A 3D visualization of a geological model. The model is shown as a light blue, semi-transparent volume with a complex internal structure. The top surface is a topographic map with brown contour lines. The bottom surface is a gravity anomaly map with orange and yellow contour lines. The model is enclosed in a light blue wireframe box. Coordinates are visible at the corners: top right (2113 216766.13 0) and bottom left (189 3740.46 -625.5).

Potentialité d'application de la gradiométrie gravimétrique à la détection de cavités et à la surveillance de zones instables ou de réservoirs

Rapport final

BRGM/RP-55109-FR
novembre 2006



Géosciences pour une Terre durable

brgm

Potentialité d'application de la gradiométrie gravimétrique à la détection de cavités et à la surveillance de zones instables ou de réservoirs

Rapport final

BRGM/RP-55109-FR
novembre 2006

Étude réalisée dans le cadre du projet
de recherche du BRGM 2006-ARN-30

N. Debeglia

Vérificateur :

Original signé par

Nom : A. Bitri

Date :

Signature :

Approbateur :

Original signé par

Nom : H. Modaressi

Date :

Signature :

Le système de management de la qualité du BRGM est certifié AFAQ ISO 9001:2000.

Mots clés : Gravimétrie, Gradiométrie, Géophysique, Cavités, Surveillance, Réservoirs.

En bibliographie, ce rapport sera cité de la façon suivante :

Debeglia N. (2006) - Potentialité d'application de la gradiométrie gravimétrique à la détection de cavités et à la surveillance de zones instables ou de réservoirs. Rapport final. BRGM/RP-55109-FR, 62 p., 25 ill., 3 tabl., 1 ann.

© BRGM, 2006, ce document ne peut être reproduit en totalité ou en partie sans l'autorisation expresse du BRGM.

Synthèse

On sait que le problème inverse en gravimétrie est sous-déterminé, c'est-à-dire que plusieurs distributions de densité différentes peuvent être à l'origine d'un même champ. Or, les techniques de gradiométrie gravimétrique offrent la possibilité d'exploiter simultanément jusqu'à cinq composantes indépendantes du tenseur des gradients de gravité qui en comporte neuf (les neuf dérivées partielles secondes du potentiel de pesanteur). L'interprétation simultanée du champ et de certaines de ces composantes devrait permettre de réduire ces ambiguïtés et de minimiser certaines corrections. Les techniques de gradiométrie, qui se sont rapidement développées durant les dernières années pour les besoins militaires et dans le cadre de l'exploration satellitaire, sont maintenant couramment appliquées dans les domaines de la recherche pétrolière et de l'exploration minière. Elles commencent également à être expérimentées pour la détection de structures superficielles (karsts, infrastructures enterrées, mines) et pour la surveillance de réservoirs pétroliers et gaziers. La présente étude, réalisée dans le cadre du projet de recherche PDR06ARN30, COUPMETH, a donc été entreprise, afin d'évaluer l'intérêt des techniques de gradiométrie en prospection microgravimétrique dans un objectif de détection de cavités ou de surveillance de zones instables et de réservoirs.

Une étude bibliographique a permis de recenser les techniques et précisions disponibles ou espérées en gradiométrie terrestre et aéroportée. Les précisions accessibles actuellement vont de 10 à 100 Eötvös, pour une simple application de la gravimétrie relative de prospection, à 3 à 8 Eötvös, pour des systèmes accélérométriques embarqués ($1 \text{ Eötvös} = 1 \text{ ns}^{-2} = 0,1 \text{ } \mu\text{Gal/m}$). Des précisions, de l'ordre de l'Eötvös ou mieux, sont enfin attendues des développements en cours de gravimètres quantiques.

Ces précisions ont ensuite été comparées à celle de la microgravimétrie traditionnelle. Grâce à des simulations numériques des effets de cibles micro-gravimétriques classiques, les réponses de ces deux méthodes ont été estimées et leurs performances ont été évaluées. On peut ainsi montrer que, compte tenu des précisions des instruments actuellement opérationnels, la gradiométrie devrait être plus performante que la gravimétrie pour la mise en évidence d'anomalie de courte longueur d'onde (inférieure à une soixantaine de mètres) et pour la détection de sources superficielles (jusqu'à une vingtaine de mètres de profondeur pour une source ponctuelle).

Toujours à partir de simulation numérique, on a également montré l'intérêt que pourrait avoir l'acquisition ou le simple calcul à partir du champ mesuré des coefficients du tenseur des gradients. Le champ gravimétrique et les composantes du gradient devraient être ensuite interprétés simultanément par inversion. L'emploi des gradients permet en particulier de minimiser les coalescences entre sources proches et d'atténuer les effets régionaux profonds et lointains, facilitant ainsi l'interprétation d'anomalies complexes.

L'interprétation conjointe du champ et de plusieurs composantes du gradient devrait également permettre de résoudre certaines équivalences. Sur un profil, la mesure des gradients devrait permettre d'identifier les effets latéraux, de localiser des sources situées en dehors du profil de mesure ou de déterminer l'allongement et l'orientation de structure recoupant le profil. Si on dispose d'une couverture détaillée, l'interprétation conjointe du champ et des gradients peut également aider à choisir le modèle de source le plus probable, par exemple, aider à distinguer hétérogénéités géologiques superficielles et cavités profondes.

Les modalités de calcul et d'inversion du tenseur des gradients ont enfin été examinées. Des algorithmes de calcul direct de l'effet de modèle simple, sphères, cylindres et prismes, qui pourront ensuite servir à élaborer des modèles plus complexes, ont été recensés. Les méthodes de calcul des composantes du tenseur gradient à partir du champ mesuré, soit dans le domaine fréquentiel, soit en domaine spatial, ont été comparées. Une technique d'estimation de l'incertitude de ce calcul a été proposée et testée sur des données synthétiques.

Les méthodes d'inversion du champ gravimétrique peuvent être adaptées à l'inversion du tenseur des gradients et plusieurs publications récentes ont montré que les résultats d'inversion sont ainsi mieux contraints. Il a été ainsi très rapide d'adapter l'une des méthodes disponibles, l'inversion par tomographie probabiliste, et de l'appliquer à l'inversion d'un modèle théorique simulant la surveillance gravimétrique d'un réservoir. Ce dernier est constitué d'une structure principale facilement identifiable et d'une source secondaire dont l'effet est masqué par celui de la source principale. L'emploi de la composante gradient verticale prolongée vers le bas permet d'isoler et de localiser la source secondaire qui n'est pas détectable autrement. On a également montré que toutes les composantes détectent correctement la source principale. Sur des données réelles et en présence de bruit, l'utilisation simultanée de plusieurs composantes devrait donc permettre de renforcer l'interprétation.

Sommaire

1. Introduction	9
1.1. LE TENSEUR GRADIENT	9
1.2. OBJECTIFS DE L'ÉTUDE	11
2. Méthodes, résolution et précision des mesures de gradient	13
2.1. UNITÉS	13
2.2. MESURE DES GRADIENTS AU SOL PAR LES GRAVIMÈTRES RELATIFS DE PROSPECTION	13
2.2.1. Mesures de gradients dans le cadre de l'établissement des réseaux gravimétriques de référence	13
2.2.2. Mesure des gradients en géophysique de sub-surface	14
2.3. GRADIOMÉTRIE MOBILE	16
2.3.1. La gradiométrie par satellite	16
2.3.2. La gradiométrie aéroportée	21
2.3.3. Expérimentations des techniques de gradiométrie mobile en microgravimétrie (détection et surveillance)	24
3. Intérêt et apport des techniques de gradiométrie en microgravimétrie	27
3.1. PERFORMANCES À ATTENDRE DE LA GRADIOMÉTRIE COMPARÉES À CELLES DE LA MICROGRAVIMÉTRIE	27
3.1.1. Du point de vue de la profondeur limite de détection	27
3.1.2. Du point de vue de la résolution de petites anomalies	29
3.2. EXEMPLES DE SIMULATIONS DES EFFETS DE CIBLES MICROGRAVIMÉTRIQUES	31
3.2.1. Détection de cavités isolées	31
3.2.2. Réduction des coalescences entre sources proches : exemple d'une cavité complexe	35
3.2.3. Identification des effets latéraux sur un profil isolé	39
3.2.4. Distinction entre hétérogénéités géologiques superficielles et cavités profondes	41
4. Modalité du calcul et de l'inversion des composantes du tenseur gradient	43
4.1. ALGORITHMES DE MODÉLISATION DIRECTE	43

4.2. CALCUL DU TENSEUR GRADIENT À PARTIR DU CHAMP MESURE	43
4.3. ALGORITHMES D'INVERSION	45
4.3.1. Exemple d'extension de la tomographie probabiliste à l'interprétation du tenseur des gradients gravimétriques	47
5. Conclusions	51
6. Bibliographie	55
Annexe 1 - Algorithmes de modélisation directe	59

Liste des illustrations

Illustration 1 - Effets du relief sur l'estimation du gradient vertical (en Eötvös) et élimination de cet effet par application d'une correction topographique adéquate (d'après Fajkiewicz, 1976)	15
Illustration 2 - Amélioration de la résolution des anomalies de gravité : à gauche, modèle Eigen-Champ 03S, à droite, modèle Eigen-Grace 02S (d'après site ONERA)	17
Illustration 3 - Principe des dispositifs à atomes froids (d'après site ONERA)	19
Illustration 4 - Application gravimétrique des atomes froids (d'après site ONERA)	20
Illustration 5 - Photo du Air-FTG™ avec schéma de montage des accéléromètres dans un GGI (Gravity Gradient Instrument) et configuration des GGI dans l'instrument (d'après Murphy, 2004)	22
Illustration 6 - Comparaison entre le gradient mesuré à une altitude de 120 m par un gradiomètre Falcon, à gauche, et le gradient prolongé à la même altitude calculé à partir des mesures au sol, à droite (d'après Nabighian et Asten, 2002)	23
Illustration 7 - Détection de kimberlites : à gauche, réponse théorique du modèle ; à droite, réponse prévisible en aéroporté après ajout d'un bruit de 7.6 Eötvös et filtrage des longueurs d'onde inférieures à 550 m. Espacement des contours 10 Eötvös (d'après Hinks <i>et al.</i> , 2004)	23
Illustration 8 - Profondeurs maximales en dessous desquelles la gradiométrie à une précision donnée devient plus performante que la microgravimétrie. Cibles de type sphère ou cylindre horizontal	29
Illustration 9 - Longueurs d'onde maximales en dessous desquelles la gradiométrie à une précision donnée devient plus performante que la microgravimétrie.	30
Illustration 10 - Réponse du modèle de cavités en champ gravimétrique Γ_z au sol (μgal)	32
Illustration 11 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} au sol (E)	33

Illustration 12 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} à 80 m d'altitude (E).	34
Illustration 13 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} à 20 m d'altitude (E).	35
Illustration 14 - Réponse du modèle de cavité complexe en champ gravimétrique.	36
Illustration 15 - Réponse du modèle de cavité complexe en gradient vertical gravimétrique avec ajout d'un bruit gaussien d'écart type 5 E.....	37
Illustration 16 - Réponses du modèle en composantes Γ_{zx} , Γ_{zy} , Γ_{xx} , Γ_{yy} et Γ_{xy}	38
Illustration 17 - Sphères produisant un même champ gravimétrique.	39
Illustration 18 - Effets des sphères de la figure 17 : a) en champ gravimétrique Γ_z , b) en gradient vertical Γ_{zz} et c) en gradient horizontal Γ_{yz}	40
Illustration 19 - Distinction entre une interface sédimentaire superficielle et une cavité profonde (d'après Foss, 2001) : 1) champ mesuré (a) et gradient vertical calculé (b) ; 2) effet en champ (a) et en gradient vertical (b) d'un modèle de cavité ; 3) effet en champ (a) et en gradient vertical (b) d'un modèle d'interface sédimentaire.	42
Illustration 20 - Estimation de l'erreur quadratique moyenne du calcul des gradients du modèle de cavité complexe.....	44
Illustration 21 - Variation de pesanteur calculée pour le modèle de réservoirs constitué par les sphères S1 et S2.	47
Illustration 22 - Plusieurs représentations des effets du modèle et résultats d'inversion correspondants : a) champ calculé analytiquement, b) gradient vertical calculé analytiquement, c) gradient vertical précédent prolongé vers le bas de 50 m par transformation fréquentielle, d) gradient vertical prolongé vers le bas de 50 m calculé à partir du champ par transformation fréquentielle.	49

Liste des tableaux

Tableau 1 - Caractéristique et réponses gravimétriques exprimé en rapport amplitude sur précision, des vides constituant le modèle de cavités (en grisé cavités non détectables. Les précisions ont été estimées à 5 μ Gal pour la micro-gravimétrie et 5 E pour la gradiométrie.	31
Tableau 2 - Caractéristique des vides constituant le modèle de cavité complexe.....	36
Tableau 3 - Résultats de l'inversion probabiliste du champ et des gradients du modèle des réservoirs S1 et S2 (le signe de la probabilité indique celui du contraste de densité).	48

1. Introduction

La gradiométrie gravimétrique est une technique ancienne, puisque les mesures gravimétriques réalisées dans les années 1900-1930, grâce à la balance de torsion d'Eötvös, étaient des mesures du gradient horizontal de gravité. En prospection gravimétrique, la balance d'Eötvös a été ensuite supplantée par les gravimètres relatifs plus précis et plus faciles à utiliser. La gravimétrie conventionnelle actuelle ne mesure qu'une seule composante du champ gravimétrique, la composante verticale. Un gradiomètre peut au contraire mesurer jusqu'à cinq composantes indépendantes du tenseur des gradients de gravité qui en comporte neuf (les neuf dérivées partielles secondes du potentiel de pesanteur). Il y a donc actuellement un regain d'intérêt pour les techniques de mesures et d'interprétation du tenseur de gravité.

En effet, on peut espérer que le fait de disposer de plusieurs composantes mesurées indépendamment permette de réduire les ambiguïtés inhérentes à l'interprétation des données gravimétriques. Par ailleurs, les progrès du positionnement GPS et de la navigation inertielle permettent des acquisitions en gradiométrie mobile de plus en plus rapides et fiables. Enfin, des progrès significatifs dans la mesure du tenseur gravimétrique ont été et sont réalisés, d'une part, pour des besoins militaires et, d'autre part, depuis les années 1990, dans le cadre de nouvelles missions spatiales visant à l'amélioration des modèles de potentiel de gravité de la terre et des planètes. Les retombées de ces développements sont maintenant couramment appliqués dans les domaines de la recherche pétrolière et de l'exploration minière et des expérimentations commencent à être réalisées pour la détection de structures superficielles (karsts, infrastructures enterrées, mines) et pour la surveillance de réservoirs pétroliers et gaziers.

1.1. LE TENSEUR GRADIENT

Le tenseur gradient est la matrice carrée symétrique de dimension 3, dont les coefficients sont les dérivées partielles secondes dans les trois directions de l'espace du potentiel de pesanteur, V :

$$\begin{Bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \Gamma_{zz} \end{Bmatrix}, \text{ où } \Gamma_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial_i \partial_j}.$$

Les coefficients Γ_{xz} , Γ_{yz} , Γ_{zz} sont les dérivées selon x , y et z de la composante verticale du champ gravimétrique g_z mesurée en gravimétrie traditionnelle ou, plus simplement les gradients horizontaux et verticaux gravimétriques, que l'on a l'habitude de calculer et d'interpréter en prospection gravimétrique :

$$\Gamma_{xz} = \Gamma_{zx} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial x};$$

$$\Gamma_{yz} = \Gamma_{zy} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial y};$$

$$\Gamma_{zz} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial z}.$$

Deux de ces coefficients seulement sont indépendants, puisque l'on a $\Gamma_{xz} + \Gamma_{yz} + \Gamma_{zz} = 0$ (équation de Laplace). Les coefficients Γ_{xx} , Γ_{xy} (ou Γ_{yx}), et Γ_{yy} , qui traduisent la courbure des équipotentielles, ne sont habituellement pas utilisés en interprétation.

Le tenseur de gradient peut être entièrement dérivé de la connaissance de la composante verticale g_z mesurée par un gravimètre relatif. Ainsi, dans le domaine des fréquences spatiales \mathbf{k} (k_x, k_y, k_z), le tenseur gradient pourra être obtenu à partir de la transformée de Fourier de g_z par application de l'opérateur suivant (Mickus et Hinojosa, 2000), dans lequel on reconnaît les opérateurs de dérivations et d'intégration classiques :

$$\begin{pmatrix} -\frac{k_x^2}{|k|} & -\frac{k_x k_y}{|k|} & -ik_x \\ -\frac{k_x k_y}{|k|} & -\frac{k_y^2}{|k|} & -ik_y \\ -ik_x & -ik_y & |k| \end{pmatrix}$$

On sait que le problème inverse en gravimétrie est sous-déterminé : plusieurs distributions de densité différentes peuvent être à l'origine du même champ. Pour minimiser cette incertitude, il est habituel d'introduire des contraintes provenant d'autres sources d'information et de faire des hypothèses sur la géométrie ou les densités des structures. Calculer et interpréter, conjointement avec le champ initial, un ou plusieurs éléments du tenseur de gradient est une autre piste de recherche à explorer, afin d'aider à lever les indéterminations d'interprétation. Par ailleurs, en gradient, les corrections d'air libre, topographique ou de bâtiments à grande et moyenne distance, deviennent faibles, ce qui permet de faire abstraction des incertitudes associées à leur calcul.

Il est cependant possible que le calcul des gradients ne soit pas suffisamment déterminant, en particulier du fait de la présence de bruit de mesure. L'acquisition par des mesures indépendantes des composantes du tenseur serait un moyen beaucoup plus performant d'accéder à une information plus complète, à condition que les précisions actuellement disponibles en gradiométrie soient compatibles avec les cibles habituelles de la microgravimétrie.

1.2. OBJECTIFS DE L'ÉTUDE

La présente étude, réalisée dans le cadre du projet de recherche PDR06ARN30, COUPMETH, a pour objectifs :

- d'évaluer par une étude bibliographique les précisions des systèmes gradiométriques actuellement opérationnels et les précisions espérées pour les appareils en développement ;
- de comparer cette précision à celle de la microgravimétrie traditionnelle et d'estimer les réponses de ces deux méthodes pour les cibles habituelles en microgravimétrie (cavités anthropiques et naturelles, surveillance de réservoirs et sites instables ou en évolution) ;
- d'estimer l'intérêt de l'acquisition ou du calcul des coefficients du tenseur des gradients gravimétriques et de son inversion pour l'interprétation des données microgravimétriques ;
- d'examiner quelques méthodes numériques de modélisation et d'inversion disponibles adaptables à l'interprétation du tenseur des gradients.

2. Méthodes, résolution et précision des mesures de gradient

2.1. UNITÉS

L'unité SI d'accélération est le m/s^2 . Le signal gravimétrique étant faible, les préfixes *micro* ($\mu m/s^2$) ou *nano* (nm/s^2) sont couramment utilisés, ainsi que les mGal ou μGal , unités usuelles en gravimétrie :

- $1 \text{ mGal} = 10^{-5} m/s^2 = 10 \mu m/s^2$;
- $1 \mu Gal = 10^{-8} m/s^2 = 10 \text{ nm/s}^2$.

Un gradient gravimétrique est un gradient d'accélération et s'exprime donc en s^{-2} . Les gradients mesurés en exploration étant très faibles, le préfixe *nano* est généralement approprié :

- $1 \text{ ns}^{-2} = 10^{-9} s^{-2}$.

L'Eötvös, symbole E, est l'unité traditionnellement utilisée en gradiométrie gravimétrique :

- $1 \text{ Eötvös} = 1 \text{ E} = 1 \text{ ns}^{-2} = 0,1 \mu Gal/m$.

