la fonction de répartition théorique F_{th} à la fonction de répartition empirique F_{obs} . Une fonction de pondération permet de donner plus de poids aux faibles et fortes fréquences.

Si la valeur calculée de la "statistique" du test (notée classiquement **A²**) est inférieure à la valeur théorique de la loi suivie par cette "statistique", calculée pour le seuil de risque α choisi, alors l'hypothèse d'adéquation peut être acceptée.

$$\text{si } A^2 < A_{th}^2 \text{ alors } H_0 \text{ acceptée}$$

En termes de probabilité : si la p-value calculée est inférieure au seuil de risque α , l'hypothèse H_0 pourra être rejetée.

5.3. Test de Cramer - Von Mises

Par rapport au test de Kolmogorov-Smirnov, où seul l'écart maximum entre la distribution empirique et la distribution théorique ajustée entre en considération, l'indicateur d'écart du test de Cramer-Von Mises prend mieux en compte l'ensemble des données en faisant intervenir la somme des écarts.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} [F^*(x) - F(x)]^2 dF$$

Si la valeur calculée de la "statistique" du test est inférieure à la valeur théorique de la loi suivie par cette "statistique", calculée pour le seuil de risque α choisi, alors l'hypothèse d'adéquation est acceptée.

En termes de probabilité : si la p-value calculée est inférieure au seuil de risque α , l'hypothèse H_0 pourra être rejetée.

5.4. Test de Shapiro-Wilk

Il s'agit d'un test de "normalité" décrit dans :

Shapiro, S. S.; Wilk, M. B. (1965). "An analysis of variance test for normality (complete samples)". *Biometrika* 52 (3-4): 591–611.

Le test de Shapiro-Wilk est considéré comme un test de "normalité" très puissant pour les petits effectifs ($n < 50$). Il teste l'hypothèse nulle selon laquelle un échantillon de données x_1, \dots, x_n est issu d'une population distribuée suivant une loi normale.

Si la valeur calculée de la "statistique" du test (notée W) est inférieure à la valeur $W_{1-\alpha, n}$ correspondant au niveau de signification α choisi, alors l'hypothèse de normalité doit être rejetée (ou, de façon équivalente, si la p-value calculée est inférieure au niveau α).

Annexe 4

Autocorrélation et corrélation croisée

1. Autocorrélation et corrélogramme

Toute démarche probabiliste repose sur la notion d'indépendance des observations traitées. Il faut donc s'assurer que les valeurs successives de la série étudiée sont bien indépendantes les unes des autres. C'est généralement le cas en hydrologie pour les valeurs mensuelles de cours d'eau pas trop importants (et en l'absence d'un soutien important d'une nappe) où le débit d'un mois donné est en général indépendant de celui du mois précédent (c'est encore plus vrai pour des valeurs moyennes annuelles). Par contre, dans le cas des nappes, le niveau d'un mois donné dépend en général du niveau des mois précédents, la "longueur temporelle" de cette dépendance étant d'autant plus grande que "l'inertie" de la nappe est importante (par exemple la nappe des Calcaires de Beauce où les temps de régulation sont très longs, de plusieurs années). Il y a autocorrélation : les valeurs de la série sont corrélées entre-elles, ce que l'on peut exprimer par l'intermédiaire d'un coefficient d'autocorrélation.

De même, deux séries $X(t)$ et $Y(t)$ peuvent être temporellement corrélées, par exemple pluies et niveaux d'une nappe ou niveaux et débits du cours d'eau drainant la nappe. On définit alors un coefficient de corrélation croisée.

Soit une série temporelle $X(t)$ de N observations, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, séparées d'un pas de temps Δt . On définit le coefficient d'autocorrélation entre observations séparées d'un intervalle $k\Delta t$ par :

$$\rho(k) = \frac{\text{Covariance}(X_i, X_{i+k})}{\sqrt{\text{Variance}(X_i)}\sqrt{\text{Variance}(X_{i+k})}}$$

Après quelques simplifications, la formule classiquement utilisée est :

$$\rho(k) = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{avec } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{moyenne des } n \text{ valeurs de la série}$$

Le corrélogramme est le tracé du coefficient d'autocorrélation en fonction de l'incrément de temps k (ou "lag"), de $k=0$ à $k= k_{\max}$

2. Corrélation croisée

Il s'agit de la corrélation temporelle entre deux séries $X(t)$ et $Y(t)$ calculée pour des observations x_i et y_i séparées d'un intervalle de temps $k\Delta t$ ($k=0, 1, 2, \dots, k_{\max}$) :

$$\rho_{x,y}(k) = \frac{\text{Covariance}(X_i, Y_{i+k})}{\sqrt{\text{Variance}(X_i)}\sqrt{\text{Variance}(Y_{i+k})}}$$

Après quelques simplifications :

$$\rho_{x,y}(k) = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x})(y_{i+k} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$\text{avec } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{moyenne des } n \text{ valeurs de la série } X$$

$$\text{et } \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad \text{moyenne des } n \text{ valeurs de la série } Y$$

Remarque: cette formulation suppose que la série Y dépend causalement de la série X.

3. Exemples

Dans le cas des grandes nappes, à forte inertie, une autocorrélation significative peut persister sur plus d'une année. Ceci est illustré par l'illustration 5 ci-après pour les niveaux mesurés au piézomètre de Saint-Martin-Chennetron captant la nappe des Calcaires de Champigny.

