MINISTÈRE DU DÉVELOPPEMENT INDUSTRIEL ET SCIENTIFIQUE

BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES

SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL B.P. 6009 – 45018 Orléans Cédex – Tél.: (38) 66.06.60

CALCUL DE LA VITESSE D'ÉCOULEMENT DES EAUX SOUTERRAINES A PARTIR DE LA MESURE DES TEMPÉRATURES DE SUBSURFACE

(COMPUTATION OF GROUND-WATER FLOW FROM SUBSURFACE TEMPERATURES)

Ground-water studies – Guide international de recherches hydrogéologiques UNESCO 1972

Traduction Ph. DAGUE



Service géothermie Avenue Pierre Georges Latécoère, 31400 Toulouse – Tél.: (61) 52.12.14



Septembre 1972

RESUME

Il a paru intéressant de présenter aux hydrogéologues cette traduction, rapport méthodologique qui fait le point sur les mesures de températures dans les forages de recherche ou d'exploitation d'eau.

L'auteur y décrit quelques formules, applicables dans certains cas particuliers, pour calculer la vitesse d'écoulement de l'eau, horizontale ou verticale, la transmissivité et la drainance d'aquifères où des mesures de température sont possibles.

Les conditions auxquelles doivent satisfaire les forages de mesure de température sont exposées.

La valeur des calculs théoriques présentés est indiscutable mais il est permis de se demander si les hétérogénéités introduites dans la réalité, par exemple par des strates conductrices privilégiées, n'induisent pas de variations supérieures à celles qui affectent les paramètres pris en compte dans l'étude théorique.

En fait, ce rapport a pour but d'attirer l'attention sur l'intérêt que peuvent présenter les mesures de température dans les forages et de chercher, à l'avenir, à tirer parti de ces données, en confrontant sur le terrain, à l'aide de quelques exemples bien choisis, la théorie et la pratique.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Page

14

1 - Calcul de la transmissivité des aquifères présentant un pendage	3
2 - Conductivité hydraulique verticale de niveaux "imperméables"	6
3 - Circulation verticale près de la surface du sol	7
4 - Mesure des températures de subsurface	10

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE

Table	de	la	fonction	f	(β,	z/L)	16
-------	----	----	----------	---	-----	------	----

TABLE DES FIGURES

	Pag	çe
Figure_n°_1		
Bilan de l'Energie thermique à la	surface de la terre l	L
Figure n° 2		
Coupe d'un aquifère présentant un	pendage 4	ł
Figure n° 3a		
Coupe d'un niveau semi-imperméabl	e 4	ł
Figure n° 3b		
Courbes types de la fonction f (\not	31, z/l) 9)
Figure n° 4a		
Gradients critiques de température	e pour le début des	
convections dans les puits de pet	it diamètre remplis	
d'eau douce ou d'eau salée		1
Figure_n°_4b		
Gradients critiques de température	e pour le début des	
convections dans les puits de pet	it diamètre remplis	
de glycérine	12	}

CALCUL DE LA VITESSE D'ECOULEMENT DES EAUX SOUTERRAINES

A PARTIR DE LA MESURE DES TEMPERATURES DE SUBSURFACE

INTRODUCTION

Le régime thermique du manteau terrestre est influencé tant par les apports et les émissions de chaleur de ce manteau que par ses caractéristiques thermiques. Les principaux échanges affectant le régime thermique sont figurés ci-dessous (Budyko, 1956, p. 222-3).



Quand on effectue le calcul du bilan thermique de la partie supérieure du manteau terrestre, on a l'habitude de considérer que les effets de radiations solaires sont limités à une profondeur de 20 à 40 m. C'est la profondeur de pénétration de la variation annuelle de température transmise depuis la surface terrestre par la conductivité thermique moléculaire des roches. Cependant, l'eau est libre de se déplacer dans les aquifères dans la plus grande partie du manteau supérieur et il peut en résulter une extension considérable de l'influence des radiations solaires, par convection jusqu'à des profondeurs qui dépassent les limites de l'onde de variation thermique annuelle (Schoeller, 1949 ; Frolov, 1958, 1964, 1966 ; Ogil'vy, 1959).