2.2. MESURE DES GRADIENTS AU SOL PAR LES GRAVIMÈTRES RELATIFS DE PROSPECTION

Les gravimètres relatifs à ressort (Lacoste & Romberg et Scintrex, par exemple) peuvent déterminer de petites différences de gravités avec des précisions de 100 à 10 E, soit 10 à 1 $\mu Gal/m$ (Torge, 1989). Pour mesurer le gradient vertical, on utilise des trépieds spéciaux permettant de réaliser plusieurs mesures à des hauteurs prédéterminées au dessus d'un même point.

2.2.1. Mesures de gradients dans le cadre de l'établissement des réseaux gravimétriques de référence

Des mesures de gradient vertical sont nécessaires lors de l'établissement de réseaux gravimétriques de référence, pour intégrer dans un même système des mesures absolues et relatives effectuées à des altitudes différentes. Ainsi, lors des inter-comparaisons gravimétriques réalisées à Sèvres sous l'égide du BIPM (Bureau International des Poids et Mesures), les trépieds sont conçus pour permettre des mesures à trois hauteurs fixées avec une grande précision, 5, 90 et 130 cm (Vitushkin *et al.*, 2002). Les mesures elles-mêmes sont réalisées grâce à des boucles incluant plusieurs stationnements sur un même point du réseau et trois mesures à chaque hauteur par stationnement.

Lors d'une expérimentation réalisée au BIPM à Sèvres en 1995, les précisions des gravimètres Lacoste & Romberg et Scintrex CG3-M, pour la mesure de gradients verticaux, se sont avérées comparables, la dispersion de l'ensemble des résultats étant inférieure à 100 E (Jousset *et al.*, 1995).

Les gradients verticaux mesurés au sol sur les stations gravimétriques de référence diffèrent notablement du gradient normal théorique de 3 086 E, du fait de l'influence de la topographie locale et des hétérogénéités de densité proches de la station, en particulier liées à la présence de piliers en béton et de bâtiments. Par exemple, on a observé des variations non linéaires de 55 E entre 0 et 120 cm à Sèvres, et des variations de 450 E entre 0 et 40 cm dans un bâtiment à Hanovre. Le champ gravimétrique $g(h)$ à proximité du sol est donc généralement modélisé en fonction de la hauteur h de mesure par une fonction quadratique du type :

$$g(h) = c_0 + c_1h + c_2h^2$$

2.2.2. Mesure des gradients en géophysique de sub-surface

La gradiométrie terrestre, à l'aide de gravimètres de prospection classiques, a été expérimentée à plusieurs reprises pour détecter des cavités importantes (Fajklewicz, 1976 ; Butler, 1984) ou pour modéliser des hétérogénéités superficielles (Agar et Liard, 1982). Une précision de 20 E (20 ns⁻²) peut être atteinte par cette technique.

Fajklewicz (1976) utilisait une tour pour la mesure du gradient vertical, afin de détecter de petites structures géologiques superficielles, des cavités ou d'anciens travaux miniers. Les deux mesures étaient à une distance verticale de 3 m, le plateau de mesure inférieur étant toujours situé à une certaine distance du sol, afin de filtrer les effets les plus superficiels (liés aux types de sols ou de revêtements) et les effets topographiques locaux. Pour une série de mesures faites dans ces conditions avec un gravimètre Sharpe, l'écart type des résultats était de 7 à 12 E suivant les conditions atmosphériques et de terrain. Avec la tour utilisée, la distance de 3 m apparaissait comme un bon compromis, offrant d'une part des différences de g suffisamment importantes et d'autre part une hauteur raisonnable, limitant les vibrations de la tour et ne compliquant pas trop les mesures. La précision de la détermination du gradient lié aux hétérogénéités du sous-sol dépend également de la précision des corrections topographiques proches (ill. 1).

Le gradient vertical réel, qui s'exprime par $\frac{\partial g}{\partial z} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta g}{\Delta h}$, est ici approché par le

quotient $\frac{g(h_1) - g(h_2)}{h_1 - h_2}$, où $g(h_1)$ est la valeur mesurée sur le plateau inférieur de la

tour et $g(h_2)$ est la valeur mesurée sur le plateau supérieur et la distance verticale $h_1 - h_2$ est égale à 3 m.

Cette méthode d'estimation du gradient vertical, à partir de la différence de g entre deux points de la même verticale, ne permet pas de mesurer le gradient réel, ni même sa valeur moyenne au centre de l'intervalle de mesure, puisque le gradient vertical

n'est pas linéaire. Cette imprécision est d'autant plus importante que la distance entre les deux mesures est grande et que les mesures sont proches du sol. Cependant, si le même dispositif de mesure est utilisé sur l'ensemble de l'étude, on obtient un pseudo-gradient, relatif au dispositif, qui peut être exploité quantitativement ainsi que le montrent les diverses applications réalisées. Dans le domaine de la détection de cavités et vides miniers, Fajkiewicz (1976) a ainsi pu observer une anomalie de -140 Eötvös au dessus d'un vide de 4 m de haut à 10 m de profondeur et une anomalie de -50 Eötvös sur une galerie à 4,5 m de profondeur, structures qui n'étaient pas aisément détectables en champ gravimétrique à cause du faible rapport signal/bruit.

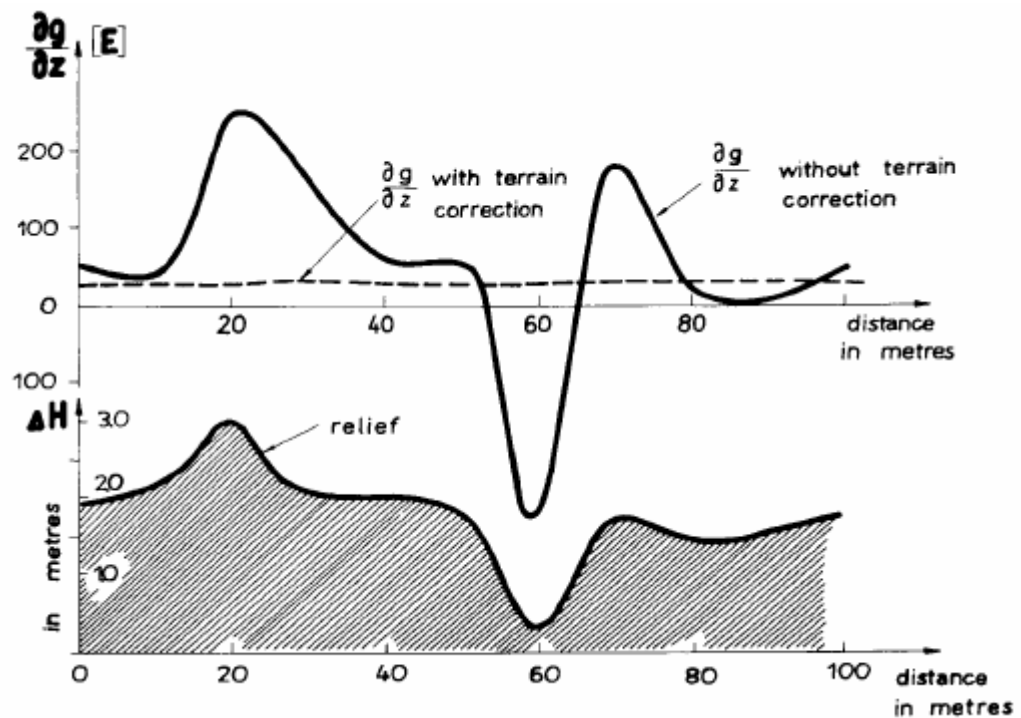


Illustration 1 - Effets du relief sur l'estimation du gradient vertical (en Eötvös) et élimination de cet effet par application d'une correction topographique adéquate (d'après Fajkiewicz, 1976).

Les mesures réalisées par Butler (1984), au dessus d'un système karstique ennoyé profond de 30 m avec une tour permettant des mesures à des hauteurs fixes entre 0 et 1,63 m, se sont par contre avérées trop bruitées pour détecter les vides. Les mesures de champ gravimétrique permettaient par contre de déceler les karsts. Sur ce site, la présence en surface de poches d'argile et les fluctuations de profondeurs du toit du calcaire étaient à l'origine d'anomalies du gradient qui masquaient les effets recherchés, plus profonds.

La dernière expérimentation (Agar et Liard, 1982) a été réalisée dans le cadre de l'exploration de mines de charbon. Le dispositif de mesure était constitué d'un gravimètre Lacoste & Romberg modèle D et d'un trépied rigide comportant deux plateformes distantes de 0,876 m. La précision ainsi obtenue est de ± 20 E. Le levé étant réalisé dans une région montagneuse, les mesures se sont cependant avérées

trop perturbées par les effets topographiques proches. La mesure du gradient vertical a cependant été utile pour affiner l'estimation de la correction d'air libre et améliorer le calcul de l'anomalie de Bouguer.

Ces expériences montrent que, suivant d'une part, la nature et la profondeur des cibles recherchées et, d'autre part, les caractéristiques des structures et effets perturbateurs, une des deux méthodes, gravimétrie ou gradiométrie, peut être plus indiquée que l'autre et que des modélisations préliminaires peuvent aider au choix de la méthode la plus appropriée. Par ailleurs, l'exploitation simultanée du champ gravimétrique et de son gradient vertical peut améliorer les interprétations ultérieures.

2.3. GRADIOMÉTRIE MOBILE

Les effets perturbateurs de courte longueur d'onde de la topographie ou des hétérogénéités superficielles décroissent rapidement lorsque les mesures de gradient sont faites en aéroporté (avion, hélicoptère) ou par satellite. Par ailleurs, la gravimétrie et la gradiométrie mobile offrent la possibilité de couvertures rapides à des échelles globales, régionales ou même locales, ce qui explique que ces méthodes se soient développées en priorité.

2.3.1. La gradiométrie par satellite

Ce paragraphe a été rédigé principalement d'après :

- *le tutorial 1 du Bureau Gravimétrique International (BGI, <http://bgi.cnes.fr:8110/>) ;*
- *des extraits de documents publiés sur le site FROG (French Resource Organization for GOCE, <http://qanymede.ipgp.jussieu.fr/frog/>) ;*
- *et des informations disponibles sur le site de l'ONERA (<http://www.onera.fr/dmph/>).*

De nouvelles méthodes spatiales de mesures du champ de potentiel terrestre sont mises en œuvre depuis quelques années. Le premier concept : la poursuite de satellite par satellite (s), étudié par la NASA depuis 1975 (projet **GRACE** - collaboration USA-Allemagne-France), consiste à mesurer la vitesse radiale entre deux satellites co-orbitant avec une précision de l'ordre du micron par seconde et à en déduire les différences relatives de potentiel de gravitation. Le lancement du satellite GRACE a été précédé par celui du satellite **CHAMP** (coopération Allemagne-France) dont le principe est la poursuite du satellite par GPS.

→ Le satellite CHAMP (ChAllenging Minisatellite Payload for geoscience and application), décidé par l'agence spatiale allemande (DLR) en 1995 en coopération avec le CNES et le JPL (Jet Propulsion Laboratory) a été lancé le 15 juillet 2000 pour une période d'environ 5 ans. Ce satellite est avant tout dédié à l'étude du champ magnétique et à l'étude du champ de gravité à grande longueur d'onde. Il porte des capteurs pour mesurer l'intensité et les trois composantes du champ magnétique, une antenne GPS et des réflecteurs lasers situés sous le satellite (SLR) permettant de connaître sa position orbitale avec une précision centimétrique. CHAMP a aussi embarqué un accéléromètre de type STAR (Spatial Triaxial

Accelerometer for Research) développé par l'ONERA (Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales) pour la mesure précise des forces non gravitationnelles. Ce satellite vole à une altitude de 460 à 300 km en fin de mission, altitude où l'on ne peut pas négliger les forces de frottement de l'atmosphère. Les données recueillies par l'accéléromètre ont permis de calculer de nouveaux modèles de champ de gravité disponibles sur le site du GFZ Potsdam.

→ GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) est un projet commun à la NASA et à l'agence spatiale allemande (DLR), qui a pour objectif de cartographier les variations temporelles du champ de pesanteur terrestre. Dans le cadre de cette mission, deux satellites identiques : « Tom et Jerry », d'une masse de 475 kg, ont été lancés le 17 mars 2002 pour une durée pouvant aller de 3 à 5 ans. Les deux satellites se suivent sur la même orbite et mesurent en permanence la distance entre eux avec une précision micrométrique. Cette distance, de 150 à 300 km (ajustable par manœuvres), varie de quelques dizaines de mètres sous l'influence des irrégularités du champ de pesanteur dans lequel les satellites évoluent. Comme pour CHAMP, les satellites sont positionnés par GPS et ont embarqué des accéléromètres (SUPERSTAR développé par l'ONERA) permettant de mesurer les effets dus aux forces non gravitationnelles. Les données de la mission sont accessibles sur le site web du GFZ et ont également permis d'améliorer les modèles de géopotential de pesanteur (ill. 2).

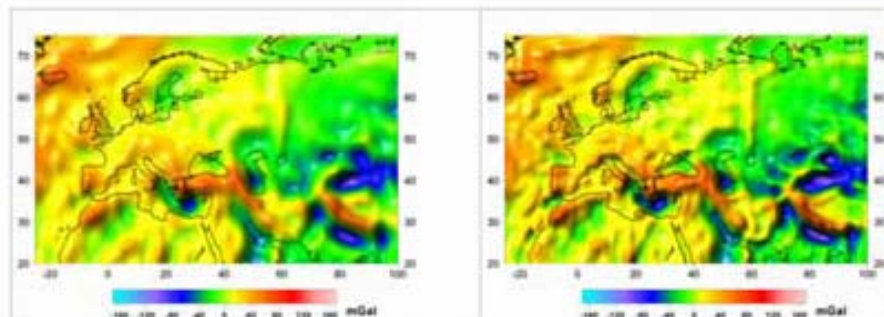


Illustration 2 - Amélioration de la résolution des anomalies de gravité : à gauche, modèle Eigen-Champ 03S, à droite, modèle Eigen-Grace 02S (d'après site ONERA).

Le second concept fait aussi l'objet de développements aux USA, en France depuis 1982, et à l'Agence Spatiale Européenne : c'est la gradiométrie spatiale (projet **GOCE**) qui consiste à mesurer les dérivées du champ de gravité à bord d'un satellite. À l'intérieur du satellite, des accéléromètres ultrasensibles mesurent la gravité en deux points A et en B, et restituent le gradient de gravité dans la direction AB. La sensibilité recherchée pour un satellite orbitant à 250 km d'altitude autour de la surface terrestre est de 10^{-2} à 10^{-3} Eötvös, ce qui représente une prouesse technologique remarquable. Cette approche devrait permettre une cartographie complète des anomalies de gravité avec une précision de quelques 10^{-5} m/s² (1 mgal) à la résolution de 100 km. La précision attendue pour le géoïde est centimétrique pour la même résolution. Les missions GRACE et GOCE sont des missions complémentaires : GRACE étant dédiée aux grandes longueurs d'ondes, ainsi qu'aux variations temporelles et GOCE apportant la haute résolution. Le satellite GOCE devrait être lancé en novembre 2006.

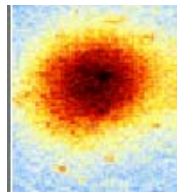
Le département des Mesures physiques de l'ONERA conçoit et développe des accéléromètres ultrasensibles embarqués qui ont participé à de nombreuses missions spatiales. Des mesures avec la sensibilité et la précision précitées peuvent se faire grâce à un gradiomètre constitué de plusieurs accéléromètres (par exemple, six ou huit) à détecteurs capacitifs, dérivés du micro-accéléromètre Cactus, également développé par l'ONERA, qui vola durant plus de trois ans sur le satellite français Castor pour étudier la haute atmosphère terrestre et la pression de radiation solaire. Ainsi, la mission GOCE exploitera un gradiomètre trois-axes constitué de six accéléromètres électrostatiques (EGG, Electrostatique Gravity Gradiometer) développé en collaboration avec l'ONERA et présentant une résolution de 2.10^{-12} m/s²/√Hz. L'instrument doit pouvoir mesurer les trois composantes du tenseur gradient de gravité de la Terre avec une résolution de 3 milli-Eötvös (3.10^{-12} s⁻²). Ce type de gradiomètre est constitué d'une cage contenant une masse maintenue en son centre par des forces électrostatiques. Les variations de position de la masse sont détectées ce qui permet de déterminer les accélérations dues à la gravité.

Parallèlement, l'ONERA conduit également le projet GIRAFON, Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids de l'ONERA (ill. 3 et 4). Ce gravimètre est le précurseur d'un instrument embarqué destiné aux mesures de gravité et d'inertie pour des applications de défense et de physique fondamentale dans l'espace. Les techniques des basses températures et des supraconducteurs, utilisées par les gravimètres et gradiomètres dits « quantiques » (« quantum gravity gradiometer »), devraient avoir des applications en gradiométrie aéroportée, en métrologie (projet de balance du Watt, test de la relativité générale) et dans le domaine militaire, pour la détection d'armes enfouies. Dans le cadre du projet de balance du Watt (Chenet *et al.*, 2004), le BNM-SYRTE réalise actuellement un gravimètre absolu basé sur le principe de l'interférométrie atomique compact et transportable (Cheinet, 2006). Ce gravimètre, qui est presque opérationnel, vient d'être testé en comparaison avec des gravimètres relatifs et avec un gravimètre absolu balistique.

En 1997, le français Cl. Cohen-Tanoudji et les américains S. Chu et W. Philips obtiennent un prix Nobel de physique pour la mise en place, la description et les fondements théoriques d'un nouveau pan de la physique atomique, les atomes froids. C'est en effet cinq ans plus tôt que leurs équipes sont parvenues à refroidir des atomes à des températures de l'ordre de quelques dizaines de microkelvins.

Mais qu'est-ce que le refroidissement atomique ? Pour expliquer cela il faut se souvenir que la température n'est rien d'autre qu'une mesure de l'énergie cinétique des atomes, c'est-à-dire de leur vitesse moyenne. Refroidir des atomes, c'est leur ôter leur énergie cinétique et donc les ralentir. Ainsi, les atomes qui nous environnent s'agitent à une vitesse proche de 300 m/s. Par les techniques de refroidissement par laser, il est maintenant aisé de les décélérer à moins de quelques cm/s.

Comment refroidit-on des atomes ? Il ne s'agit pas ici de décrire *in extenso* les détails des techniques mises en œuvre pour refroidir les atomes. Le lecteur intéressé pourra se référer à l'excellent site américain du JILA Colorado (<http://jilawww.colorado.edu/>) ou le site du Laboratoire Kastler Brossel de l'ENS (<http://www.lkb.ens.fr/>). Il faut simplement savoir que les atomes absorbent de la lumière et cela uniquement à des longueurs d'onde très précises. Lorsqu'un atome absorbe un grain de lumière, un photon, il en garde l'énergie et ajoute son impulsion à la sienne. Si le faisceau de photons se propage en sens inverse du déplacement de l'atome, après un certain nombre d'absorptions-émissions, celui-ci est arrêté. Si on utilise trois paires de faisceaux laser concourants dans l'espace, les atomes sont arrêtés à leur point de rencontre, et donc donnent naissance à un nuage d'atomes froids.

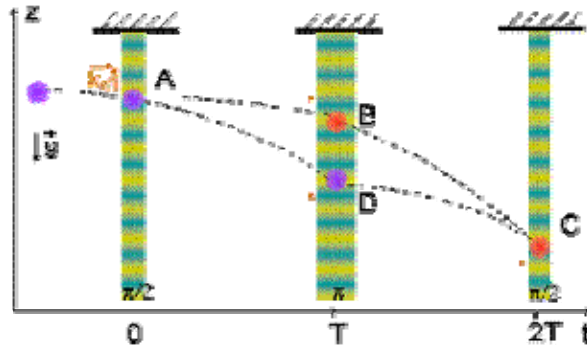


Boule d'un milliard d'atomes : les températures atteintes sont de l'ordre de 1 à 100 microKelvins selon l'atome.