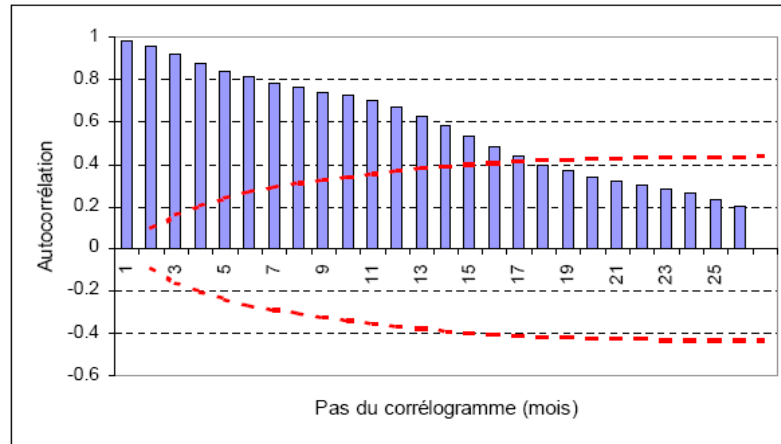


Illustration 5 - Corrélogramme des niveaux moyens mensuels de Janvier 1969 à Mars 2005 (en tirets rouges, l'intervalle de confiance)

Lorsque dans une série pluriannuelle de niveaux moyens mensuels on extrait les valeurs d'un mois donné pour constituer une série "dérivée", cette autocorrélation peut disparaître, mais pas toujours. En reprenant l'exemple du piézomètre de Saint Martin Chennetron, on voit (illustration 6) que l'autocorrélation d'une portée de l'ordre de l'année mise en évidence dans la série des valeurs mensuelles successives réapparaît dans les valeurs mensuelles de Décembre (niveaux les plus bas observés). Les valeurs espacées de 1 an apparaissent en effet encore corrélées.

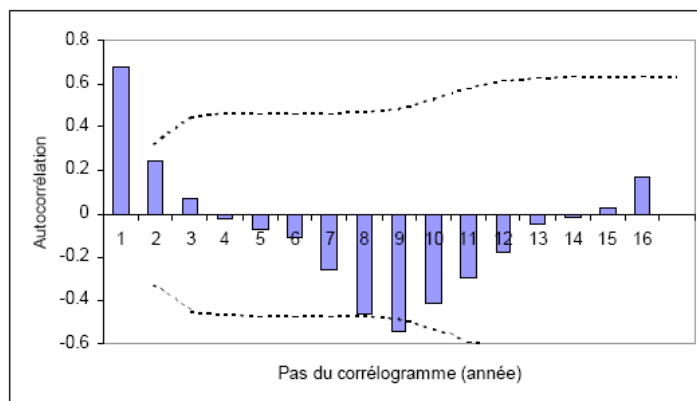


Illustration 6 - Corrélogramme des niveaux moyens mensuels de Décembre

Le corrélogramme croisé (illustration 7) permet notamment d'évaluer le décalage temporel existant entre les deux séries. Dans l'exemple ci-dessus le décalage est d'environ 5 pas de temps (5 décades).

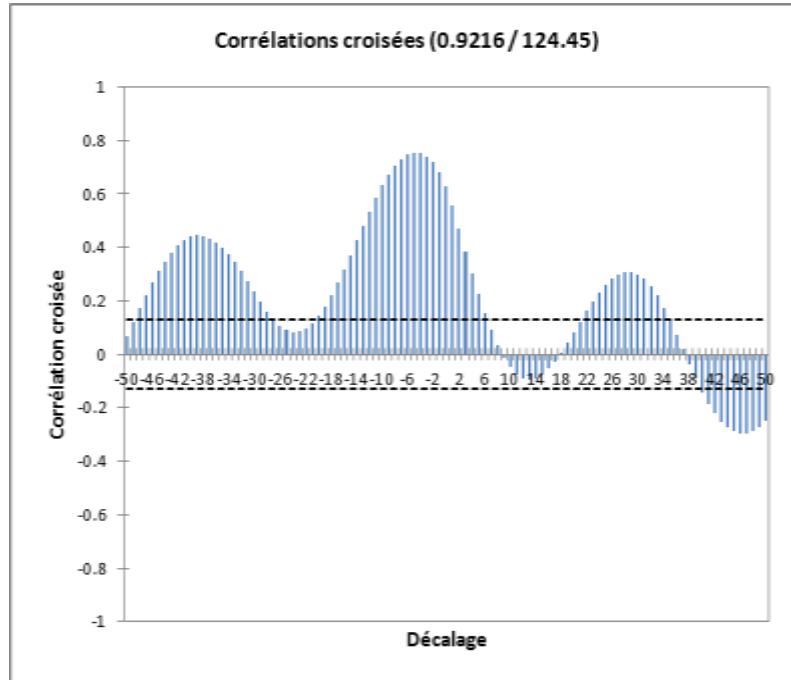


Illustration 7- Exemple de corrélogramme croisé entre débits et niveaux piézométriques décadaires

...

ONEMA
Hall C – Le Nadar
5 square Félix Nadar
94300 Vincennes
01 45 14 36 00
www.onema.fr

BRGM
3 avenue Claude Guillemin
45060 Orléans Cedex 2
02 38 64 34 34
www.brgm.fr