Il apparaît à l'évidence, sur la figure 1, que le flux de chaleur d'origine endogène est négligeable par rapport aux composantes du flux dans l'atmosphère et à la surface de la terre. Cependant, les roches et l'eau en dessous de la surface sont de bien mauvais conducteurs et la distribution des températures souterraines est donc affectée notablement par les barrières thermiques et par les mouvements de l'eau.

Les études consacrées au bilan thermique terrestre, y compris quelques travaux sur l'interaction entre l'écoulement de chaleur et celui des fluides, sont rapportées dans des publications variées sur l'écoulement de la chaleur (Budyko, 1956 ; Elder, 1965 ; Sellers, 1965). Des applications directes ont été faites par Schild (1957) qui discute les relations entre l'écoulement de chaleur et de pétrole à travers un milieu poreux ; et par Ogil'vy (1959), Stallman (1960) et Suzuki (1960) qui décrivent brièvement les équations qui régissent un écoulement tridimensionnel simultané de chaleur et d'eau souterraine.

L'écoulement thermique à travers un aquifère résulte de deux mécanismes : conduction et convection. L'écoulement par conduction est directement proportionnel à la conductivité thermique de l'ensemble roche-eau. Le transport par convection résulte du déplacement de la chaleur d'un point à un autre avec le liquide en mouvement et ce phénomène, qui se superpose à l'écoulement par conduction, est proportionnel à la vitesse du liquide. Si la conduction est seule responsable de l'écoulement de chaleur souterrain, la distribution des températures à l'intérieur d'un volume quelconque peut être déterminée, connaissant leur distribution à la surface de ce volume. La différence entre ces températures (a) mesurées dans des conditions connues qui incluent un liquide en mouvement et les températures (b) calculées en supposant que la chaleur se transmet uniquement par conductivité est directement liée à la vitesse de l'écoulement des eaux souterraines. C'est ce principe fondamental qui est la base du calcul de la vitesse de circulation des eaux souterraines à partir des températures mesurées.

Le développement des expressions algébriques auxquelles satisfont les équations différentielles des écoulements simultanés de chaleur et d'eau, assorties des conditions aux limites complexes trouvées sur le terrain, est généralement hors de portée de la plupart des études hydrogéologiques. L'ordinateur peut être employé pour trouver des solutions particulières par l'intermédiaire de la méthode des éléments finis. Cependant, cette approche est longue, difficile et coûteuse. Quelques types d'aquifères ont été analysés et représentés à travers des équations hautement simplifiées. Trois exemples seront décrits ci-dessous.

1 - Calcul de la transmissivité des aquifères présentant un pendage

C'est un problème classique des études de reconnaissance que de chercher à déterminer la transmissivité d'un aquifère avec le minimum d'efforts. Quand le pendage de l'aquifère est connu, quand l'écoulement de l'eau se fait dans le sens du pendage, quand l'écoulement est permanent, et que le régime thermique en profondeur n'est pas modifié par la topographie, les profils de température et les gradients de chaleur peuvent être utilisés pour calculer la transmissivité.

La figure 2 représente en coupe un tel aquifère. La position des points de mesure au toit, au milieu et au mur de l'aquifère (points 1, 2 et 3) sont représentés sur la figure 2. En reportant de telles observations dans l'équation ci-dessous (Stallman, 1960), on obtient une estimation de $v_{x'}$ vitesse de l'écoulement de l'eau dans le sens du pendage.