Pourquoi refroidit-on des atomes ? Ces recherches représentent des prouesses expérimentales de premier ordre, et permettent de vérifier la mécanique quantique de manière spectaculaire. Au-delà de l'aspect fondamental, l'intérêt réside dans l'utilisation des atomes comme des sondes de mesure universelles et invariables dans le temps. En effet, les atomes du fait de leur nature quantique représentent des référence absolues d'énergie et donc de fréquence par la relation simple de proportionnalité ($E = h\nu$ ou h est la constante de Planck). Les ralentir permet de les observer plus longtemps et ainsi d'augmenter la sensibilité de la mesure de manière décisive. De la même manière que pour mesurer une distance avec une règle, il est plus précis de se concentrer longtemps sur la graduation que d'y jeter un coup d'œil rapide. De plus, la loi statistique suivie par les atomes (loi de Maxwell-Boltzman) dit que lorsqu'on diminue la vitesse moyenne des atomes, leur dispersion autour de cette valeur diminue dans la même proportion. Ainsi, les atomes froids interagissent de manière très similaire. La mesure se rapproche de la mesure parfaite sur un atome unique (effet de moyennage réduit).

Illustration 3 - Principe des dispositifs à atomes froids (d'après site ONERA).

Les atomes froids sont d'excellents candidats pour réaliser des capteurs inertiels, accéléromètres ou gyromètres de très grande précision. Le gravimètre Girafon développé à l'ONERA s'inscrit dans cet élan. Le gravimètre à atomes froids est une répétition moderne de la célèbre expérience de chute libre réalisée par Galilée du haut de la tour de Pise : des atomes de rubidium sont refroidis grâce à un piège magnéto-optique.



Principe de fonctionnement d'un gravimètre à atomes froids

Une fois froid, le piège est éteint et les atomes tombent dans le champ de gravité. Au cours de cette chute, un laser joue tour à tour le rôle d'une séparatrice à atomes ou de miroirs. Ainsi, les atomes se voient offrir deux chemins possibles pour parvenir au même but. Il en résulte un phénomène d'interférence et la différence de phase entre les deux chemins est directement proportionnelle à l'accélération de pesanteur g . Ce type de technique permet de mesurer g avec une précision meilleure que 10^{-9} . Les applications potentielles d'un tel instrument sont considérables : géophysique de recherche, prospection minière et pétrolière, détection d'éruption volcanique, besoins stratégiques, etc.



Dispositif expérimental du gravimètre Girafon

Illustration 4 - Application gravimétrique des atomes froids (d'après site ONERA).

2.3.2. La gradiométrie aéroportée

Pour accéder aux dérivées de la gravité, les gradiomètres doivent être capables de mesurer de faibles différences d'accélération de la gravité entre deux points aussi proches que possible. La mesure est compliquée par le fait que le tenseur de gravité est la seule grandeur qui doit être mesurée, l'instrument ne devant pas être sensible aux accélérations et aux vibrations du mobile, aux gradients de température et aux influences électromagnétiques et électrostatiques. Actuellement, deux gradiomètres commerciaux basés sur le principe des accéléromètres sur disques rotatifs sont opérationnels (Nabighian *et al.*, 2005) : le FTG (Full Tensor Gradient system) de Bell Aerospace et Lockheed Martin et le gradiomètre Falcon de BHP Billiton. Par ailleurs, plusieurs universités (Maryland, Stanford, l'Université de Western Australia...) et la société anglaise ARKeX sont actuellement en train de développer leurs propres instruments. Pour l'université de Maryland et ARKeX, il s'agit d'un gradiomètre à supraconducteurs.

a) Les gradiomètres à disque rotatifs FTG (Bell Geospace) et Falcon (BHP Billiton)

Ce sont tous deux des retombées des développements réalisés par l'US Navy.

Le FTG comporte trois gradiomètres (Gravity Gradient Instrument, GGI) montés sur une plateforme à inertie (Murphy, 2004). Chaque GGI est constitué de deux paires d'accéléromètres placés de manière symétrique sur un disque en rotation (ill. 5). Les accéléromètres consistent en une masse suspendue dont les déplacements sont annulés par une force électromagnétique.

La mesure du courant générant cette force permet d'évaluer les accélérations subies par la masse qui lui sont proportionnelles. Les gradients résultent des différences d'accélération mesurées par chaque paire d'accéléromètres. Les trois GGI sont montés de manière à ce que leurs axes soient perpendiculaires et fassent le même angle avec la verticale. La rotation des disques sert à minimiser les biais liés à des défauts d'orientation des instruments. Les sorties des accéléromètres sont filtrées pour éliminer les accélérations du mobile et combinées. Cinq composantes du tenseur de gradient sont ainsi reconstituées dans un repère géographique de référence.

Le FTG est utilisé pour des levés terrestres marins, sous-marins et aéroportés, en couvertures locales ou régionales et avec des espacements de lignes de mesure variant de 50 à 2 000 m. Les applications principales sont les recherches pétrolières et minières. Le système a également été testé pour la recherche d'eau et la détection de système karstique. Sa précision a été évaluée par comparaison avec des mesures gravimétriques au sol et serait de l'ordre de 5 à 6 Eötvös. Bell Geospace propose également des levés en Zepelin, ce qui a l'avantage de minimiser les bruits associés aux mouvements du mobile et de permettre une acquisition à faible vitesse et donc de meilleure résolution.

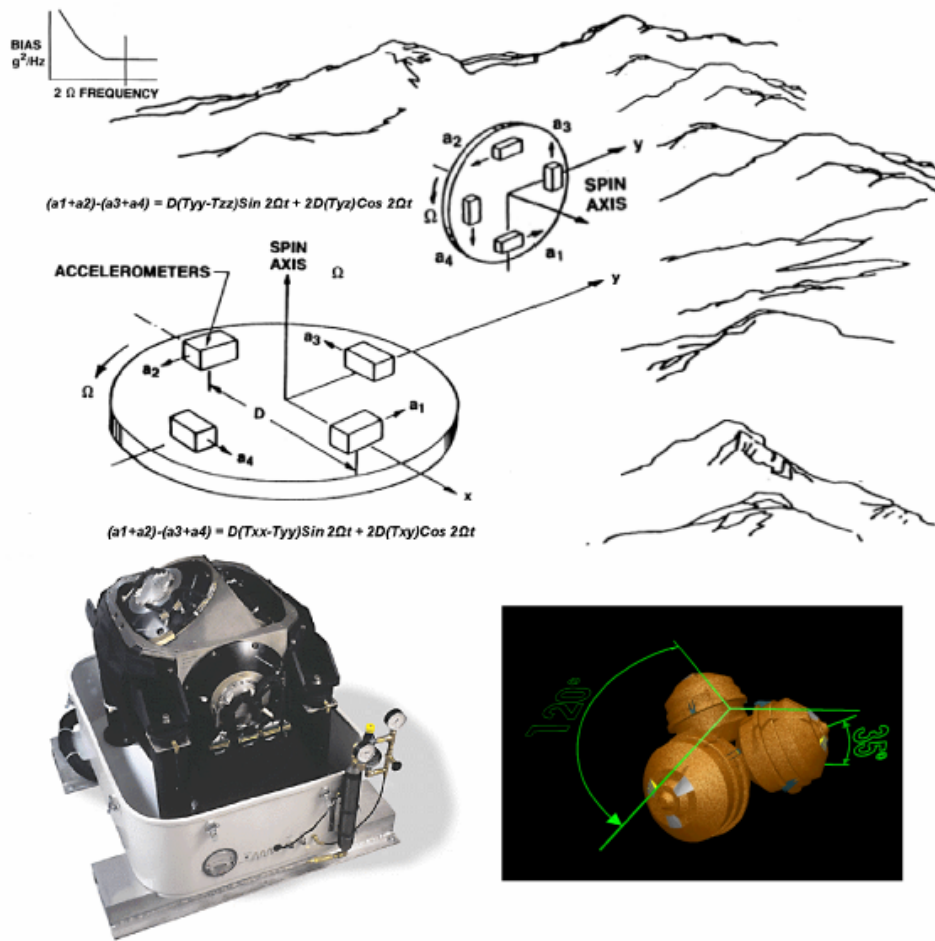


Illustration 5 - Photo du Air-FTG™ avec schéma de montage des accéléromètres dans un GGI (Gravity Gradient Instrument) et configuration des GGI dans l'instrument (d'après Murphy, 2004).

Le système Falcon a été développé par BHP Billiton pour l'exploration de cibles minières superficielles par des avions de petites tailles et est utilisé uniquement en aéroporté par les opérateurs Sander Geophysics et Fugro Airborne Surveys. Ce système comporte un seul GGI de large diamètre, dont l'axe de rotation est vertical et qui est monté sur une plateforme à inertie (Dransfield et Lee, 2004). Le système mesure les composantes du tenseur sensibles aux variations de courbure des équipotentielles. Ces composantes sont ensuite traitées par transformées de Fourier ou techniques de sources équivalentes, de manière à obtenir la composante verticale du champ, ses dérivées ou tout autre élément du tenseur. L'altitude de mesure est de 80 à 120 m. Le bruit peut-être estimé en comparant les résultats des deux paires d'accéléromètres et serait de 4 à 7 Eötvös.

Les mesures de gradiométries aéroportées réalisées avec un gradiomètre Falcon à faible altitude (de l'ordre de 120 m) sur différentes cibles minières se sont avérées avoir une résolution équivalente à un levé au sol à la maille de 200 m (Leeuwen, 2002 ;

Nabighian et Asten, 2002) comme le montre la comparaison entre les gradients mesurés et calculés à partir des mesures au sol (ill. 6).

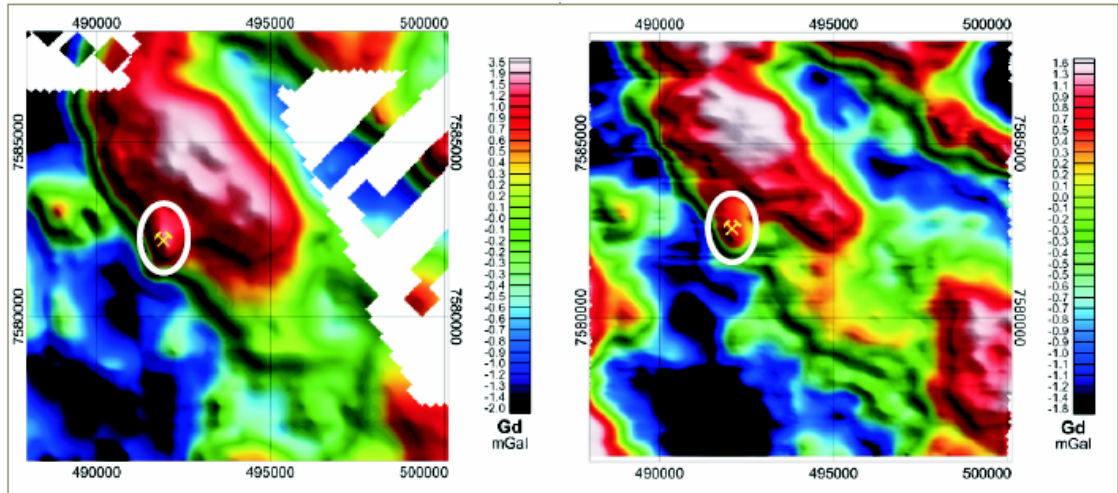


Illustration 6 - Comparaison entre le gradient mesuré à une altitude de 120 m par un gradiomètre Falcon, à gauche, et le gradient prolongé à la même altitude calculé à partir des mesures au sol, à droite (d'après Nabighian et Asten, 2002).

Une comparaison entre les gradiomètres FTG et Falcon, réalisée sur un prospect pour recherche de kimberlites au Botswana, a montré que les deux systèmes ont des performances similaires (Hinks et al., 2004). Cependant, seules les cibles les plus grosses et les plus superficielles peuvent être détectées (ill. 7).

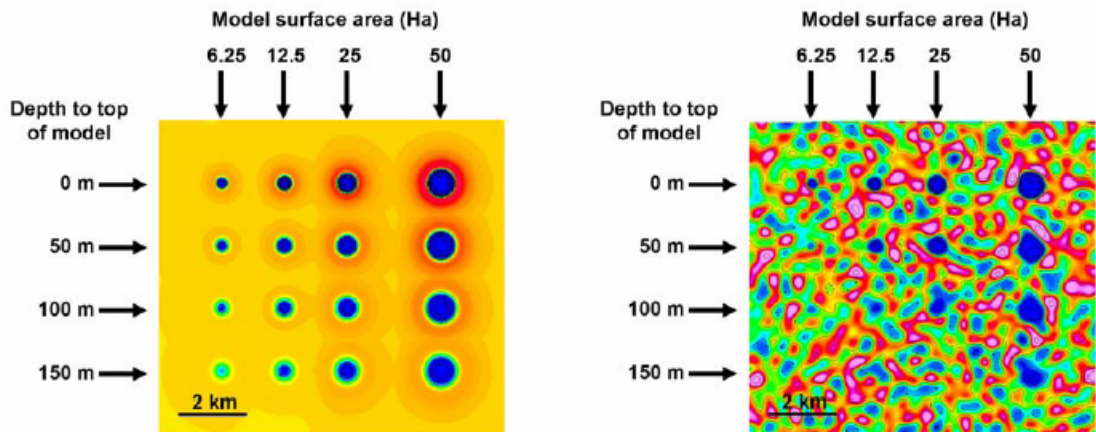


Illustration 7- Détection de kimberlites : à gauche, réponse théorique du modèle ; à droite, réponse prévisible en aéroporté après ajout d'un bruit de 7.6 Eötvös et filtrage des longueurs d'onde inférieures à 550 m. Espacement des contours 10 Eötvös (d'après Hinks et al., 2004).

Les premières expérimentations en exploration pétrolière et minière avec ce type d'instruments montrent que la gradiométrie aéroportée a pour avantage d'être plus précise, moins sensible aux accélérations et plus rapide à acquérir que la gravimétrie aéroportée ou marine (Nabighian *et al.*, 2005). Elle peut être mise en œuvre avec de faible espacement des lignes d'acquisition grâce au progrès des moyens actuels de localisation par GPS différentiel. Sa sensibilité peut actuellement atteindre 3 à 8 Eötvös et sa résolution, 150 à 400 m, en fonction de l'espacement des lignes de vol.

b) Les projets de gradiomètres à supraconducteurs

Plusieurs gradiomètres à supra conducteurs (SGG) ont été ou sont actuellement en développement avec le soutien de la NASA et de l'ESA. Ces projets devraient déboucher sur la réalisation de gradiomètres à supraconducteurs pour la prospection marine et aéroportée. C'est en particulier le but des développements en cours à ARKeX qui travaille en coopération avec l'université du Maryland et Oxford Instruments Superconductivity à la réalisation d'un tel gradiomètre ou EGG (pour Exploration Gravity Gradiometer).

La supraconductivité et les basses températures permettent de développer des instruments présentant des bruits et des dérives faibles et une grande stabilité mécanique (Lumley *et al.*, 2004). Par ailleurs, les réponses au gradient gravimétriques peuvent être rendues indépendantes des accélérations appliquées au mobile. Ces instruments sont basés sur l'utilisation de SQUIDs (Superconducting Quantum Interferences Devices) qui mesurent les perturbations causées par le déplacement d'une masse dans un champ magnétique. L'objectif de ces développements est d'atteindre une sensibilité de 1 Eötvös / $\sqrt{\text{Hz}}$. Le gradiomètre de ARKeX pourrait être disponible pour une utilisation commerciale courant 2006. La société ARKeX propose également des levés avec un FTG.

2.3.3. Expérimentations des techniques de gradiométrie mobile en microgravimétrie (détection et surveillance)

Ces expérimentations sont encore très peu nombreuses.

a) Détection de vides et structures militaires enfouies

Une expérimentation a été réalisée sur une base souterraine de lancement de missiles, en Californie (Romaides *et al.*, 2001). Les mesures ont été réalisées au sol au pas de 2 et 4 m, avec un gravimètre Lacoste & Romberg modèle G et un gradiomètre Lockheed Martin, puis comparées avec le résultat d'une modélisation des vides à localiser. Le gradiomètre était constitué de quatre paires d'accéléromètres montés sur un disque rotatif à axe vertical.

L'objectif était de détecter deux salles cylindriques de rayons 3,5 et 4,7 m, protégées par une paroi épaisse en béton armé et enfouies à 12 m de profondeur. L'effet des parois en béton atténuait donc celui des vides. Malgré cela, des effets significatifs ont été observés au dessus des deux salles, avec des anomalies de 75 μGal et 30 Eötvös

sur la plus grande. Les mesures de gradient montrent sans ambiguïté la localisation des vides, alors que les mesures en champ sont perturbées par un fort gradient régional.

Cependant, pour une application militaire, la détection des vides par des mesures au sol est exclue, la zone n'étant généralement pas accessible. L'objectif est donc la détection par un instrument embarqué dans un mobile (drone, avion, voire même satellite). Plusieurs rapports disponibles sur Internet ont examiné cette possibilité :

- Levi (2002) affirme que des gradiomètres seraient capables de détecter un tunnel de 5 m de diamètre enfoui à 45 m de profondeur par un levé réalisé à une altitude de 100 m au dessus du sol et que des instruments en développement devraient permettre de détecter le même tunnel à partir d'un mobile volant à 400 m d'altitude. Les sources de ce rapport ne sont pas disponibles.
- Streland (2003) recense les techniques de gradiométrie qui pourraient être adaptées à la détection de vides depuis un mobile, gradiomètres type Lockheed Martin-Bell, gradiomètres à SQID et gradiomètres quantiques, ces derniers étant les plus prometteurs, une détection par satellite étant même envisageable.

Les conclusions de ces rapports n'étant pas étayées par des références accessibles, elles sont à considérer avec prudence.

b) Surveillance de site instable et de réservoirs

Un projet de surveillance de la faille de San Andreas, par des répétitions de levés de gradiométrie aéroporté, est à l'étude (Talwani, 2004).

La faisabilité de la surveillance de réservoirs par gradiométrie gravimétrique a été examinée par simulation numérique (Vasilevsky et Li, 2002). Cette étude a été réalisée dans l'hypothèse de données gradiométriques à la précision de 0,5 E, encore difficilement accessible. Elle montre que, dans ces conditions, la gradiométrie devrait pouvoir contribuer à l'étude de réservoirs à des profondeurs modérées (dans les conditions de cette étude, à moins de 200 m).

3. Intérêt et apport des techniques de gradiométrie en microgravimétrie

En utilisant des propriétés simples, il est possible d'estimer théoriquement pour quelles profondeurs de sources ou pour quelles longueurs d'onde d'anomalies, la gradiométrie à une précision donnée sera plus performante que la microgravimétrie.

Ces conclusions théoriques seront ensuite illustrées par des simulations numériques des effets de cibles microgravimétriques :

- des simulations des effets attendus en champ et en gradient permettront d'estimer les amplitudes des anomalies prévisibles et de les comparer aux précisions des mesures actuellement réalisables ;
- des simulations adaptées à des problèmes réels montreront l'intérêt que pourraient avoir la mesure ou le calcul des composantes du tenseur à partir du champ mesuré et l'inversion simultanée de plusieurs de ces composantes.

Indépendamment de la possibilité de mesure directe des composantes du tenseur gradient, le calcul de ces composantes à partir du champ mesuré et leur interprétation peuvent contribuer à l'exploitation des données microgravimétriques. On examinera donc les outils logiciels disponibles et les adaptations à prévoir pour une expérimentation de ces possibilités.

3.1. PERFORMANCES À ATTENDRE DE LA GRADIOMÉTRIE COMPARÉES À CELLES DE LA MICROGRAVIMÉTRIE

3.1.1. Du point de vue de la profondeur limite de détection

Pour des cibles de forme géométrique simple, il est possible d'estimer pour quelles profondeurs l'emploi de la gradiométrie sera préférable à celui de la microgravimétrie.

Pour une cible de forme sphérique (cavité, réservoir), le rapport entre l'amplitude maximale en champ, $\Gamma_{z\max}$, et en gradient, $\Gamma_{zz\max}$, est égal à la moitié de la profondeur z : $\Gamma_{z\max} / \Gamma_{zz\max} = z/2$.

Si on suppose que les mesures de Γ_z et Γ_{zz} soient relatives à une même cible sphérique dont les effets sont à la limite de détection de chaque méthode on pourra donc déduire de leur rapport la profondeur Z_s en dessous de laquelle la mesure en gradient serait plus performante que la mesure en champ (Li, 2001).

Si on assimile le seuil de détection à la précision de la mesure, et en admettant une précision de 5 μgal pour la microgravimétrie, cette profondeur peut être estimée par la relation suivante (cf. ill. 12) :

$$Z_s(m) = 2 \frac{\text{précision_gravimétrie}(\mu\text{Gal})}{\text{précision_microgravimétrie}(\mu\text{Gal/m})}$$
$$= \frac{100}{\text{précision_microgravimétrie}(E_0)}$$

Pour une précision de 1 E, soit 0,1 $\mu\text{Gal/m}$, pour la gradiométrie sol (FTG, futurs gradiomètres à supra conducteurs), cette profondeur serait de 100 m, ce qui montre l'intérêt que pourrait avoir la gradiométrie en détection de cavité. Par contre, cette profondeur sera généralement insuffisante pour les études de réservoirs géothermiques et sites de stockage de gaz.

Pour une précision en gradiométrie sol de 5 E, z_s serait de l'ordre de 20 m, ce qui reste performant pour la détection de cavité.

Avec une précision de 20 E, qui est la meilleure précision annoncée pour une mesure avec un gravimètre relatif de prospection, z_s ne serait plus par contre que de 5 m. Ceci montre que les gravimètres utilisés en microgravimétrie traditionnelle, Scintrex, Lacoste & Romberg, sont peu adaptés aux acquisitions gradiométriques.

Si la cible est un cylindre horizontal illimité (galerie d'extension très supérieure à la profondeur), le rapport des amplitudes maximales est égal à la profondeur du centre du cylindre Z_c : $\Gamma_{z\max} / \Gamma_{zz\max} = Z_c$, d'où :

$$Z_c(m) = \frac{50}{\text{précision_microgravimétrie}(E_0)}$$

Les profondeurs limites calculées pour des cibles sphériques seront donc divisées par 2 dans l'hypothèse de cibles cylindriques, soit 50 m pour une résolution de 1 E et 10 m pour une résolution de 5 E, ce qui reste intéressant en détection de cavité (ill. 8).

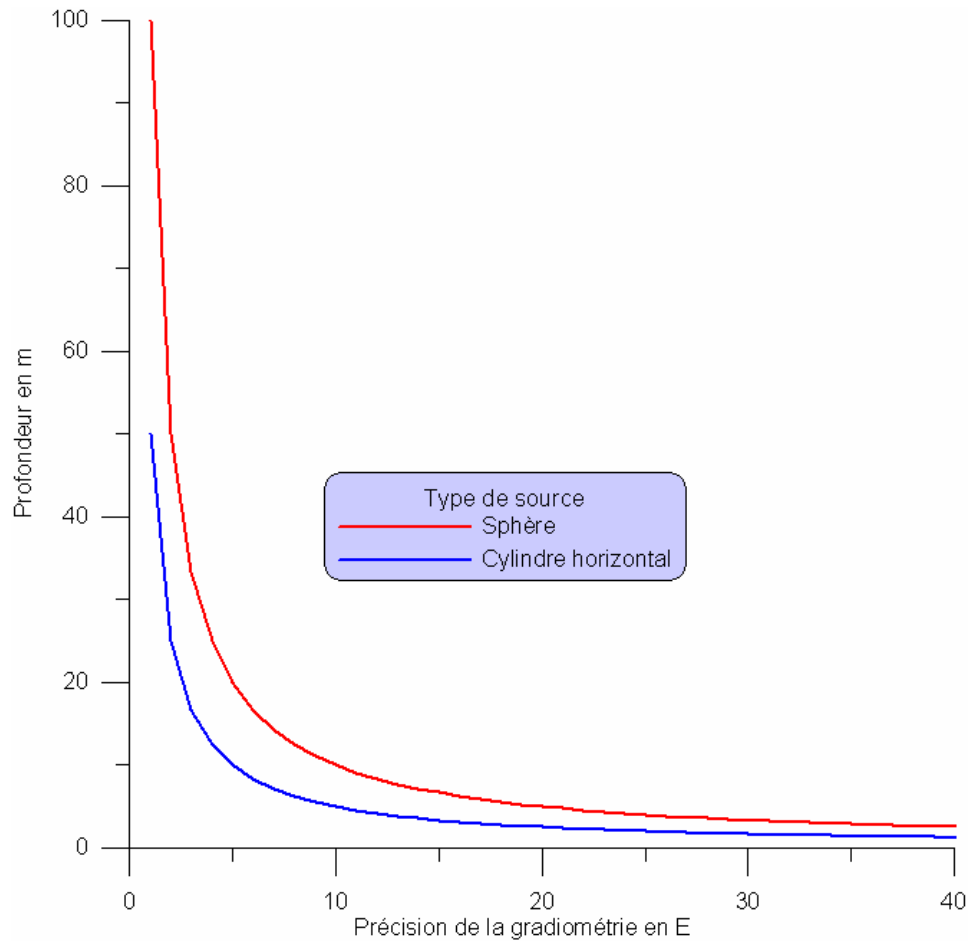


Illustration 8 - Profondeurs maximales en dessous desquelles la gradiométrie à une précision donnée devient plus performante que la microgravimétrie. Cibles de type sphère ou cylindre horizontal.

3.1.2. Du point de vue de la résolution de petites anomalies

Dans le domaine fréquentiel, le rapport entre les composantes de la représentation en série de Fourier du champ $\Gamma_z(\lambda)$ et du gradient vertical $\Gamma_{zz}(\lambda)$ est proportionnel à la longueur d'onde spatiale λ (Blakely, 1996) et cette relation ne dépend pas de la géométrie des sources :

$$\Gamma_z(\lambda) / \Gamma_{zz}(\lambda) = \lambda / 2\pi$$

Lorsque les longueurs d'onde des anomalies augmentent, soit parce que la taille des sources augmente, soit parce qu'elles sont plus éloignées, l'amplitude des composantes correspondantes en champ augmente donc par rapport à l'amplitude en gradient. Pour des longueurs d'onde suffisamment grandes, la mesure en champ deviendra plus performante que la mesure en gradient. Pour les plus faibles longueurs d'onde, par contre, la mesure en gradient sera plus efficace. En termes de rapport signal sur bruit, la relation précédente devient :

$$\frac{\Gamma_z(\lambda) / \text{bruit}_{\text{gravimétrie}}}{\Gamma_{zz}(\lambda) / \text{bruit}_{\text{gradiométrie}}} = \lambda / 2\pi \frac{\text{bruit}_{\text{gradiométrie}}}{\text{bruit}_{\text{gravimétrie}}}$$

Si on fixe l'incertitude du levé gravimétrique à 5 µgal, on peut en déduire les longueurs d'onde à partir desquelles la gradiométrie sera supérieure à la gravimétrie en fonction de l'incertitude du levé gradiométrique :

$$\lambda(m) = \frac{10\pi}{\text{bruit}_{\text{gradiométrie}}(\mu\text{Gal} / m)} = \frac{100\pi}{\text{bruit}_{\text{gradiométrie}}(E\sigma)}$$

Soit des longueurs d'onde de plus de 300 m pour une précision de 1 E, d'une soixantaine de mètres pour 5 E et de 16 m pour 20 E (ill. 9).

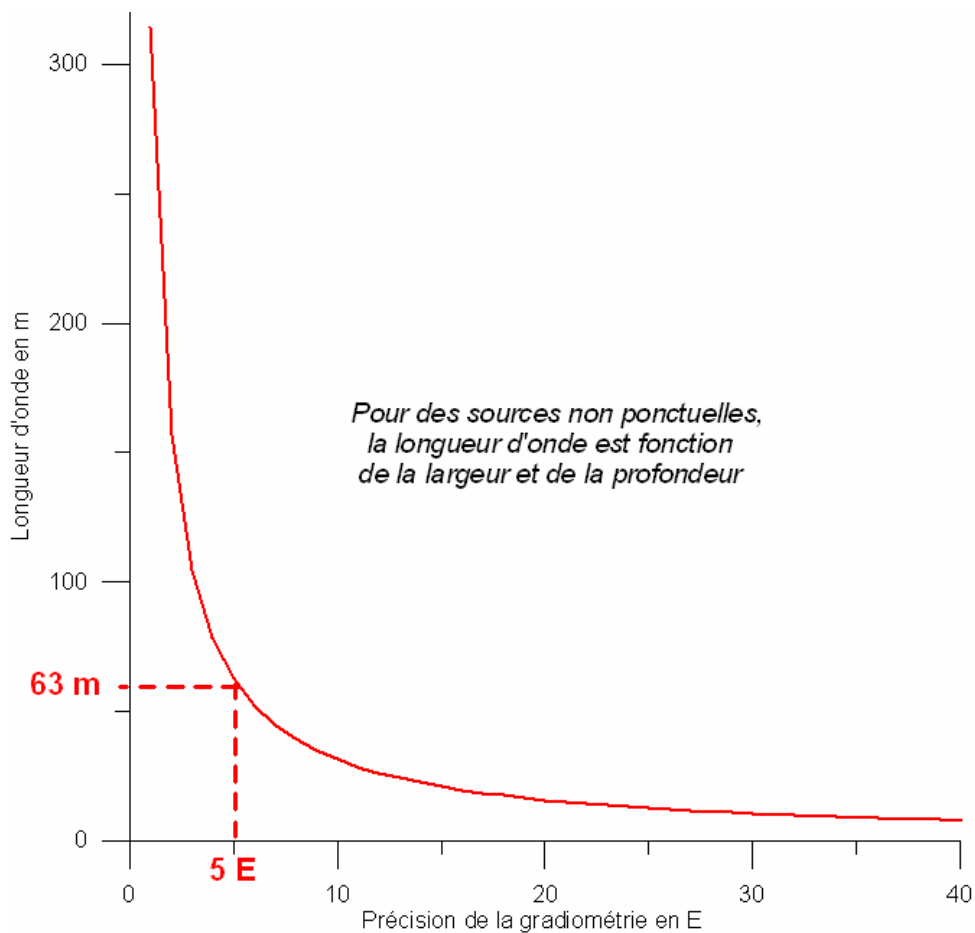


Illustration 9 - Longueurs d'onde maximales en dessous desquelles la gradiométrie à une précision donnée devient plus performante que la microgravimétrie.

3.2. EXEMPLES DE SIMULATIONS DES EFFETS DE CIBLES MICROGRAVIMÉTRIQUES

3.2.1. Détection de cavités isolées

Un premier modèle comportant 16 cavités prismatiques de profondeur et taille variable (tabl. 1) a été constitué. Les profondeurs du toit des cavités et leurs tailles varient de 2 à 30 m, ce qui correspond aux cas de détection de cavités les plus courants. La réponse gravimétrique du modèle a été ensuite calculée (ill. 10) pour un contraste de densité de 2 g/cm³.

Ce modèle a été utilisé pour comparer les réponses théoriques prévisibles de ces différents vides aux précisions actuellement accessibles en microgravimétrie et en gradiométrie sol et aéroportée. On peut ainsi en déduire quelles cavités seraient détectables par ces différentes méthodes.

Cavité	Profondeur du toit (m)	Superficie (m ²)	Épaisseur (m)	Volume (m ³)	Rapport Amplitude/précision Gz	Rapport amplitude/précision Gzz
1	2	4	2	8	2,2	3
2	2	25	2	50	8,4	13
3	2	100	2	200	17,8	25,6
4	2	900	2	1 800	34,6	24
5	5	4	2	8	0,6	0,8
6	5	25	2	50	3,1	4,2
7	5	100	2	200	9,2	11,6
8	5	900	2	1 800	22,5	16,4
9	10	4	2	8	0,22	0,25
10	10	25	2	50	1,1	1,2
11	10	100	2	200	4	4
12	10	900	2	1 800	15,6	10
13	30	4	2	8	0,08	-
14	30	25	2	50	0,24	-
15	30	100	2	200	0,8	0,4
16	30	900	2	1 800	4,3	2

Tableau 1 - Caractéristique et réponses gravimétriques exprimé en rapport amplitude sur précision, des vides constituant le modèle de cavités (en gris cavités non détectables. Les précisions ont été estimées à 5 µGal pour la microgravimétrie et 5 E pour la gradiométrie.

Le seuil de détection pour la microgravimétrie au sol, SD, est assimilé à la précision de la mesure, estimée à 5 µGal. Les cavités 13, 9, 5, 14 et 15 ne sont donc pas détectables, leur effet n'atteignant pas cette valeur. En pratique le seuil de détection réel est plus élevé du fait du bruit lié à la mesure et à la présence de sources parasites diverses, anthropiques ou naturelles.

Le gradient vertical au sol de ce modèle, Γ_{zz} , a été ensuite calculé par méthode fréquentielle à partir de l'effet Γ_z en champ (ill. 11).

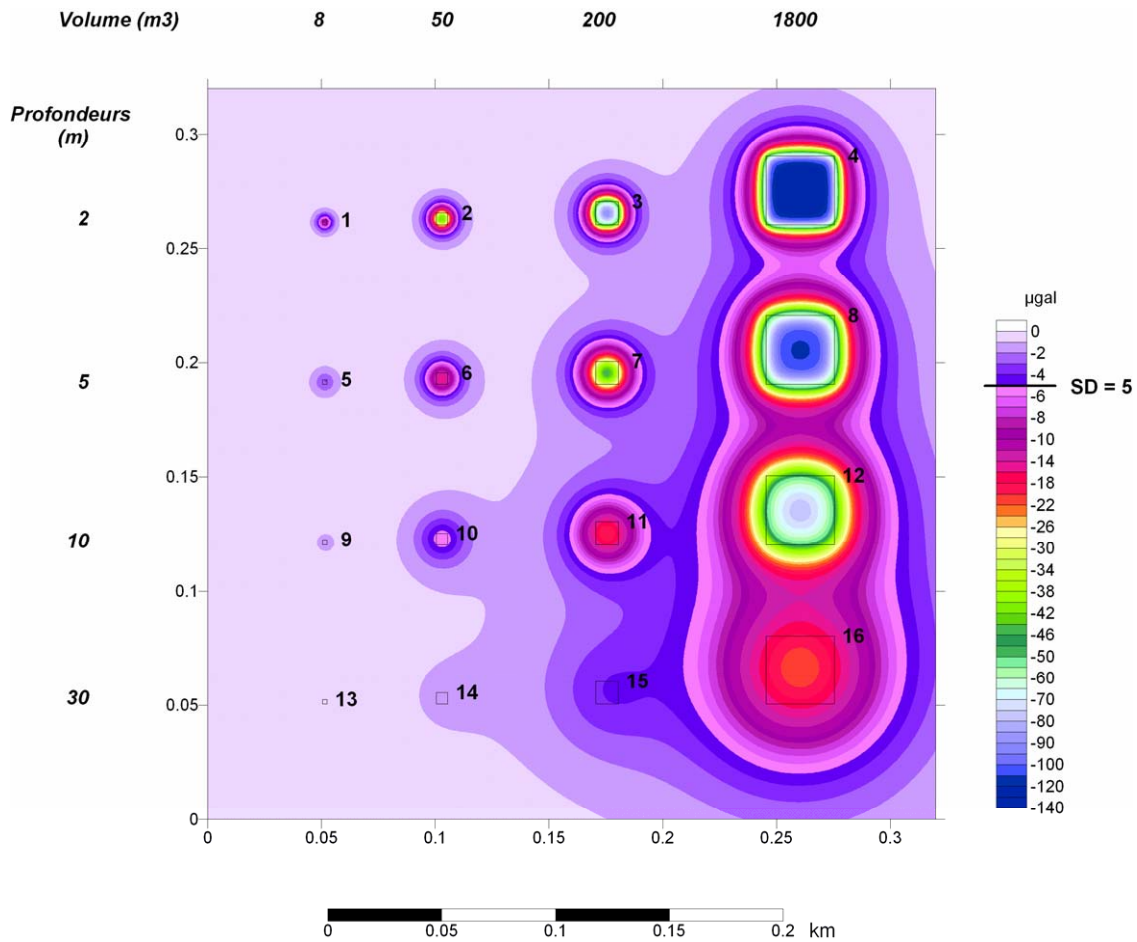


Illustration 10 - Réponse du modèle de cavités en champ gravimétrique Γ_z au sol (μgal).

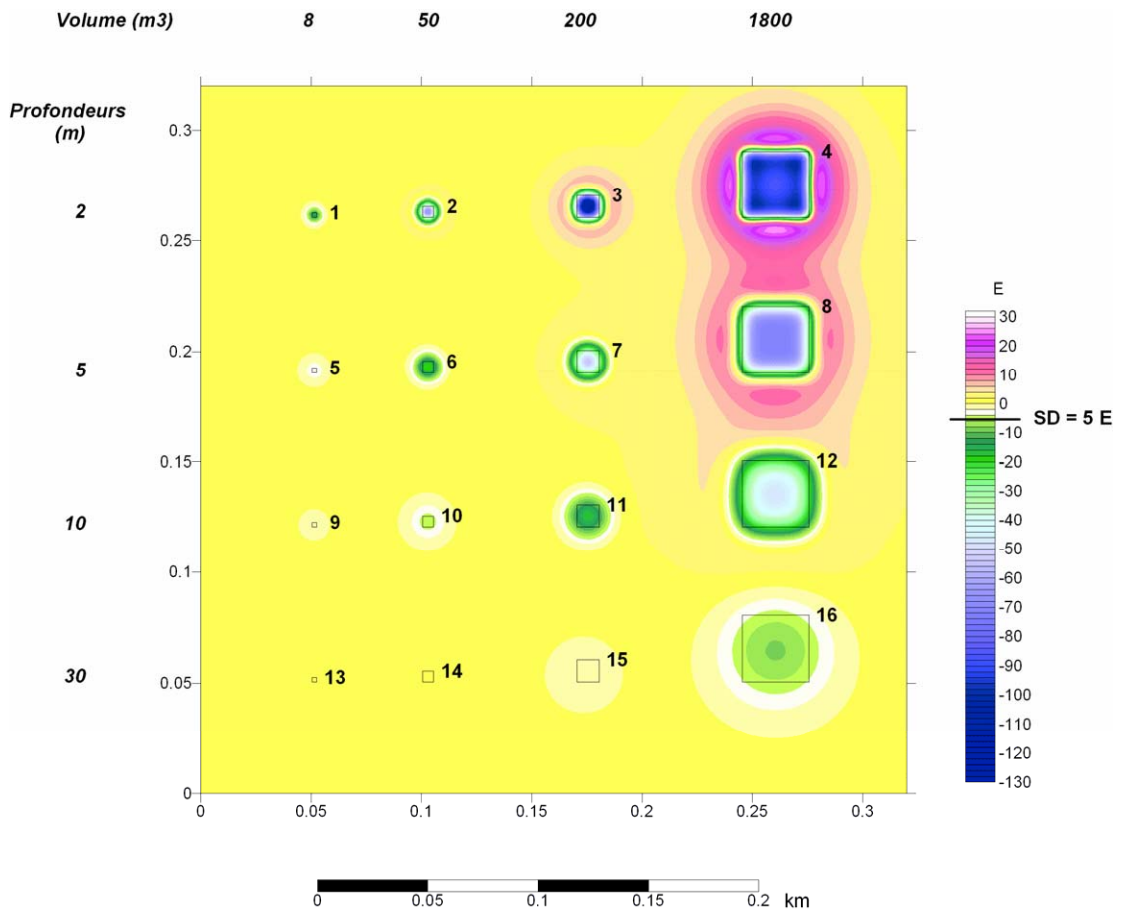


Illustration 11 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} au sol (E).