Figure n° 3a:: Coupe d'un niveau semi-imperméable

$$\frac{\vartheta_1 + \vartheta_3 - 2 \vartheta_2}{\Delta z^2} = \frac{C_{PW} PW U_x}{k_{WS}} (sing) \frac{\vartheta_1 - \vartheta_3}{2\Delta z} (1)$$

avec

81,2,3	= températures mesurées aux points 1, 2 et 3
Cpu	= chaleur spécifique de l'eau
ρω	= densité de l'eau
kus	= conductivité thermique de l'ensemble eau/solide
Δz	= intervalle profondeur entre les points de mesure de tempé-
	rature

Exemple :

$$siGwf_{w} = 1 \text{ cal/cm}^{3/\circ}C$$

 $k_{wb} = 6,2 \times 10^{-3} \text{ cal/sec/cm/}^{\circ}C \text{ (Birchetal, 1942, p.258)}$
 $\propto = 5^{\circ}$

Compte tenu des températures suivantes mesurées dans un aquifère où $\Delta_z = 50 \text{ m}$:

L'équation (1) donne :

$$\frac{(-0,40)}{2,5 \times 10^7} = \frac{(0,087) (-0,80)}{6,2 \times 10^{-3} \times 2 \times 5 \times 10^3} ^{\vee} \times \frac{1}{2}$$

v x = 1,43 x 10⁻⁵ cm/sec
= 1,23 cm/jour

On calcule la transmissivité T en combinant ce résultat avec la formule de Darcy et en connaissant le gradient hydraulique I. $v_x = K I$ et T = K m (2) avec m, puissance de l'aquifère

soit $I = 1 \times 10^{-3}$ et m = 100 m

alors
$$K = 1,23/1 \times 10^{-3} = 1,23 \times 10^{3}$$
 cm/jour

et
$$T = 1,23 \times 10^3 \times 10^4 = 1,23 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{jour}$$

Cet exemple montre à l'évidence que dans beaucoup de cas pratiques, la vitesse de circulation de l'eau souterraine perturbe de manière mesurable le régime thermique. Réciproquement, il apparaît possible dans des cas déterminés d'utiliser les mesures de température pour calculer la vitesse de circulation de l'eau souterraine.

De tels calculs ont été conduits à partir de résultats obtenus sur quatre sites aux U.S.A. et les valeurs calculées de v coîncident bien avec celles que l'on a pu obtenir par d'autres méthodes hydrogéologiques (R.W. Stallman, communications personnelles, 1969).

2 - Conductivité hydraulique verticale de niveaux "imperméables"

L'écoulement entre aquifères dans les conditions naturelles ou dans les conditions résultant de pompage est fonction de la conductivité hydraulique des niveaux imperméables mais il n'existe pratiquement pas de méthodes de terrain qui permettent d'accéder à ce paramètre.

Quand un écoulement significatif à travers un niveau "imperméable" existe, il en résulte une distorsion du régime des températures qui peut être utilisée pour calculer la vitesse de l'écoulement. La vitesse calculée associée à une répartition connue des charges hydrauliques permet d'estimer la conductivité hydraulique.

Bredehoeft et Papadopulos (1965) ont construit, à l'aide d'ordinateurs, les courbes types dans le cas d'écoulement permanent et parallèle d'eau et de chaleur le long de l'axe z. Le schéma du système et sa descri**p**tion sont reportés sur la figure 3a. Ils trouvent que la vitesse verticale dans un horizon imperméable peut être exprimée par :

$$\sigma_z = k_{ws} \beta_1 / C_{pw} \rho_w L \qquad (3)$$

avec L = distance verticale entre les extrémités de l'intervalle de mesure sélectionné

 β_1 = paramètre sans dimension défini dans l'équation (3)

La valeur de β_1 est trouvée en comparant les valeurs de \underline{z} observées avec $(\forall_{\underline{z}} - \vartheta_{\underline{v}})/(\vartheta_L - \vartheta_{\underline{v}}) = f(\beta_1, z/L)$ obtenu à partir des courbes types. Les valeurs de $f(\beta_1, z/L)$ pour des valeurs données de β_1 et z/L sont données en annexe et sont exprimées graphiquement sur la figure 3b. Les valeurs négatives de β_1 correspondent à un écoulement vers le bas et réciproquement. L'application de cette méthode à un problème pratique a été décrite par Stallman (1967, p.185).