Si on admet un seuil de détection de 5 E, valeur correspondant à la précision estimée pour le FTG en aéroporté, les cavités non détectables en gradiométrie sol sont les mêmes qu'en champ gravimétrique, soit les cavités, 13, 9, 5, 14 et 15. Au sol, la précision des gradiomètres pourrait cependant descendre à 1 E. Dans ce cas, il n'y aurait plus que deux cibles non détectables, les cavités 9 et 13. Par ailleurs, les coalescences entre effets de structures proches sont plus faibles en gradient, ce qui peut faciliter l'interprétation.

Ce test illustre les conclusions des deux paragraphes précédents :

- Les anomalies de plus grande longueur d'onde, correspondant aux structures les plus grandes (4, 8, 12) et/ou les plus profondes (13, 14, 15 et 16) sont moins bien détectées en gradient vertical qu'en champ gravimétrique, le rapport signal sur bruit étant plus faible.
- Jusqu'à 10 m de profondeur les sources les plus petites, assimilables à des sphères sont mieux détectées en gradient vertical.

Afin de simuler l'effet qui serait observé en aéroporté, la réponse gradiométrique au sol a ensuite été prolongée aux altitudes de 80 m (ill. 12) et 20 m (ill. 13). À 80 m, il y a

coalescence des effets des quatre cavités les plus importantes (4, 8, 12 et 16). Les autres cavités ne sont pas identifiables. Un levé aéroporté de caractéristique identique à ceux qui sont utilisés en recherche minière ne détectera donc que des vides de gros volumes, par exemple des karsts. Par contre, une acquisition à 20 m d'altitude, avec une précision de 1 à 2 E, ce qui est l'objectif des développements en cours, permettrait de déceler à peu près la moitié des cibles.

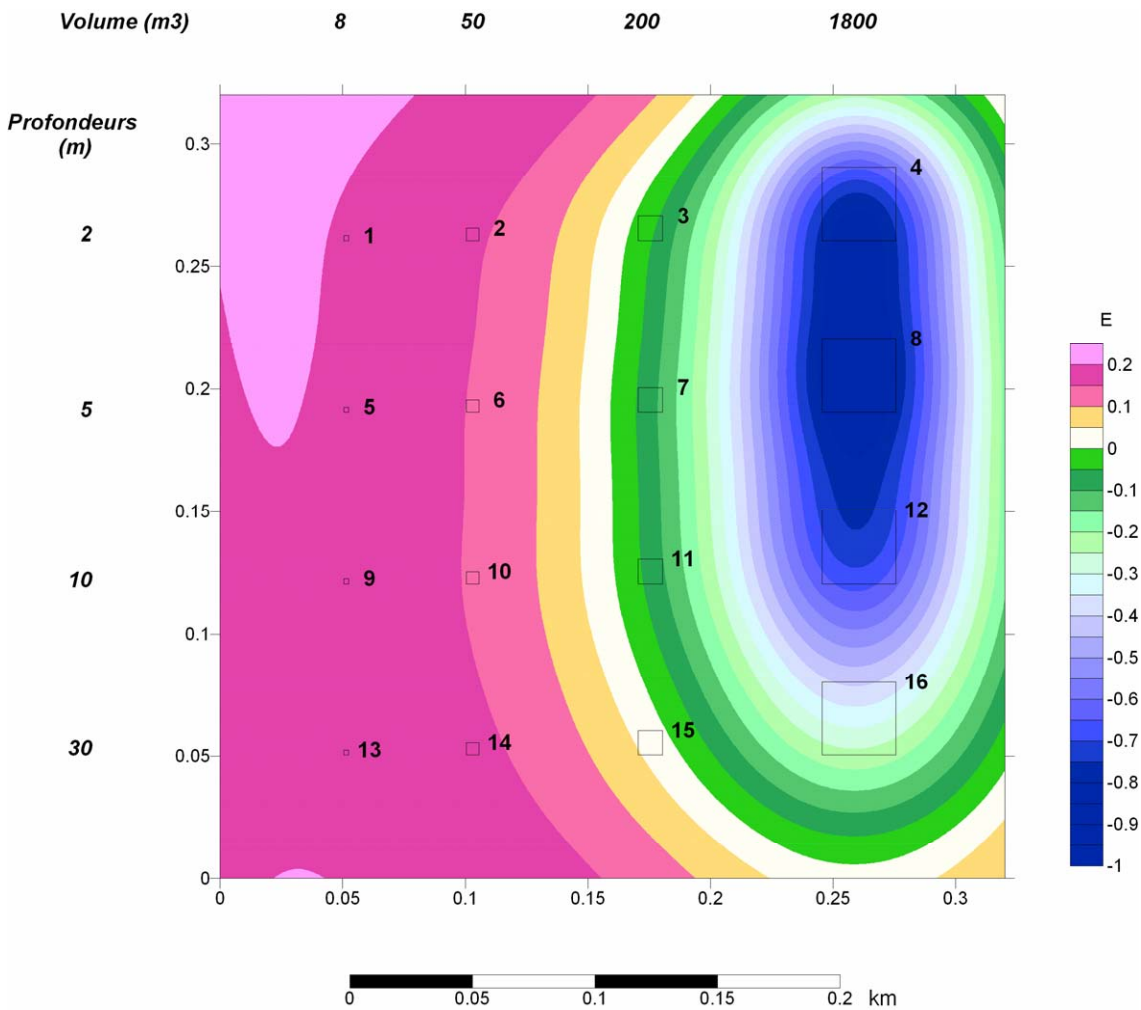


Illustration 12 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} à 80 m d'altitude (E).

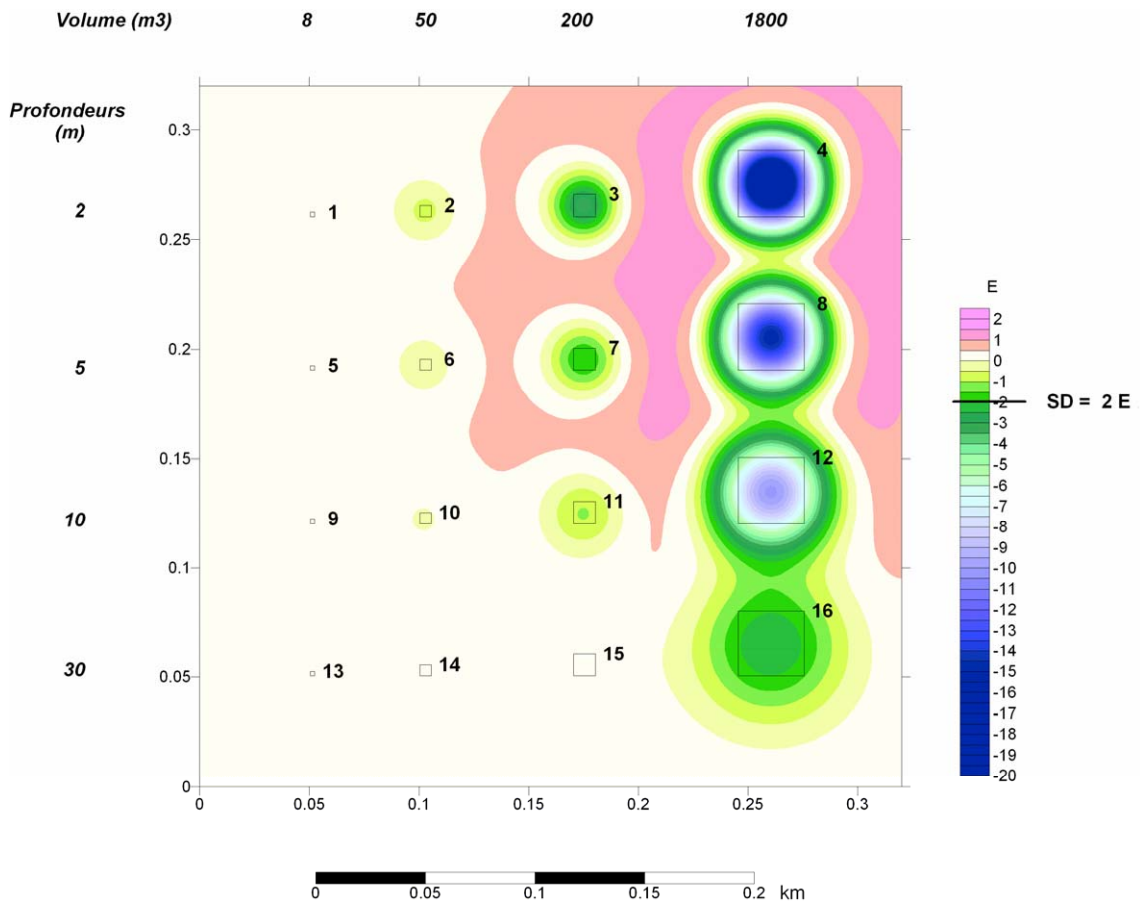


Illustration 13 - Réponse du modèle de cavité en gradient vertical gravimétrique Γ_{zz} à 20 m d'altitude (E).

3.2.2. Réduction des coalescences entre sources proches : exemple d'une cavité complexe

Le second modèle comporte un ensemble de vides, salles, galeries et puits d'accès bouchés situés entre 2 et 25 m de profondeur (tabl. 2). L'effet de ce modèle en champ gravimétrique a été calculé pour des contrastes de densité de 1 et 2 g/cm³ (ill. 14). En champ, l'effet dominant est celui des cavités les plus vastes et les plus profondes. Les effets des galeries et des puits sont par contre difficile à distinguer.

Ce modèle permet d'illustrer l'intérêt des différentes composantes du tenseur gradient. Afin de mieux apprécier l'apport possible de chaque composante, un bruit gaussien d'écart-type 5 E, correspondant à la précision des mesures actuellement disponibles, leur a été ajouté après calcul.

Potentialité d'application de la gradiométrie gravimétrique à la détection de cavités et à la surveillance de zones instables ou de réservoirs

Cavité	Type	Profondeur du toit (m)	Profondeur de la base (m)	Rayon	Contraste de densité (g/cm ³)
Salle 1	Prisme à bord vertical	22	25	-	1
Salle 2	Prisme à bord vertical	12	15	-	2
Coupole 3	Coupole hémisphérique	-	12	3	2
Puits 4	Cylindre vertical	2	9	1	2
Puits 5	Cylindre vertical	2	22	1,5	2
Salle 6	Prisme à bord vertical	5	7	-	2
Galerie 7	Cylindre horizontal	5,5	8,5	1,5	2
Galerie 8	Cylindre horizontal	10	14	2	2
Salle 9	Prisme à bord vertical	12	8	-	2

Tableau 2 - Caractéristique des vides constituant le modèle de cavité complexe.

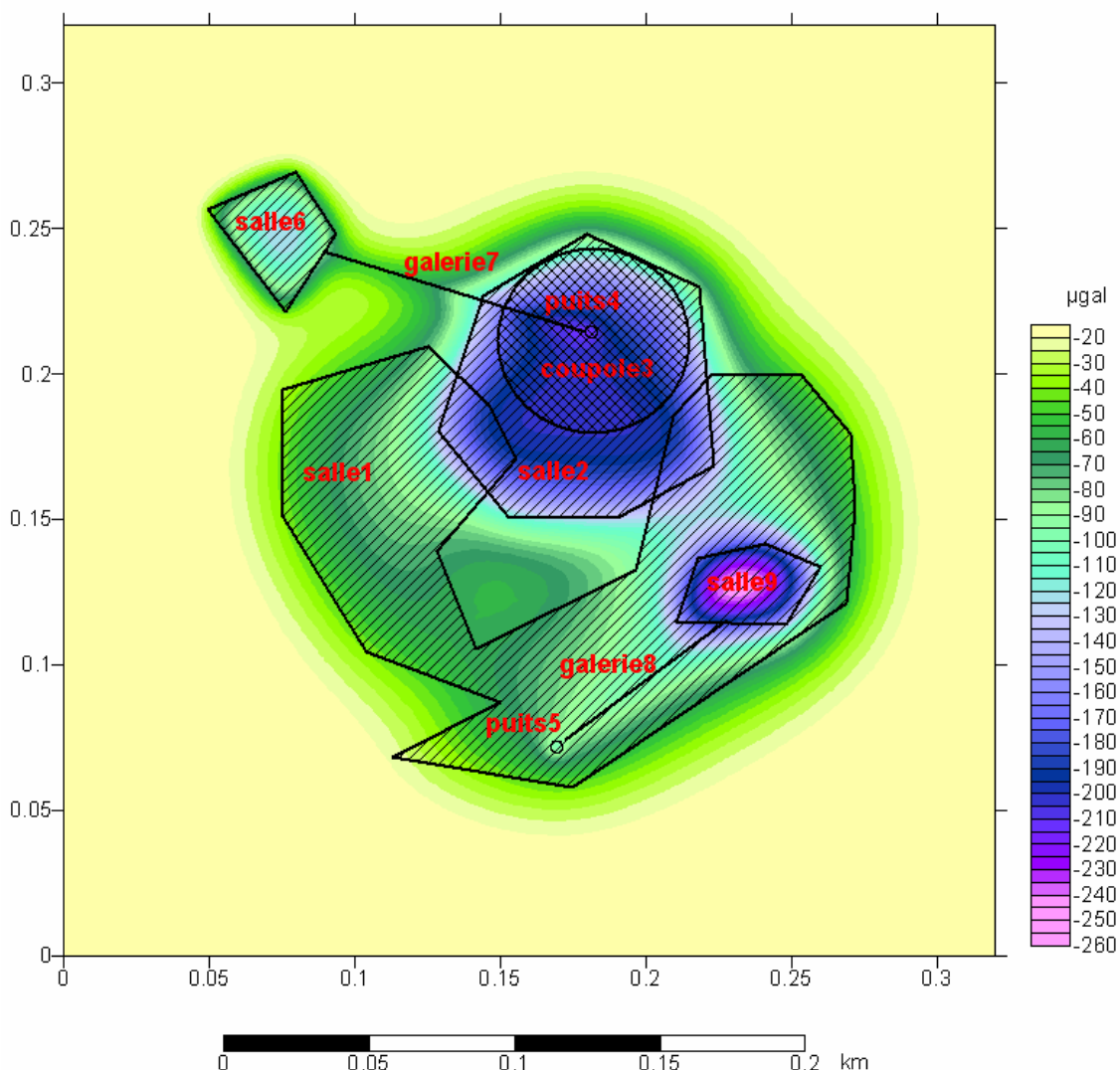


Illustration 14 - Réponse du modèle de cavité complexe en champ gravimétrique.

Le gradient vertical, Γ_{zz} , a été obtenu à partir du champ par transformation fréquentielle et ajout du bruit. En gradient vertical, les structures de petites taille, galeries et puits sont mieux localisées, malgré la présence de bruit (ill. 15). La composante Γ_{zz} , généralement monopolaire, ressemble au champ et reflète directement la position des structures. Comme le champ, son signe indique le signe du contraste de densité. Elle améliore, cependant, la localisation des structures superficielles et de petite taille. Elle atténue les effets des structures plus profondes ou de grande dimension (régional) et minimise les coalescences entre sources proches.

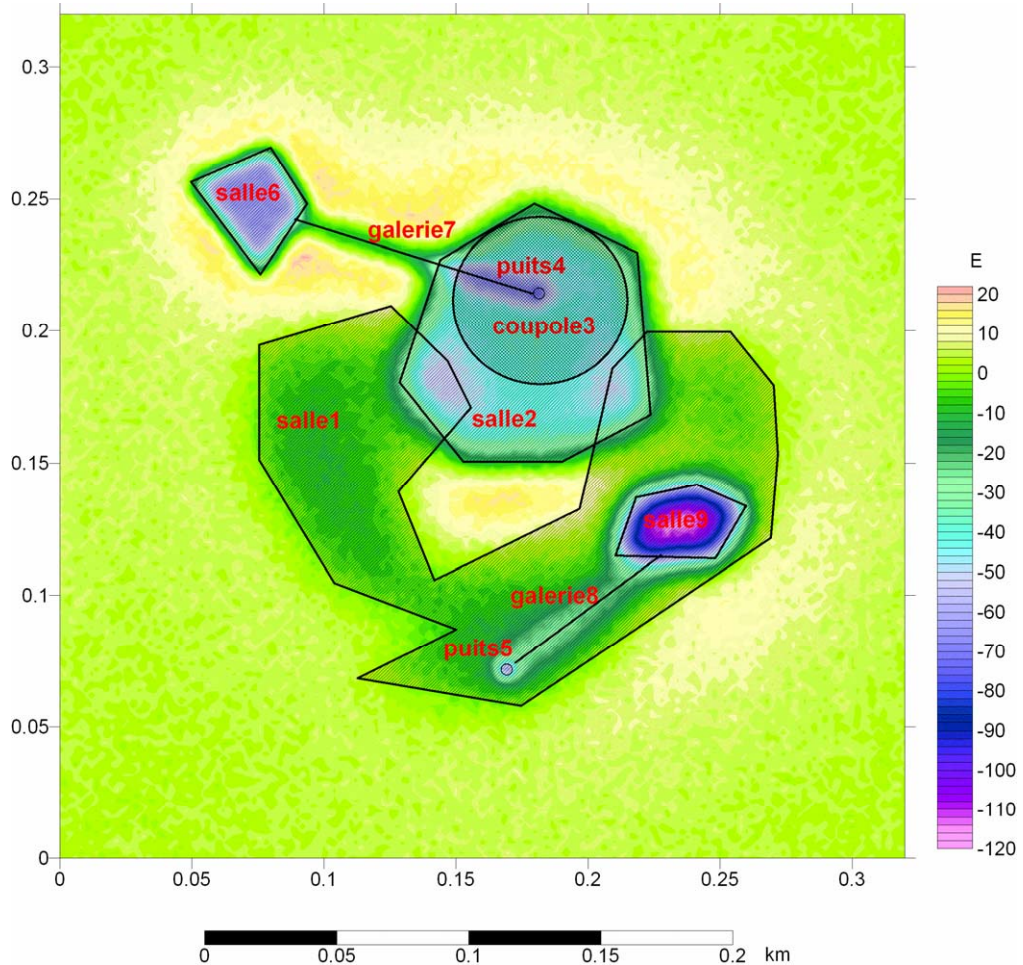


Illustration 15 - Réponse du modèle de cavité complexe en gradient vertical gravimétrique avec ajout d'un bruit gaussien d'écart type 5 E.

Les autres composantes du tenseur gravimétrique ont été calculées par la même méthode (ill. 16). L'interprétation de ces composantes est plus complexe car elles sont constituées d'anomalies positives et négatives en relation avec les bords ou les angles des sources. Les composantes Γ_{zx} et Γ_{zy} ont une forme dipolaire et aident à identifier les limites N-S et E-W des structures. Les composantes Γ_{xx} et Γ_{yy} permettent d'identifier les axes centraux des structures et les failles, les signes des anomalies

étant cependant opposés au signe du contraste de densité. La composante Γ_{xy} met en évidence les coins des structures.

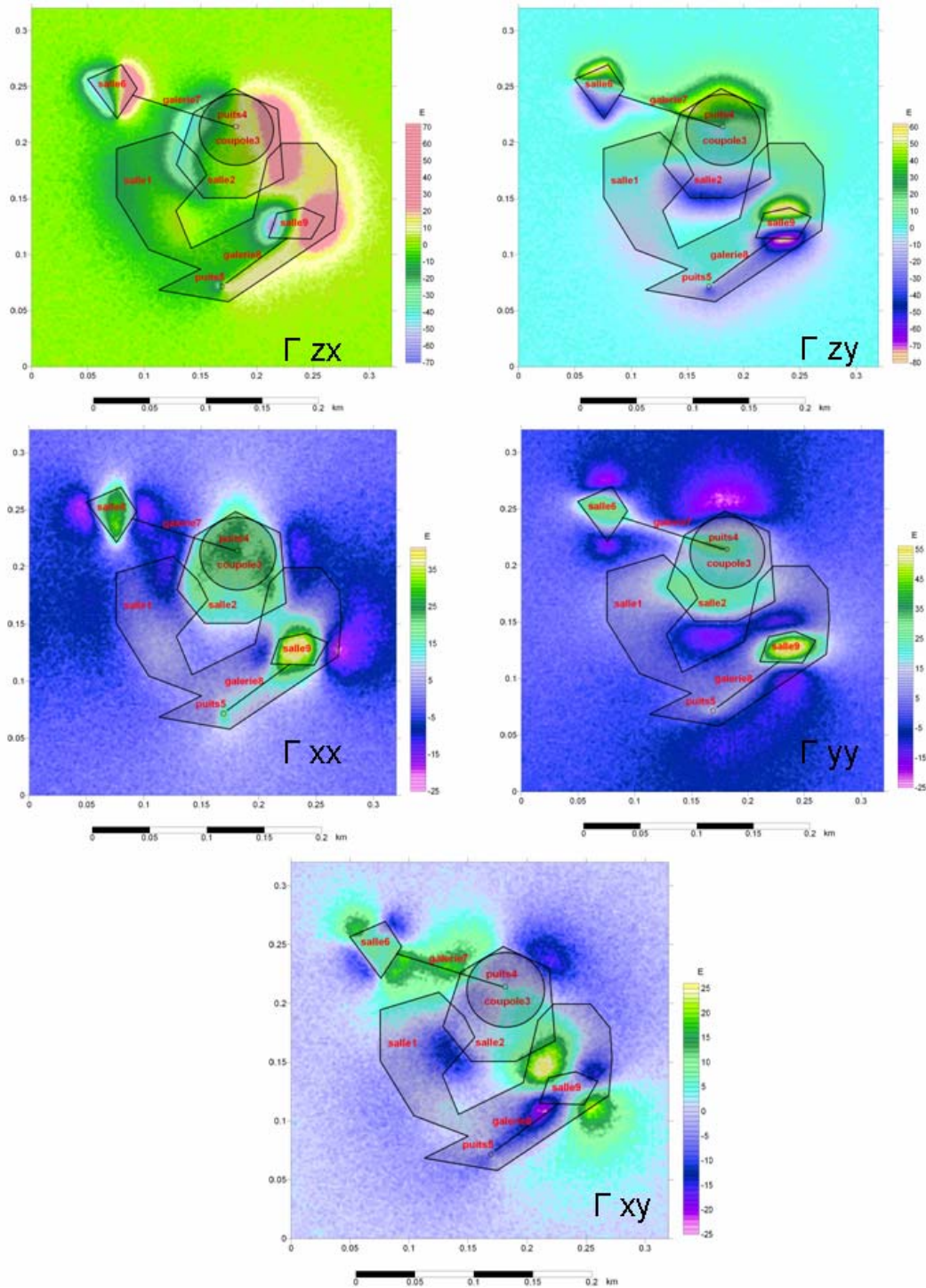


Illustration 16 - Réponses du modèle en composantes Γ_{zx} , Γ_{zy} , Γ_{xx} , Γ_{yy} et Γ_{xy} .

Excepté pour Γ_{zz} , la réponse des composantes du tenseur dépend de l'orientation des structures par rapport au repère (x, y) qu'il peut être utile d'adapter aux orientations géologiques à mettre en évidence (Fedi *et al.*, 2005).

3.2.3. Identification des effets latéraux sur un profil isolé

À partir d'un seul profil mesuré en champ gravimétrique, ou avec une seule composante du tenseur gradient, il n'est pas possible de savoir si la source est située directement sous le profil ou si elle est décalée latéralement, ni de quel côté (Foss, 2001). En effet, un même profil de champ Γ_z peut par exemple être créé par une source sphérique centrée sous le profil ou par des sources décalées de part et d'autre du profil (ill. 17 et 18 a).

Si on dispose également du gradient vertical Γ_{zz} , celui-ci varie en fonction de la distance au profil (ill. 18 b) et l'inversion simultanée du champ et du gradient permettra de déterminer cette distance, mais non la direction du décalage.

Pour localiser la source il faudra disposer d'une troisième information, par exemple la composante Γ_{zy} (ill. 18 c).

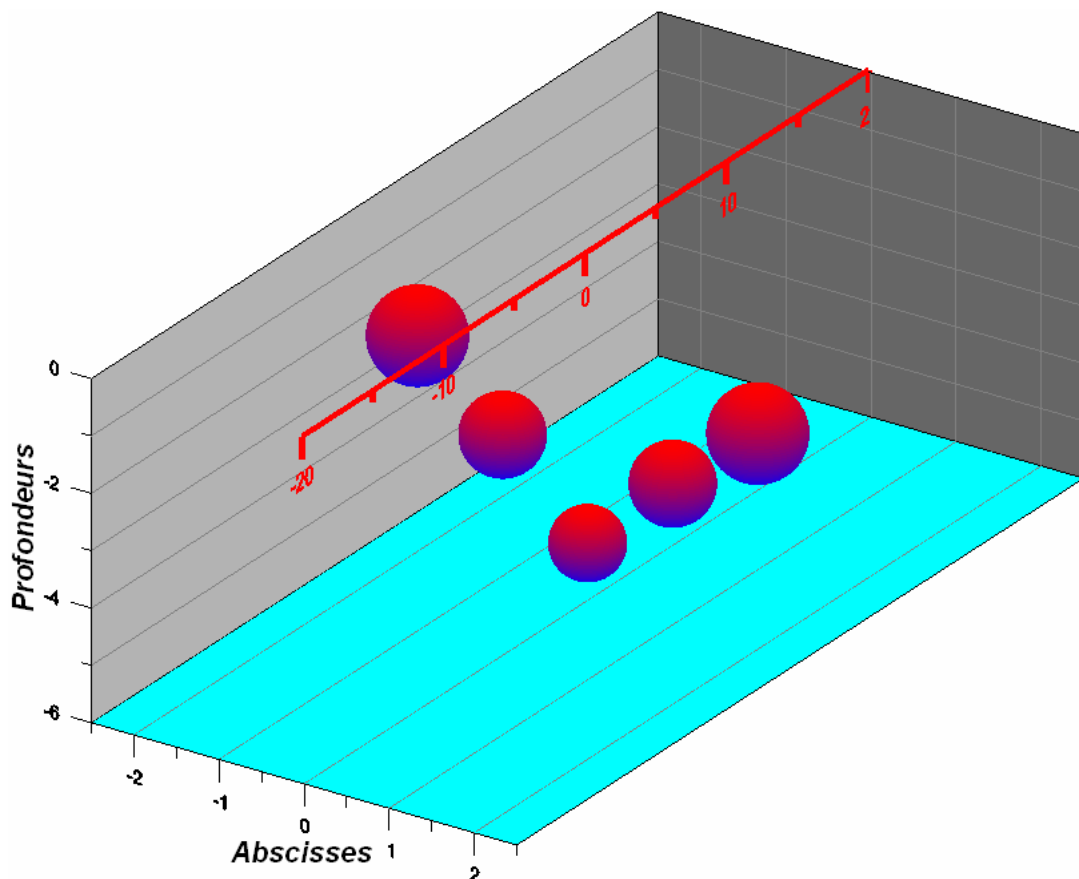


Illustration 17 - Sphères produisant un même champ gravimétrique.

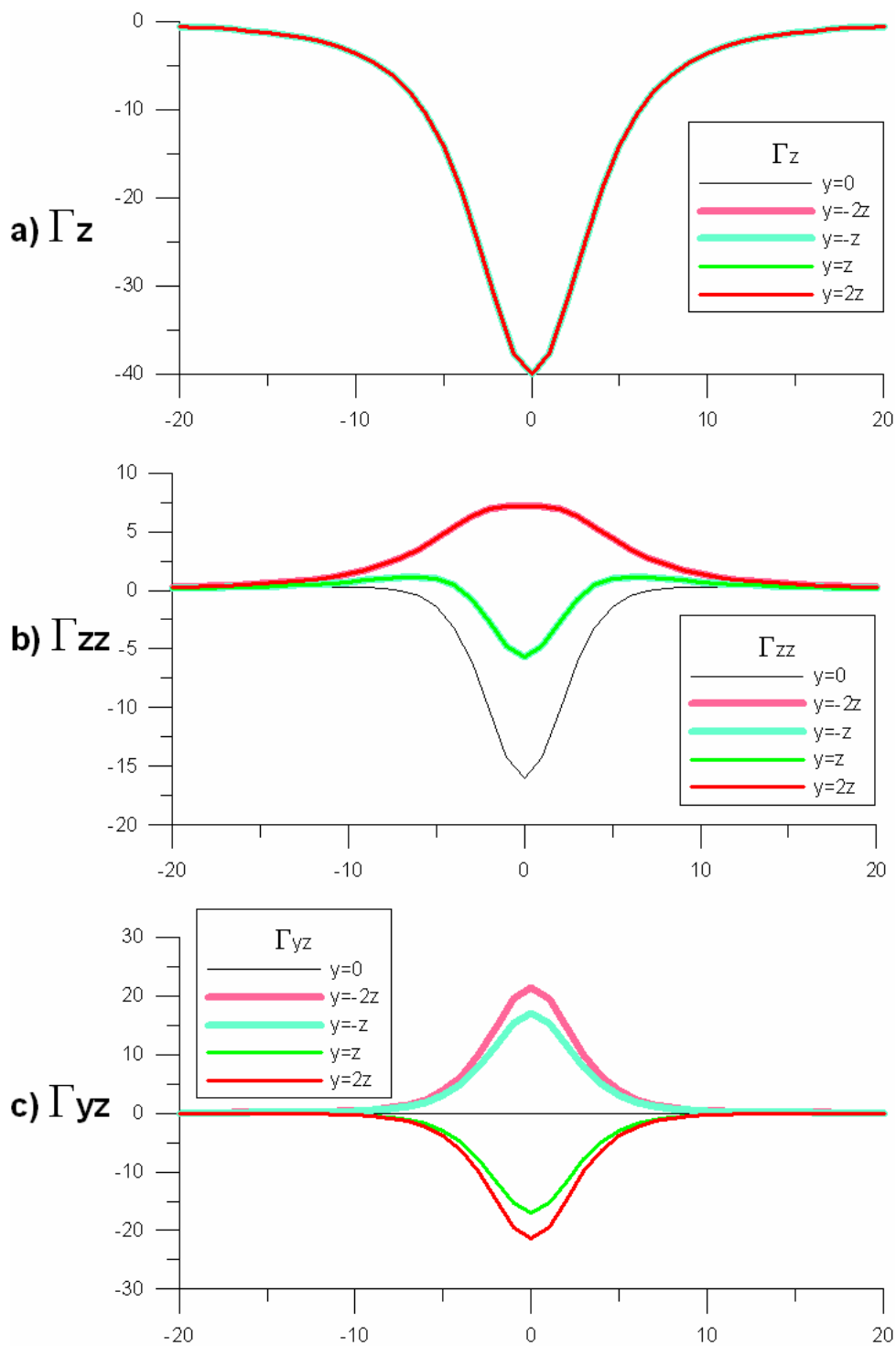


Illustration 18 - Effets des sphères de la figure 17 : a) en champ gravimétrique Γ_z , b) en gradient vertical Γ_{zz} et c) en gradient horizontal Γ_{yz} .

En interprétant conjointement le champ et le gradient vertical, ou deux composantes correctement choisies du tenseur gradient, il sera également possible de résoudre d'autres équivalences (Foss, 2001), par exemple :

- distinguer une source sphérique d'une source cylindrique horizontale perpendiculaire au profil ;
- déterminer l'orientation d'une source recoupant un profil obliquement.

3.2.4. Distinction entre hétérogénéités géologiques superficielles et cavités profondes

La mesure ou le calcul d'un gradient vertical et son interprétation conjointe avec le champ peuvent aider à distinguer entre différents modèles de source possibles.

L'apport du gradient vertical est ainsi montré lors d'un levé microgravimétrique réalisé en Malaisie, pour la recherche de cavités dans un socle calcaire surmonté par un recouvrement argileux (Foss, 2001). Le gradient vertical a été calculé par transformation fréquentielle à partir du champ gravimétrique mesuré (ill. 19, partie 1).

Deux modèles conceptuels différents ont ensuite été utilisés pour interpréter ces deux cartes : soit l'anomalie est causée par une cavité profonde dans le substratum calcaire, soit elle est due au relief du toit du calcaire.

La cavité est modélisée par un ellipsoïde dont la géométrie est déduite d'une inversion du champ gravimétrique. L'effet de cette ellipsoïde rend compte correctement de la carte du champ mais est insuffisante à expliquer les anomalies en gradient vertical (ill. 19, partie 2).

L'interface sédimentaire est modélisée par une surface polygonale également déduite du champ par inversion. L'effet de ce modèle est compatible à la fois avec le champ et avec son gradient vertical (ill. 19, partie 3) ce qui laisse penser que cette hypothèse est mieux adaptée. Une certaine ambiguïté subsiste cependant car une géométrie plus complexe de la cavité pourrait permettre d'améliorer l'interprétation du gradient vertical. Une inversion conjointe du champ et du gradient vertical, voire de plusieurs autres composantes du tenseur gradient, associée à une description plus homogène du sous-sol, recouvrement et substratum, aurait donc été plus indiquée.

Dans cet exemple, le calcul du gradient vertical renforce les hautes fréquences du champ qui s'avèrent cruciales pour l'évaluation des modèles. Une telle application nécessite cependant une couverture détaillée de l'anomalie à interpréter.

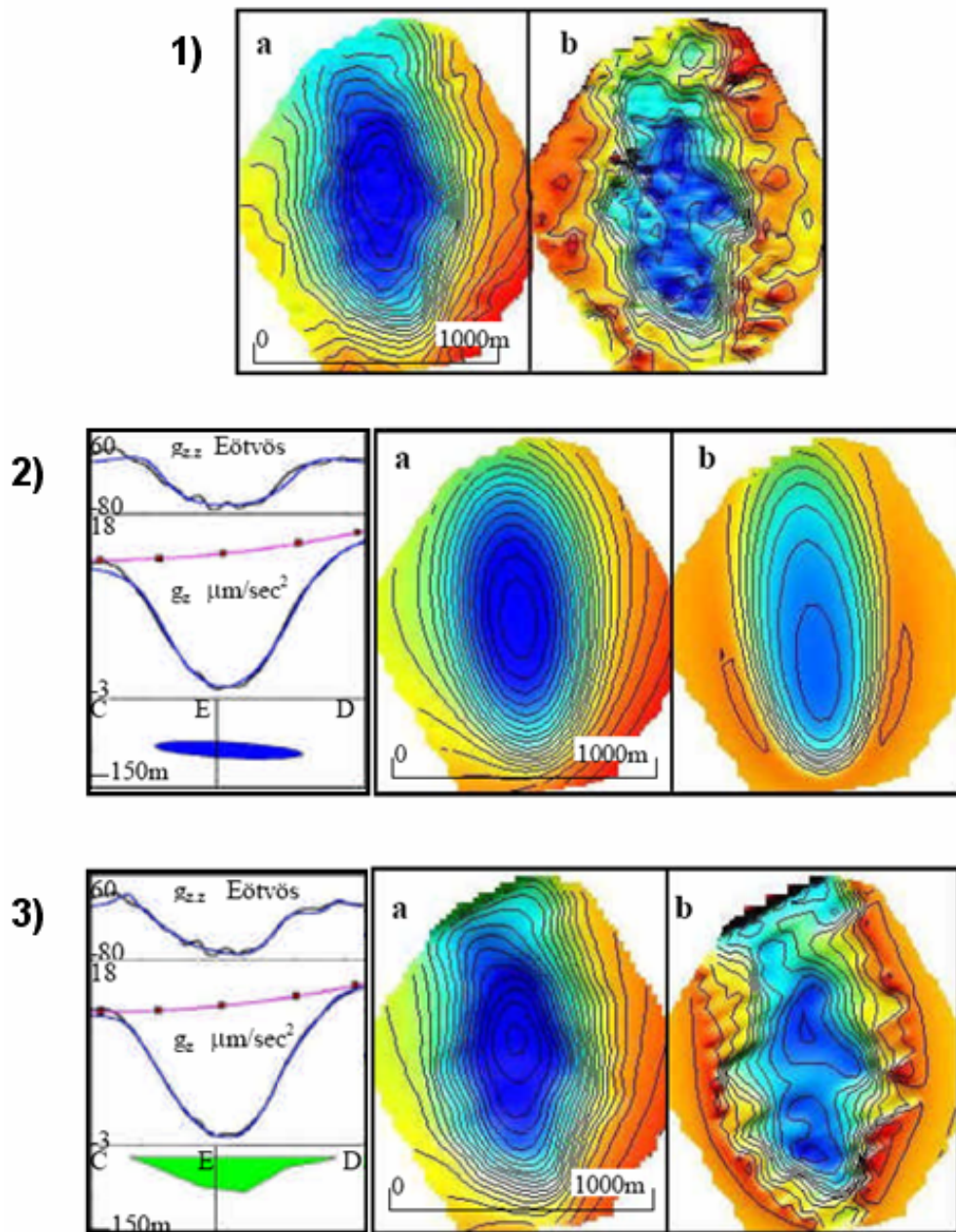


Illustration 19 - Distinction entre une interface sédimentaire superficielle et une cavité profonde (d'après Foss, 2001) : 1) champ mesuré (a) et gradient vertical calculé (b) ; 2) effet en champ (a) et en gradient vertical (b) d'un modèle de cavité ; 3) effet en champ (a) et en gradient vertical (b) d'un modèle d'interface sédimentaire.

4. Modalité du calcul et de l'inversion des composantes du tenseur gradient

Les simulations et exemples précédents montrent l'intérêt de l'inversion conjointe du champ gravimétrique et de son gradient vertical ou de plusieurs composantes du tenseur gradient, les gradients pouvant être mesurés directement ou calculés. Ceci nécessite des outils logiciels nouveaux ou l'adaptation de logiciels existants, l'emploi du champ et de son gradient vertical étant courant, mais pas celui des autres composantes du tenseur gradient.

4.1. ALGORITHMES DE MODÉLISATION DIRECTE

Ces algorithmes sont la base de l'interprétation directe, mais sont également essentiels en inversion. On a donc regroupé en annexe 1 des références ou des formules de calcul des différentes composantes pour des géométries simples, sphères, cylindres et prismes, qui pourront ensuite servir à élaborer des modèles plus complexes.