Si on utilise l'équation (3) avec des mesures de température différentielles à 0,001 °C près, obtenues avec un équipement expérimental spécial, et des valeurs de L supérieures à 15 m, v_x peut être mesuré jusqu'à la limite d'environ 3 cm/an. En pratique, une telle précision ne peut pas être obtenue avec la plupart des équipements en usage commercial. L'application de cette méthode suppose que les conditions d'écoulement permanent soient remplies pour que les courbes types soient valables. Un écoulement transitoire de chaleur ou d'eau dans le plan des mesures peut conduire à des résultats aberrants si l'on utilise l'équation (3).

3 - Circulation verticale près de la surface du sol

On désire mesurer l'écoulement vertical de l'eau vers les émergences. Le rabattement de la nappe par pompage peut dans de tels cas prélever le débit naturel pour l'utiliser ailleurs. De même, les pertes d'eau par infiltration à partir de lacs, fleuves, canaux et champs irrigués, doivent être calculé en tenant compte des interactions entre eau de surface et eaux souterraines.

Près de la surface, où il y a de tels écoulements, la température varie approximativement comme une fonction sinusoïdale, tandis que la vitesse verticale de l'écoulement peut être considérée comme relativement constante.

Une relation algébrique qui satisfait à ces conditions a été décrite par Stallman (1965). A la surface du sol, les variations de la température (\mathbf{X}) sont définies par :

$$\delta = \delta_{AO} + \Delta \delta \sin \frac{2\pi t}{T}$$
(4)

avec

t = temps

 τ = période d'oscillation de la température de surface $\Delta \gamma$ = amplitude des variations de la température de surface λ_{AO} = température moyenne à la surface du sol

Stallman (1965, p. 2812) a trouvé que l'expression précédente de la température peut être étendue, au temps t, à la profondeur z, où la température moyenne est XAZ, et compte tenu d'une vitesse de l'eau (v) et devient :

$$\mathcal{Y} - \mathcal{Y}_{AZ} = \Delta \mathcal{Y} e^{-az} \sin\left(\frac{2\pi t}{L} - bz\right) \tag{5}$$

avec
$$a = [(K^2 + V^4/4)^{1/2} + V^2/2]^{1/2} V$$
 (6)
et $b = [(K^2 + V^{1/4})^{1/2} - V^{1/2}]^{1/2}$ (7)

e

$$B = \left[\left(1 + \sqrt{7} \right) - \sqrt{2} \right]$$

$$K = \pi C_{\text{UDK}} Q_{\text{UL}} / R_{\text{UL}} \times$$
(8)

$$V = v_{\rm c} \left(\cos \beta + k \right)$$
 (9)

$$= v_z C_{pw} p_w / z k_w s$$
⁽⁹⁾

(vz est pris positif vers le bas).

où a, b, K, V sont des constantes

Cwyest	la	chaleur spécifique de l'ensemble eau/solide
kw lest	la	conductivité thermique de l'ensemble eau/solide
fwsest	la	densité de l'ensemble eau/solide

A partir de la température mesurée sur le terrain, l'amortissement en fonction de la profondeur et le déphasage à une profondeur donnée sont utilisés pour déterminer a et b .

La pente de la droite
$$\log (\Delta \mathscr{Y}_z)/(\Delta \mathscr{Y}) = -az$$
 (10)



Figure n° 3b : Courbes types de la fonction f (Al, z/L) (d'après Bredehoeft et Papadopoulos, 1965)



Figure n° 4a : Gradients critiques de température pour le début des convections dans les puits de petit diamètre remplis d'eau douce ou d'eau salée (d'après Sammel, 1968, fig 1)

(voir Stallman, 1965, p.2823, figure 1) donne la valeur de $a, \Delta \forall z$ étant l'amplitude de la composante sinusoïdale de la température à la profondeur z.