4.2. CALCUL DU TENSEUR GRADIENT À PARTIR DU CHAMP MESURE

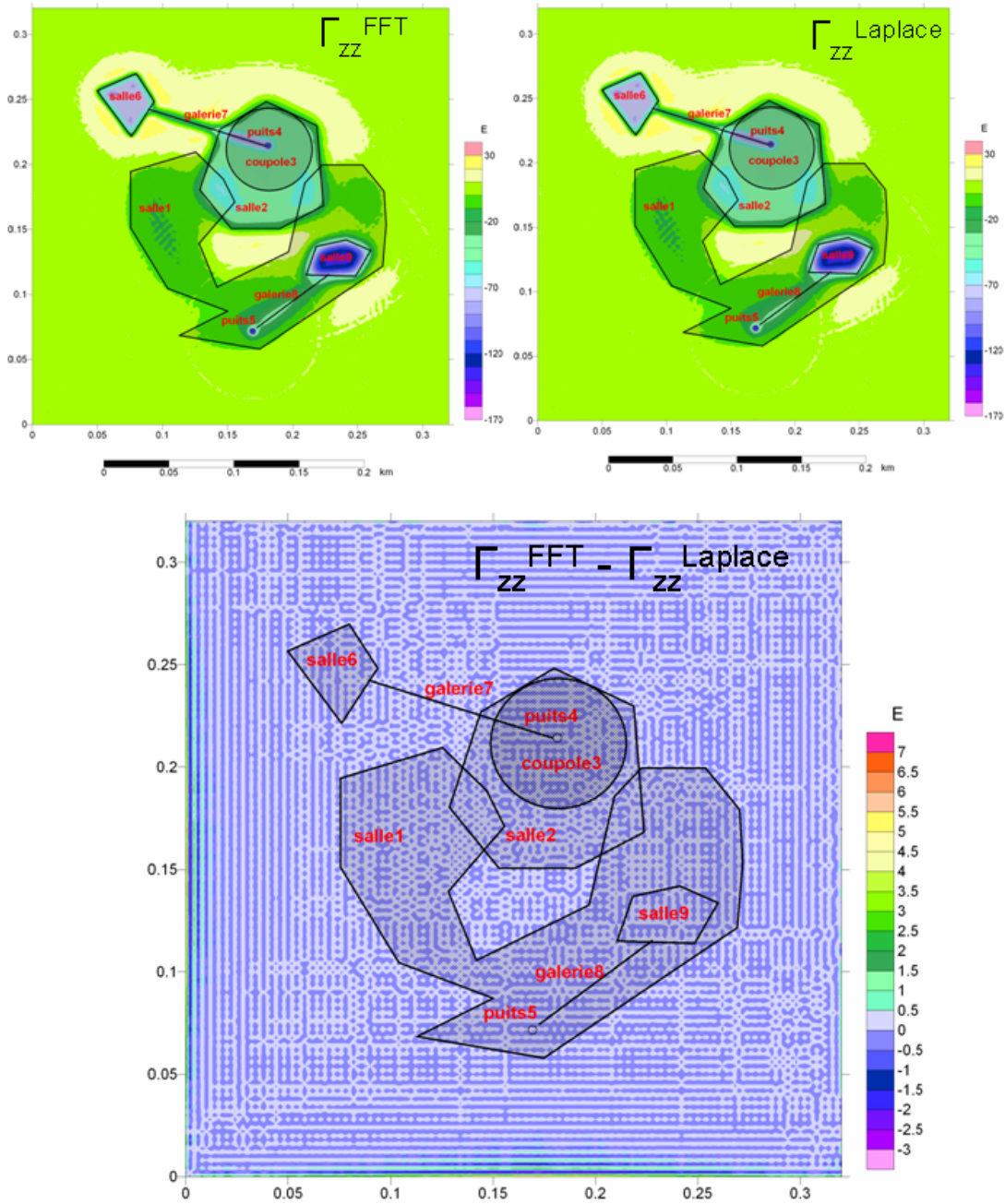
Les composantes du tenseur gradient peuvent être calculées dans le domaine fréquentiel à partir du champ gravimétrique, Γ_z , par application des opérateurs adéquats de dérivation et d'intégration (Mickus et Hinojosa, 2000) :

- dérivation verticale, pour Γ_{zz} ;
- dérivation selon x et y pour Γ_{xz} et Γ_{yz} ;
- intégration vertical (pour revenir au potentiel) suivie de deux dérivations horizontales selon x ou y pour Γ_{xx} , Γ_{yy} et Γ_{xy} .

Le calcul dans le domaine fréquentiel présente l'avantage de pouvoir adjoindre si nécessaire à ces opérateurs un filtrage du bruit. Un prolongement vers le haut peut également être utile pour atténuer les plus hautes fréquences. Le calcul fréquentiel présente cependant parfois des inconvénients liés à la discrétisation ou à des défauts de périodisation (repliement du spectre ou aliasing). Le gradient vertical qui amplifie les plus hautes fréquences est la composante la plus difficile à calculer en présence de bruit. Au calcul fréquentiel, on préfère parfois un calcul en spatial par différence finie pour les gradients horizontaux, le gradient vertical étant déduit des gradients horizontaux par l'équation de Laplace (Fedi et Florio, 2002).

Lors d'une inversion, il sera important de connaître l'incertitude d'un calcul de gradient, incertitude qui s'ajoute à celle liée à la mesure du champ. Pour ce faire, on peut comparer les gradients calculés par FFT à partir du champ d'un modèle théorique à la même composante calculée par des formules analytiques exactes pour le même modèle.

Potentialité d'application de la gradiométrie gravimétrique à la détection de cavités et à la surveillance de zones instables ou de réservoirs



$$EQM = 0.57$$

Illustration 20 - Estimation de l'erreur quadratique moyenne du calcul des gradients du modèle de cavité complexe.

Par exemple, un modèle de horsts et grabens constitués de prismes élémentaires pour lesquels les formulations analytiques sont connues a été utilisé par Mickus et Hinojosa (2001) pour estimer les erreurs de chaque composante calculées en fréquentiel. Pour que l'estimation soit réaliste, le modèle doit bien entendu être adapté au cas à traiter, dimensionnement de l'étude, contexte géologique, etc.

Une autre méthode serait d'utiliser l'équation de Laplace pour estimer l'erreur moyenne sur les gradients :

- calculer en fréquentiel les gradients verticaux et horizontaux, soit Γ_{zz}^{FFT} , Γ_{xx}^{FFT} et Γ_{yy}^{FFT} ;
- déduire le gradient vertical des deux autres composantes par l'équation de Laplace, soit $\Gamma_{zz}^{Laplace} = - (\Gamma_{xx}^{FFT} + \Gamma_{yy}^{FFT})$;
- estimer l'erreur quadratique moyenne par :

$$e = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |\Gamma_{zz}^{FFT}(m, n) - \Gamma_{zz}^{Laplace}|^2}$$

Cette dernière estimation a été réalisée à partir des gradients calculés pour la cavité complexe (ill. 20). Dans ce but, les gradients ont été réestimés sans aucun filtrage ni prolongement vers le haut et aucun bruit n'a été ajouté. Les gradients $\Gamma_{zz}^{Laplace}$ et Γ_{zz}^{FFT} sont à vue assez similaires. La différence entre les deux calculs varie de -3 à 7 E, les écarts maximaux étant localisés en bordure de carte. L'erreur quadratique estimée par la formule ci-dessus est de 0,57 E, pour une amplitude totale du gradient qui est de 140 E, soit une erreur relative de 0,4 %. Dans la plupart des cas une telle erreur pourra être considérée comme négligeable comparée à l'incertitude de mesure.

L'estimation et la représentation de l'erreur peut aider à améliorer le mode de calcul des gradients, en particulier par adaptation des tailles de bordure et des conditions de filtrage ou de prolongement.

4.3. ALGORITHMES D'INVERSION

Le champ gravimétrique ou une composante quelconque du tenseur des gradients connus à la surface du sol, G , sont liés aux densités du sous-sol, V , par la relation matricielle :

$$G = AV + E,$$

où A est la matrice noyau, fonction de la composante, et E , le bruit.

Les méthodes d'inversion consistent à calculer V connaissant G . La plupart des méthodes d'inversion du champ gravimétrique pourront être adaptées à l'inversion d'une composante du tenseur des gradients en modifiant la matrice noyau. Pour effectuer une inversion il faut donc d'abord savoir réaliser le calcul direct (cf. § 3.3.1.) pour déterminer la matrice A et connaître l'erreur E sur les données (cf. § 3.3.2.).

Plusieurs algorithmes d'inversion du tenseur des gradients gravimétriques ont été proposés récemment.

L'algorithme conventionnel de déconvolution d'Euler utilisant les trois gradients de la composante verticale du champ, Γ_{xz} , Γ_{yz} , Γ_{zz} , a été étendu de manière à exploiter l'ensemble des composantes du tenseur (Zhang *et al.*, 2000). À l'équation d'Euler habituelle, on ajoute deux autres équations concernant les composantes horizontales. Ces trois équations peuvent ensuite être résolues simultanément par exemple en utilisant un algorithme de SVD¹ et une stratégie de sélection et de regroupement des solutions d'Euler comme développé précédemment pour l'inversion du seul gradient gravimétrique (Debeglia, 2005). L'utilisation de l'ensemble des composantes du tenseur permet de mieux contraindre l'inversion ce qui a été vérifié pour des modèles simples de masses ponctuelles, prismatiques et cylindriques et sur des données réelles.

Vasco (1989) a montré que l'emploi du gradient vertical au lieu du champ gravimétrique améliore à la fois des inversions linéaires et non linéaires. Dans ces inversions, le modèle de source est constitué d'un ensemble de prismes dont on cherche à déterminer la densité. Du fait de la non-unicité des solutions, il est nécessaire d'ajouter des informations *a priori* pour contraindre la solution. Ainsi, Last et Kubik (1983) cherchent une solution compacte, avec pour contrainte la minimisation du volume des sources et Guillen et Menichetti (1984) concentrent la solution autour d'un axe. Cette méthode d'inversion par corps compact est bien adaptée à la recherche de structures ayant un contraste de densité élevé par rapport à l'environnement, comme des amas minéralisés ou des cavités (Debeglia, 2005). Développée pour l'inversion de la seule composante verticale du champ, elle pourrait être adaptée à l'inversion simultanée de plusieurs composantes du tenseur des gradients.

Ce type d'algorithme peut être par ailleurs amélioré à partir de l'étude des matrices de sensibilité de chaque composante, en affinant la discrétisation du modèle, en introduisant une pondération fonction de la profondeur des prismes et en combinant la contrainte de compacité avec d'autres types de contraintes (Boulanger, 2004). La contrainte de distance minimum consiste, par exemple, à minimiser la distance entre un modèle acceptable et un modèle initial donnée *a priori*.

La méthode d'inversion par tomographie probabiliste (Mauriello et Patella, 2001) consiste en une inspection (ou scan) de l'espace 3D (tomographie) permettant d'estimer la probabilité de présence d'une source gravimétrique. Son application au champ gravimétrique peut-être étendue à n'importe quelle composante du tenseur gradient en utilisant comme fonction de scan non plus un effet en champ mais un effet en gradient. Si la fonction de scan utilise l'effet d'une sphère centrée sur le point à scanner, comme c'est le cas dans de précédents développements (Debeglia, 2005), on pourra utiliser les formulations données en annexe 1 de l'effet d'une masse ponctuelle pour chaque composante du tenseur. Un test sur modèle théorique, simulant une application à la surveillance d'un réservoir de gaz, est présenté ci-après.

¹ SVD : Singular Value Decomposition (décomposition en valeurs propres)

4.3.1. Exemple d'extension de la tomographie probabiliste à l'interprétation du tenseur des gradients gravimétriques

Un modèle a été élaboré pour ce test. Il est constitué d'un réservoir principal, S1, sphérique, de rayon 150 m, situé à 500 m de profondeur, et d'un réservoir secondaire, S2, de rayon 25 m, à 150 m de profondeur. La porosité supposée du réservoir est de 20 % et entre deux acquisitions gravimétriques, un gaz (densité 0) a remplacé un fluide (densité 1). La variation du contraste de densité est donc de -0,2. La variation de pesanteur (champ gravimétrique) qui en découle a été calculée sur une grille de pas 100 x 100 m (ill. 21 et 22a). L'effet du petit réservoir superficiel est très mal cartographié, car en partie masqué par celui du réservoir principal profond.

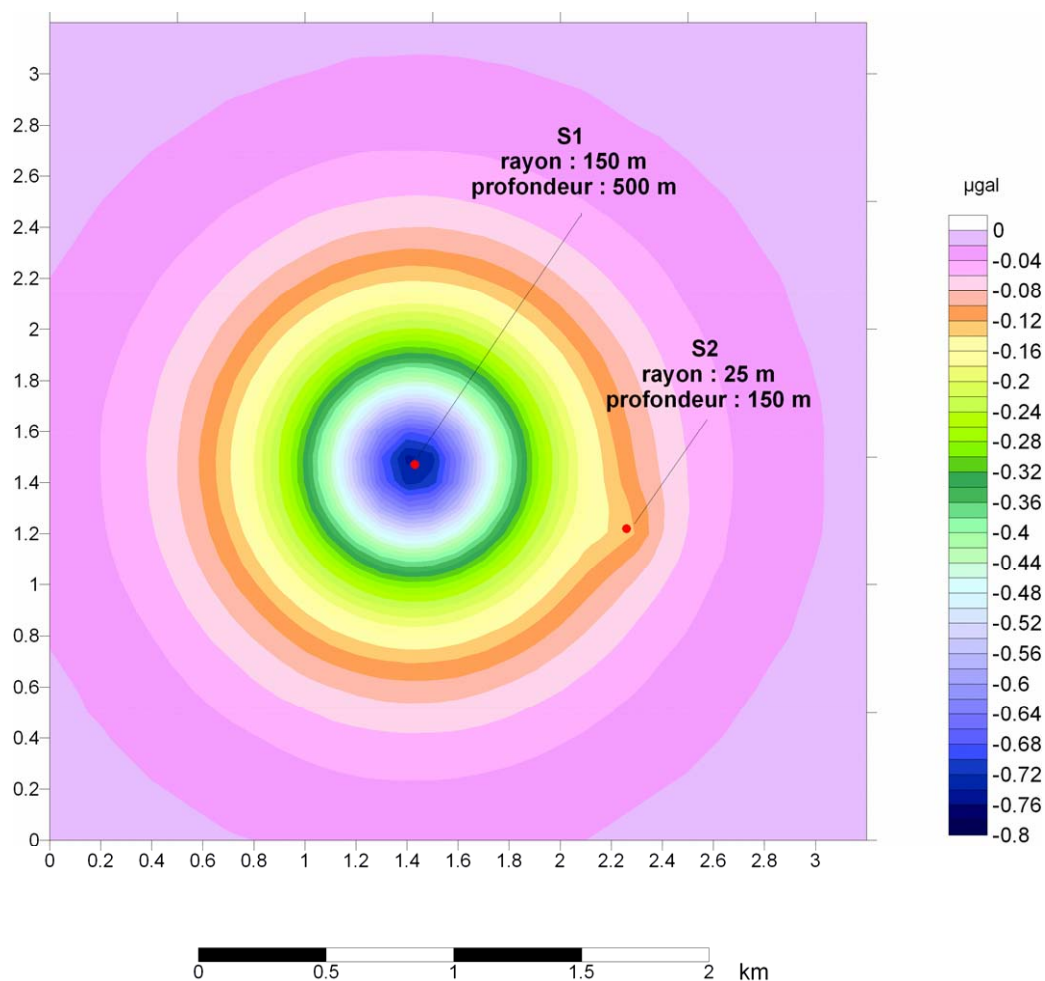


Illustration 21 - Variation de pesanteur calculée pour le modèle de réservoirs constitué par les sphères S1 et S2.

L'inversion du champ gravimétrique ne localise, de fait, que le réservoir profond, S1 (tabl. 3). Les composantes du tenseur gradient ont été ensuite calculées analytiquement pour ce même modèle. On constate, par exemple, que le calcul de la composante Γ_{zz} , gradient vertical gravimétrique, permet de mieux individualiser

l'anomalie S2 (ill. 22b). Malgré cela, l'inversion de cette composante ne permet toujours pas de localiser les deux sources. Il en est de même des autres composantes du tenseur, qui localisent cependant toutes la source S1 correctement (tabl. 3) et sans faire apparaître de sources parasites.

Paramètres du modèle	X (km)	Y (km)	Profondeur du centre de la sphère (en m)	Rayon (m)
S1	1,43	1,47	500	150
S2	2,26	1,22	150	25
Résultats de l'inversion des composantes	X (km)	Y (km)	Profondeur du centre de la sphère (en m) sous le niveau des données	Probabilité
Champ Γ_z	1,4	1,5	500	- 1
Champ Γ_z à -50 m	1,4	1,5	775	- 1
Gradient vertical Γ_{zz} à 0 m	1,4	1,5	500	- 1
Gradient vertical Γ_{zz} à -50 m	1,4	1,5	450	- 0,993
	2,3	1,2	100	- 0,246
Gradient horizontal Γ_{zx} à 0 m	1,4	1,5	500	- 1
Gradient horizontal Γ_{zx} à -50 m	1,4	1,5	450 (+ 2 solutions parasites)	- 1
Gradient horizontal Γ_{zy} à 0 m	1,4	1,5	500	- 1
Gradient horizontal Γ_{zy} à -50 m	1,4	1,5	450 (+ 4 solutions parasites)	- 1
Courbure Γ_{xx} à 0 m	1,4	1,5	500	- 0,994
Courbure Γ_{xx} à -50 m	1,4	1,5	450 (+ 4 solutions parasites)	- 0,994
Courbure Γ_{yy} à 0 m	1,4	1,5	500	- 0,993
Courbure Γ_{yy} à -50 m	1,4	1,5	450 (+ 2 solutions parasites)	- 0,993
Courbure Γ_{xy} à 0 m	1,4	1,5	500	- 1
Courbure Γ_{xy} à -50 m	1,4	1,5	450 (+ 6 solutions parasites)	- 1
Gradient vertical Γ_{zz} à -50 m	1,4	1,5	450	- 1
Calculé par TF	2,3	1,2	100	- 0,24

Tableau 3 - Résultats de l'inversion probabiliste du champ et des gradients du modèle des réservoirs S1 et S2 (le signe de la probabilité indique celui du contraste de densité).

Pour arriver à localiser également la source S2, il est nécessaire de prolonger la composante gradient vertical, Γ_{zz} de 50 m vers le bas (ill. 22c). Dans ce cas, le prolongement vers le bas a été calculé par transformation fréquentielle, ce qui introduit une certaine instabilité mais ne perturbe pas réellement la procédure d'inversion.

Pour ce modèle, cette composante apparaît la plus adaptée (tabl. 3). En effet, le prolongement vers le bas à 50 m du champ ne détecte que S1, de plus avec une profondeur erronée. De même, les gradients horizontaux et les courbures, également prolongés vers le bas de 50 m, ne localisent que la source S1, tandis que des sources parasites apparaissent.

Un dernier test a été réalisé en calculant la composante Γ_{zz} non plus analytiquement mais par transformation fréquentielle à partir du champ Γ_z , la dérivation étant accompagnée par un prolongement vers le bas. On simule ainsi le traitement qui pourrait être réalisé à partir d'une anomalie de champ gravimétrique mesurée sur le terrain. Même dans ce cas, la procédure d'inversion localise correctement les deux sources, sans faire apparaître de solutions parasites, et ceci malgré le bruit introduit par l'opérateur de transformation (ill. 22d). Ceci confirme des tests précédents (Debeglia, 2005) qui montraient que la méthode de tomographie probabiliste est peu sensible au bruit.

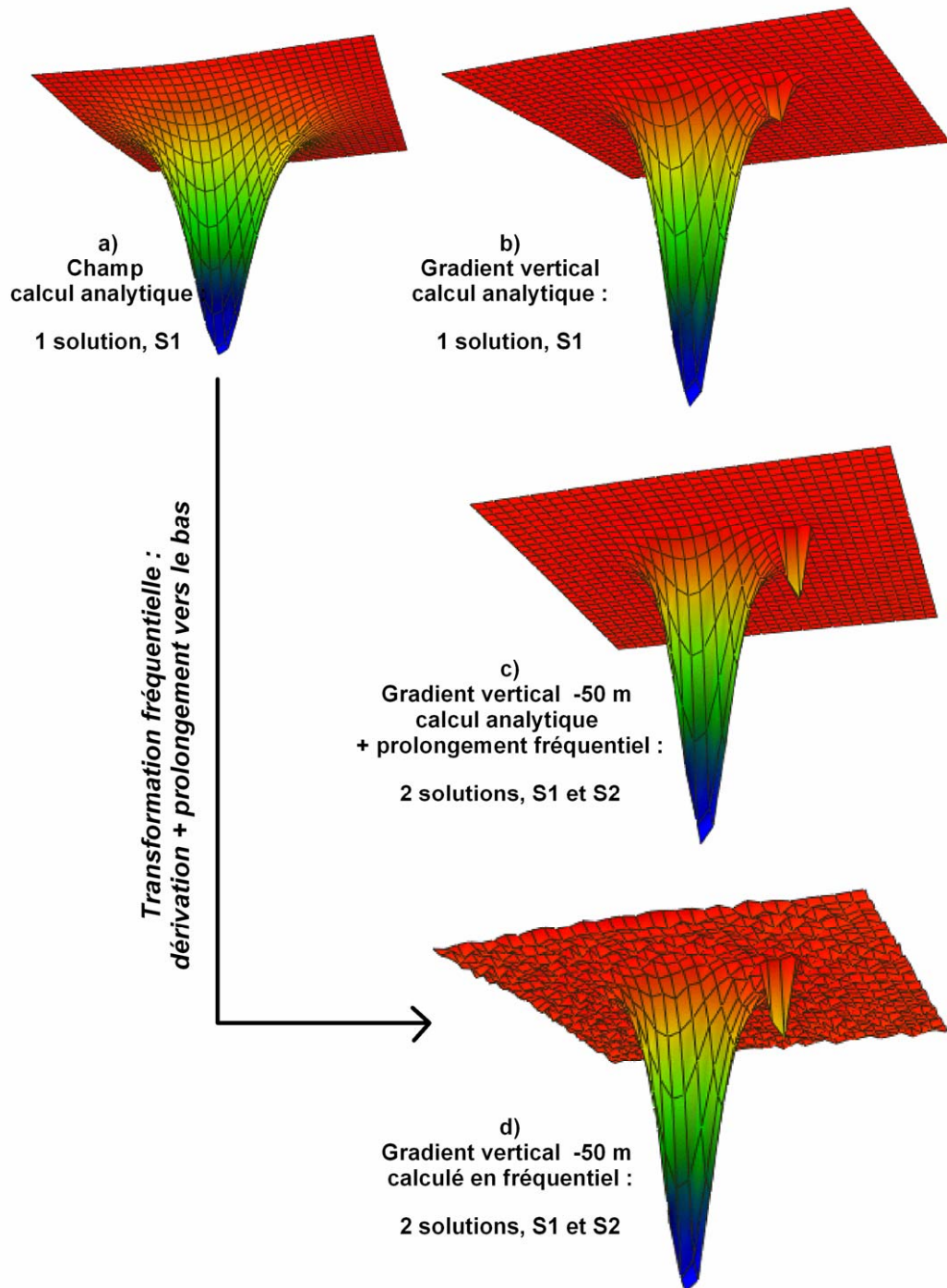


Illustration 22 - Plusieurs représentations des effets du modèle et résultats d'inversion correspondants : a) champ calculé analytiquement, b) gradient vertical calculé analytiquement, c) gradient vertical précédent prolongé vers le bas de 50 m par transformation fréquentielle, d) gradient vertical prolongé vers le bas de 50 m calculé à partir du champ par transformation fréquentielle.