Le déphasage t₁ entre le cycle thermique à la profondeur z et le cycle thermique à la surface du sol est relié à b par :

$$b = z \pi t_1/t_2$$
 (11)
(voir Stallman, 1965, p.2823, figure 2). Les valeurs de v peuvent être
obtenues en reportant les constantes thermiques et les valeurs de a et b dans
l'équation suivante :

$$v_{z} = (b^{2} - a^{2}) kws/acpu/\omega$$
 (12)

L'étude de la relation entre température et vitesse montre que v_z doit être supérieure à environ 2 cm/jour pour que l'estimation de v_z à partir de la distorsion de l'onde thermique diurne soit valable. En appliquant cette méthode aux fluctuations annuelles, on peut arriver à mesurer des vitesses de percolation de l'ordre de 0,1 cm/jour.

4 - Mesure des températures de subsurface

Les opérations de mesure des températures souterraines perturbent les conditions naturelles. En conséquence, il faut prendre soin de s'assurer que les mesures représentent avec précision la distribution des températures souterraines. De telles précautions sont particulièrement importantes quand les températures servent de base au calcul de la vitesse de circulation de l'eau souterraine car les résultats peuvent être sévèrement affectés par de petites erreurs d'observation.

Des mesures de températures généralement utilisables sont obtenues uniquement :

a) dans des puits au repos depuis de nombreuses années, sans pompage ni autre perturbation ;

b) dans des portions de puits dans lesquelles ne puissent pas se produire de circulations internes, ce qui est le cas entre le niveau supérieur de l'eau et le toit de la première zone crépinée ;

c) dans des puits tubés en petit diamètre, forés spécialement en vue de mesures de température et excluant tous risques de circulation parasite de niveau à niveau par l'extrados du tubage.

Il faut exclure systématiquement les puits où le tubage a été cimenté ou les sections de puits ouvertes sur des roches consolidées. Les ciments engendrent et dissipent de la chaleur pendant des dizaines d'années après leur mise en place. Dans le sous-sol thermiquement isolé, les distorsions de température apportées par les modifications chimiques du ciment sont inacceptables. Les circulations verticales dans un puits traversant des roches consolidées détruisent le profil naturel de répartition des températures.

L'instabilité thermique peut aussi être la cause de distorsion dans un puits où toutes les autres conditions sont réunies pour une mesure précise des températures naturelles. En général, la température croît avec la profondeur. L'instabilité qui résulte de l'inversion de la répartition des densités peut provoquer des convections verticales permanentes dans le puits et compromettre ainsi définitivement toute mesure de température utile pour une analyse ultérieure.

La présence d'un tubage métallique dans un puits peut introduire des anomalies dans la distribution des températures et doit être prise en compte pendant l'interprétation des observations de la température des eaux souterraines.

Sammel (1968) a donné des critères permettant de déterminer si une colonne de fluide est thermiquement stable. Les résultats obtenus pour des puits pleins d'eau ou pleins de glycérine sont reportés sur les figures 4a et 4b. Il faut remarquer, en considérant la figure 4a et en prenant des valeurs habituelles sur le terrain, que la colonne d'eau de la plupart des puits forés pour la production d'eau n'est pas thermiquement stable. Si l'on ferme le fond d'un puits et si on le remplit de glycérine, on améliore beaucoup la stabilité thermique, comme on le voit en comparant les figures 4a et 4b. Les observations



Figure n° 4b : Gradients critiques de température pour le début des convections dans les puits de petit diamètre remplis de glycérine (98 %) (d'après Sammel, 1968, fig 2)

de terrains et l'analyse des données recueillies à ce jour montrent qualitativement que les critères retenus sur ces deux abaques sont probablement trop restrictifs, c'est à dire que si une convection apparaît bien dans la colonne, le profil de température n'est pas apparemment autant affecté que l'étude détaillée le laissait prévoir. D'autres études seront nécessaires pour déterminer la relation entre (a) l'amplitude de l'instabilité provoquant une conduction dans le tubage et (b) la distorsion du profil de température par rapport aux conditions naturelles qui règnent à l'extérieur du tubage.

BIBLIOGRAPHIE

BREDEHOEFT, J.D. ; PAPADOPULOS, I.S. 1965. Rates of vertical ground water movement estimated from earth's thermal profile. Wat. resour. Res., vol.1, n° 2, p. 325-8.

BUDYKO, M.L. 1956. Teplovoi balans zemnoi poverkhnosti (Heat balance of the earth's surface). Leningrad, Gidrometeoizdat.

ELDER, J.W. 1965. Physical processes in geothermal areas. In : W.H.K. Lee (ed), Terrestrial heat flow. Am. Geophys. Un., p. 239 (Geoph. monogr. ser.8).

FROLOV, N.M. 1958. Geotermicheskie usloviya Moldavskoi SSR (Geothermal conditions in the Moldavian SSR). Sb. statei LGGP AN SSSR, p. 42-54.

FROLOV, N.M. 1966. Temperaturnyi rezhim geliotermozony (Temperature régime in the heliothermal zone). Moscow, Izdat. Nedra.

FROLOV, N.M. et al. 1964. Metodicheskie ukazaniya po izucheniyu termal' nykh vod v skvazhinakh (Methods for studying thermal waters in wells). Moscow, Izdat. Nedra.

OGIL'VY, N.A. 1959. Voprosy teorii geotemperaturnykh polei (The theory of geothermal fields). Probl. Geoterm., vol.1, p. 53-85.

SAMMEL, E.A. 1968. Convective flow and its effect on temperature logging in small-diameter wells. Geophys., vol. 33, n° 6, p. 1004-12.

SCHILD, A. 1957. A theory for the effect of treating oil-producing wells. Am. Inst. Min. Metall., Trans. Petrol. Engrs, vol.210, p. 1-10 (Tech. paper 4447).

SCHOELLER, H. 1949. La température des eaux souterraines. Bordeaux, Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Bordeaux. (Travaux). SELLERS, W.D. 1965. Physical climatology. Chicago, Univ. Chicago Press.

STALLMAN, R.W. 1960. Notes on the use of temperature data for computing ground-water velocity. Société hydrotechnique de France, Sixth Assembly, Nancy, question 1, rapport 3, p. 1-17. (Also in : R. Bentall, Methods of collecting and interpreting ground-water data, p. 36-46. 1963. United States Geol. Survey water-supply paper, 1544-H).

SUZUKI, S. 1960. Percolation measurements based on heat flow through soil with special reference to paddy fields. J. geophys. Res., vol. 65, n° 9, p. 2883-5.