5. Conclusions

L'étude bibliographique a tout d'abord permis de faire le point des techniques et précisions disponibles ou espérées en gradiométrie terrestre et aéroportées, simple application de la gravimétrie relative de prospection, mise en œuvre de systèmes d'accéléromètres ou développement de gravimètres quantiques.

Gravimètres relatifs de prospection

Les gravimètres relatifs à ressort peuvent servir à déterminer des gradients verticaux en mesurant les différences de gravités entre des points situés à des hauteurs prédéterminées à la verticale d'une station. De telles mesures sont couramment réalisées dans le cadre de l'acquisition de réseaux de bases gravimétriques de référence et ont été expérimentées en prospection, pour la détection de vides souterrains importants. Les précisions ainsi accessibles sont de 100 à 10 Eötvös, soit 10 à 1 $\mu\text{Gal/m}$. Les mesures peuvent cependant être fortement perturbées par les effets de la topographie ou d'hétérogénéités superficielles. Le principal intérêt apparu lors de ces expériences résulte de la possibilité d'interprétation conjointe du champ et du gradient. Ces deux fonctions sont en effet sensibles à des effets de natures et de profondeurs différentes, effet qui peuvent être ainsi plus facilement séparés et interprétés si le champ et son gradient sont disponibles simultanément.

Systèmes d'accéléromètres

Les effets perturbateurs de la topographie ou des hétérogénéités superficielles décroissent rapidement avec l'altitude, d'où l'intérêt des mesures aéroportées ou satellitaire qui, par ailleurs, permettent des couvertures rapides à des échelles globales, régionales ou même locales. Ces méthodes se sont donc beaucoup développées, dans le cadre de l'exploration satellitaire (satellites GRACE, CHAMP et GOCE), pour les besoins militaires et pour l'exploration pétrolière et minière. Les gradiomètres commerciaux actuels sont des systèmes accélérométriques sur disques rotatifs (FTG, Falcon) ou des gradiomètre à supraconducteurs (ARKEX).

Les gradiomètres à disques rotatifs sont utilisés pour des levés terrestres marins, sous-marins et aéroportés, en recherches pétrolières et minières et ont été également testés pour la recherche d'eau et la détection de système karstique. Ils peuvent être mis en œuvre avec de faible espacement des lignes d'acquisition grâce au progrès des moyens actuels de localisation par GPS différentiel. Des levés en Zepelin ont même été réalisés, ce qui permet de minimiser les bruits associés aux mouvements du mobile et d'améliorer la résolution grâce à une faible vitesse d'acquisition. La sensibilité de ces gradiomètres peut actuellement atteindre 3 à 8 Eötvös $\sqrt{\text{Hz}}$.

Gravimètres quantiques

Des gravimètres et gradiomètres « quantiques » ou « à atomes froids », basés sur les techniques des basses températures et de l'interférométrie atomique, sont actuellement développés, en particulier en France (BNM-SYRTE, ONERA), pour des applications de métrologie ou de physique théorique, comme le projet de balance de Watt, des tests de la relativité générale et, dans le domaine militaire, pour la détection d'armes enfouies. Certains de ces gravimètres, compacts, transportables ou embarquables sont sub-opérationnels et pourraient avoir des applications en prospection. Ainsi, le gradiomètre EGG de ARKeX, disponible pour une utilisation commerciale depuis peu, vise à atteindre une sensibilité de 1 Eötvös / $\sqrt{\text{Hz}}$.

Principaux avantages des mesures de gradiométrie

Compte tenu des précisions des appareils actuels, en gravimétrie et en gradiométrie, l'intérêt des techniques de gradiométrie, par rapport à la microgravimétrie traditionnelle, a été estimé par des formulations théoriques simples et illustré grâce à des simulations numériques. Les principaux résultats sont les suivants :

- La profondeur limite de détection par gradiométrie de cibles sphériques ou cylindriques a été estimée et comparée à celle de la microgravimétrie traditionnelle. Ainsi, une campagne gradiométrique à une précision de 1 Eötvös (FTG au sol, EGG de ARKEX) sera plus performante que la microgravimétrie jusqu'à 100 m de profondeur. Par contre, avec une précision de 20 Eötvös, qui est la meilleure précision accessible pour la mesure du gradient avec un gravimètre relatif de prospection, cette profondeur ne serait plus que de 5 m.
- La gradiométrie sera plus performante que la microgravimétrie pour l'étude d'anomalie de petite taille. Ainsi, pour une précision de 1 Eötvös, le rapport signal sur bruit de la gradiométrie sera plus favorable jusqu'à des longueurs d'onde de 300 m. Pour une précision de 20 Eötvös seulement, la gradiométrie sera plus performante pour les anomalies de longueur d'onde inférieure à 16 m.
- Du point de vue de la détection de cavités isolées, les anomalies de plus grande longueur d'onde, correspondant aux structures les plus grandes et/ou les plus profondes, seront donc moins bien détectées en gradient qu'en champ gravimétrique. Les sources les plus petites et les plus superficielles seront par contre mieux détectées en gradient. Compte tenu des performances actuelles des instruments (précision moyenne de 5 μGal en microgravimétrie et de 5 Eötvös pour les gradiomètres accélérométriques), la gradiométrie sol devrait être plus performante que la microgravimétrie pour la mise en évidence d'anomalie de courte longueur d'onde (inférieure à une soixantaine de mètres) et pour la détection de sources superficielles (jusqu'à une vingtaine de mètres de profondeur). C'est donc tout à fait le domaine d'investigation habituel en détection de cavités. Avec un gravimètre quantique, type EGG, dont la sensibilité pourrait être de 1 Eötvös / $\sqrt{\text{Hz}}$, il serait même possible de détecter des cavités à partir d'un hélicoptère ou mieux d'un dirigeable, à condition de voler très lentement. En effet, à 50 m d'altitude la profondeur d'investigation serait encore de 50 m environ. Pour la surveillance de réservoir, par contre, les acquisitions gradiométriques sont actuellement

insuffisamment précises pour les profondeurs d'investigations nécessaires, généralement de plusieurs centaines de mètres. Cela ne remet cependant pas en cause l'intérêt pour cet objectif également, du calcul des gradients à partir du champ mesuré et de leur interprétation.

- Sur des sources complexes, le gradient vertical atténue les effets des structures profondes ou de grande dimension (régional) et minimise les coalescences entre sources proches. Même lorsque la mesure du gradient est impossible, l'apport d'un gradient calculé restera appréciable de ce point de vue. Généralement monopolaire, le gradient vertical ressemble au champ et reflète directement la position des structures et le signe du contraste de densité. Les réponses des autres composantes sont plus difficiles à interpréter à vue, car elles marquent les bords ou les angles des structures-sources et dépendent de leur orientation.
- L'interprétation conjointe du champ et de plusieurs composantes du gradient mesuré sur un profil permettra d'identifier des effets latéraux et de localiser des structures-sources situées en dehors du profil de mesure. Il sera aussi possible de distinguer une source localisée sous le profil d'une source allongée perpendiculairement au profil, ou de déterminer l'orientation d'une source le recoupant obliquement.
- Si on dispose d'une couverture détaillée, l'interprétation conjointe du champ et des gradients peut aider à choisir le modèle de source le plus probable, par exemple, aider à distinguer hétérogénéités géologiques superficielles et cavités profondes.

Intérêt de l'interprétation conjointe de plusieurs composantes du tenseur des gradients gravimétriques

Ces simulations et exemples démontrent l'intérêt que devrait avoir l'inversion conjointe du champ gravimétrique et de plusieurs composantes du tenseur gradient, mesurés directement ou calculés. Cette inversion nécessitera des outils logiciels nouveaux ou l'adaptation de logiciels existants :

- Les algorithmes de calcul direct sont à la base de toute procédure d'inversion. De tels algorithmes réalisant le calcul de l'effet de modèles simples, sphères, cylindres et prismes, qui pourront ensuite servir à élaborer des modèles plus complexes, ont été recensés.
- Le calcul des composantes du tenseur gradient à partir du champ mesuré peut être effectué, soit dans le domaine fréquentiel par application des opérateurs adéquats de dérivation et d'intégration, soit en domaine spatial, par différences finies et application de l'équation de Laplace. Une technique d'estimation de l'incertitude de ce calcul a été proposée et testée sur les données d'un modèle théorique. La connaissance de l'erreur sur les données est en effet également indispensable pour réaliser une inversion.
- Les méthodes d'inversion gravimétrique peuvent être adaptées à l'inversion du tenseur des gradients en modifiant la fonction noyau de l'inversion. Plusieurs expérimentations récentes, basées sur les méthodes de déconvolution d'Euler ou sur des méthodes d'inversion linéaires ou non linéaires utilisant une discrétisation

de l'espace en prisme élémentaires, ont montré que les résultats sont ainsi mieux contraints.

Afin d'illustrer ce dernier point, l'une des méthodes disponibles, l'inversion par tomographie probabiliste, a été adaptée et appliquée sur un modèle théorique simulant la surveillance gravimétrique d'un réservoir. Ce dernier est constitué d'une structure principale facilement identifiable et d'une source secondaire dont l'effet est masqué par celui de la source principale. Ces tests montrent que l'emploi de la composante gradient verticale prolongée vers le bas permet d'isoler et de localiser la source secondaire qui n'est pas détectable autrement. De plus, toutes les composantes détectent de manière similaire la source principale. Sur des données réelles et en présence de bruit, l'inversion simultanée de plusieurs composantes, mesurées ou calculées, devrait donc permettre de renforcer la validité de l'interprétation.

6. Bibliographie

Ager C.A., Liard J.O. (1982) - Vertical gravity gradient surveys: Field results and interpretations in British Columbia, Canada.

Blakely R.A. (1996) - Potentiel theory in gravity and magnetic interpretations. Cambridge University Press.

Boulanger O. (2004) - Modélisation et inversion tridimensionnelles en prospections gravimétriques et électriques. Thèse, université de Montréal.

Butler D.K. (1984) - Microgravimetric and gravity gradient techniques for detection of subsurface cavities. *Geophysics*, 49, p. 1084-1096.

Chenet P., Pereira Dos Santos F., Clairon A. et al. (2004) - Gravimètre à atomes froids. *J. Phys. IV France* 119, p. 153-154.

Cheinet P. (2006) - Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids. Thèse, université Paris VI.

Debeglia N. (2005) - Inversion des données microgravimétriques par corps compact 2-D, tomographie probabiliste et déconvolution d'Euler. Rapport BRGM/RP-53828-FR.

Dransfield M.H., Lee J.B. (2004) - The Falcon^(R) airborne gravity gradiometer survey systems, in R.J.L. Lane, editor, Airborne Gravity 2004. Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop: *Geoscience Australia Record* 2004/18, p. 1-5.

Fajkiewicz Z.J. (1976) - Gravity vertical gradient measurements for the detection of small geologic and anthropogenic forms. *Geophysics*, 41, p. 1016-1030.

Fedi M., Florio G. (2002) - A stable downward continuation by using the ISVD method. *Geophys. J. Int.*, 151, p. 146-156.

Fedi M., Ferranti M., Florio G., Giori I., Italiano F. (2005) - Understanding the structural setting in the southern Apennines (Italy): insight from gravity gradient tensor. *Tectonophysics*, 397, p. 21-36.

Foss C.A. (2001) - Joint interpretation of gravity and gravity gradient profiles. *SEG Expanded Abstracts* 20, p. 1489-1492.

Hinks D., McIntosh S., Lane R.J.L. (2004) - A comparison of the Falcon and Air-FTG airborne gravity gradiometer systems at the Kokong test block, Botswana, in R.J.L. Lane, editor, Airborne Gravity 2004 - Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop: *Geoscience Australia Record* 2004/18, p. 1-5.

Jousset P., Van Ruymbeke V., Bonvalot S., Diament M. (1995) - Performance of two Scintrex CG3M instruments at the fourth International Comparison of Absolute Gravimeters. *Metrologia*, 32, p. 231-244.

Kwok Y.K. (1991) - Gravity gradient tensors due to a polyhedron with polygonal facets. *Geophysical prospecting* 39, p. 435-443.

Leeuwen E.H. (2002) - BHP develops airborne gravity gradiometer for mineral exploration. *The Leading Edges*, p. 1996-1997.

Levi M.A. (2002) - Fire in the Hole: Nuclear and Non-Nuclear Options for Counterproliferation. Carnegie Paper No. 31, November 2002.

Li X. (2001) - Vertical resolution: Gravity versus vertical gravity gradient The Leading Edge. Août 2001.

Lumley J.M., White J.P., Barnes G., Huang D., Paik H.J. (2004) - A superconducting gravity gradiometer tool for exploration, in R.J.L. Lane, editor, Airborne Gravity 2004 - Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop: *Geoscience Australia Record* 2004/18, p. 1-5.

Mickus K.L., Hinojosa J.H. (2001) - The complete gravity gradient tensor derived from the vertical component of gravity: a Fourier transform technique. *Journal of applied Geophysics*, 46, p. 159-174.

Murphy C.A. (2004) - The Air-FTG™ airborne gravity gradiometer system, in R.J.L. Lane, editor, Airborne Gravity 2004 - Abstracts from the ASEG-PESA Airborne Gravity 2004 Workshop: *Geoscience Australia Record* 2004/18, p. 1-5.

Nabighian M.N., Ander M.E., Grauch V.J.S. et al. (2005) - Historical development of the gravity method in exploration. *Geophysics*, 70, p. 63-89.

Nabighian M.N., Asten M.W. (2002) - Metalliferous Mining Geophysics. State of the art in the last decade of the 20th Century and the beginning of the new Millennium. *Geophysics*, 67, p. 964-978.

Romaides A.J., Battis J.C., Sands R.W. et al. (2001) - A comparison of gravimetric techniques for measuring subsurface void signals. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 34, p. 433-443.

Talwani M. (2004) - Airborne Gravity Gradiometer Survey over the San Andreas Fault. AGU Fall Meeting abstracts.

Torge W. (1989) - Gravimetry. De Gruyter, New-York.

Vasco D.W. (1989) - Resolution and variance operators of gravity and gravity gradiometry. *Geophysics* 54, p. 889-899.

Vasilevski A., Li X.Y. (2002) - Feasibility of FTG reservoir monitoring. Expanded abstract 73nd SEG meeting, Dallas, Texas.

Vitushkin L., Becker M., Jiang Z. et al. (2002) - Results of the Sixth International Comparison of Absolute Gravimeters, ICAG-2001, *Metrologia*, 39(5), p. 407-424.

Zhang C., Mushayandebvu M.F., Reid A.B. et al. (2000) - Euler deconvolution of gravity tensor gradient data. *Geophysics*, 65, p. 512-520.

Annexe 1

Algorithmes de modélisation directe

Masses ponctuelles

Les composantes du tenseur gradient sont facilement obtenues à partir du potentiel gravimétrique V (cf. par exemple Zhang, 2000) :

$$V = -G \frac{M}{r}, \text{ où } r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

avec (x, y, z) : point d'observation ; (x_0, y_0, z_0) : centre de la masse ; M : masse et G : constante de la gravitation.

$$\Gamma_{xx} = GM \frac{-3(x - x_0)^2 + r^2}{r^5}$$

$$\Gamma_{xy} = GM \frac{-3(x - x_0)(y - y_0)}{r^5}$$

$$\Gamma_{xz} = GM \frac{-3(x - x_0)(z - z_0)}{r^5}$$

$$\Gamma_{yy} = GM \frac{-3(y - y_0)^2 + r^2}{r^5}$$

$$\Gamma_{yz} = GM \frac{-3(y - y_0)(z - z_0)}{r^5}$$

$$\Gamma_{zz} = GM \frac{-3(z - z_0)^2 + r^2}{r^5}$$

Prismes rectangulaires

Des formulations simples existent pour un point d'observation situé à l'origine $(0, 0, 0)$ des coordonnées (Vasco, 1989). Les formules générales pour un point quelconque peuvent ensuite être déduites par translation de l'origine. Pour un prisme rectangulaire de densité d , défini par ses coordonnées extrêmes $u_1, u_2, v_1, v_2, w_1, w_2$, les gradients peuvent être calculés par :

$$\Gamma_{xx} = -Gd \tan^{-1} \left(\frac{vw}{ur} \right) \left| \begin{matrix} u_2 \\ u_1 \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} v_2 \\ v_1 \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} w_2 \\ w_1 \end{matrix} \right|$$

$$\Gamma_{yy} = -Gd \tan^{-1} \left(\frac{uw}{vr} \right) \left| \begin{matrix} u_2 \\ u_1 \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} v_2 \\ v_1 \end{matrix} \right| \left| \begin{matrix} w_2 \\ w_1 \end{matrix} \right|$$

$$\Gamma_{zz} = -Gd \tan^{-1} \left(\frac{uv}{wr} \right) \left| \begin{array}{c} u_2 \\ u_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} v_2 \\ v_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} w_2 \\ w_1 \end{array} \right|$$

$$\Gamma_{xy} = Gd \ln(w + r) \left| \begin{array}{c} u_2 \\ u_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} v_2 \\ v_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} w_2 \\ w_1 \end{array} \right|$$

$$\Gamma_{xz} = Gd \ln(v + r) \left| \begin{array}{c} u_2 \\ u_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} v_2 \\ v_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} w_2 \\ w_1 \end{array} \right|$$

$$\Gamma_{yz} = Gd \ln(u + r) \left| \begin{array}{c} u_2 \\ u_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} v_2 \\ v_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} w_2 \\ w_1 \end{array} \right|$$

r est comme précédemment la distance aux sources et les barres verticales indiquent la différence entre les fonctions aux valeurs respectives.

Pour des modèles complexes constitués de prismes, les gradients peuvent être calculés en additionnant les effets élémentaires.

Polyèdre à faces polygonales

Des formules similaires peuvent être déduites pour les faces d'un polyèdre (Kwok, 1991). Elles peuvent s'appliquer à toute surface triangulée.



Centre scientifique et technique
Service aménagement et risques naturels
3, avenue Claude-Guillemin
BP 36009 – 45060 Orléans Cedex 2 – France – Tél. : 02 38 64 34 34