TABLE DE LA FONCTION $f(\beta_1, z/L)$

81, - z/L	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.001	0	0.1000	0.1999	0.3000	0.3999	0.4999	0.5999	0.6999	0.7999	0.9000	1.0000
0.01	0	0.0996	0.1992	0.2990	0.3988	0.4988	0.5988	0.6989	0.7992	0.8995	1.0000
0.10	0	0.0956	0.1921	0.2896	0.3880	0.4875	0.5680	0.6894	0.7919	0.8954	1.0000
0.25	0	0.0891	0.1805	0.2742	0.3703	0.4688	0.5898	0.6733	0.7795	0.8884	1.0000
0.50	0	0.0790	0.1621	0.2495	0.3413	0.4378	0.5393	0.6460	0.7581	0.8760	1.0000
0.75	0	0.0697	0.1449	0.2259	0.3132	0.4073	0.5088	0.6181	0.7360	0.8630	1.0000
1.0	0	0.0612	0.1289	0.2036	0.2862	0.3775	0.4785	0.5900	0.7132	0.8495	1.0000
2.0	0	0.0347	0.0770	0.1287	0.1918	0.2689	0 .3631	0.4782	0.6187	0.7904	1.0000
3.0	0	0.0183	0.0431	0.0765	0.1216	0.1824	0.2646	0.3755	0.5252	0.7272	1.0000
4.0	0	0.0092	0.0229	0.0433	0.0738	0.1192	0.1870	0.2882	0.4391	0.6642	1.0000
5.0	0	0.0044	0.0117	0.0236	0.0433	0.7586	0.1295	0.2179	0.3636	0.6039	1.0000
6.0	0	0.0020	0.0058	0.0125	0.0249	0.4743	0.0885	0.1632	0.2995	0.5477	1.0000
7.0	0	0.0009	0.0028	0.0065	0.0141	0.2931	0.0600	0.1217	0.2459	0.4961	1.0000
8.0	0	0.0004	0.0013	0.0034	0.0079	0.1799	0.0404	0.0904	0.2016	0.4491	1.0000
9.0	0	0.0002	0.0006	0.0017	0.0044	0.1099	0.0272	0.0671	0.1652	0.4065	1.0000
10	0	0.0001	0.0003	0.0009	0.0024	0.0067	0.0183	0.0497	0.1353	0.3679	1.0000
15	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006	0.0025	0.0111	0.0498	0.2231	1.0000
20	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0025	0.0183	0.1353	1.0000
30	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0025	0.0498	1.0000
100	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
-0.001	0	0.1000	0.2001	0.3001	0.4001	0.5001	0.6001	0.7001	0.8001	0.9000	1.0000
0.01	0	0.1005	0.2008	0.3011	0.4012	0.5012	0.6012	0.7010	0.8008	0.9004	1.0000
0.10	0	0.1046	0.2081	0.3106	0.4120	0.5125	0.6120	0.7104	0.8079	0.9044	1.0000
-0.25	0	0.1116	0.2205	0.3267	0.4302	0.5312	0.6297	0.7258	0.8195	0.9109	1.0000
-0.50	0	0.1240	0.2419	0.3540	0.4607	0.5622	0.6587	0.7505	0.8379	0.9210	1.0000
-0.75	0	0.1369	0.2640	0.3819	0.4912	0.5927	0.6868	0.7741	0.8551	0.9303	1.0000
-1.0	0	0.1505	0.2868	0.4100	0.5215	0.6225	0.7138	0.7964	0.8711	0.9388	1.0000
-2.0	0	0.2096	0.3813	0.5218	0.6369	0.7311	0.8082	0.8713	0.9230	0.9653	1.0000
-3.0	0	0.2728	0.4748	0.6245	0.7354	0.8176	0.8784	0.9235	0.9569	0.9817	1.0000
-4.0	0	0.3358	0.5609	0.7118	0.8130	0.8808	0.9262	0.9567	0.9771	0.9908	1.0000
-5.0	0	0.3961	0.6364	0.7821	0.8705	0.9241	0.9567	0.9764	0.9883	0.9956	1.0000
-6.0	0	0.4523	0.7005	0.8368	0.9115	0.9526	0.9751	0.9875	0.9942	0.9980	1.0000
7.0	0	0.5039	0.7541	0.8783	0.9400	0.9707	0.9859	0.9935	0.9972	0.9991	1.0000
8.0	0	0.5509	0.7984	0.9096	0.9596	0.9820	0.9921	0.9966	0.9987	0.9996	1.0000
9.0	0	0.5935	0.8348	0.9329	0.9728	0.9890	0.9956	0.9983	0.9994	0.9998	1.0000
-10	0	0.6321	0.8647	0.9503	0 .9817	0.9933	0 .9976	0.9991	0.9997	0.9999	1.0000
-15	0	0.77 69	0.9502	0.9889	0.9975	0.9994	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-20	0	0.864 7	0.9817	0.9975	0.9997	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-30	0	0.9502	0.9975	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
-100	0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000