

Document public



- Projet IREA – Traitement des incertitudes en évaluation des risques d'exposition

Rapport BRGM/RP-54099-FR
Août 2005

A D E M E



Géosciences pour une Terre durable

brgm

- Projet IREA – Traitement des incertitudes en évaluation des risques d'exposition

Rapport BRGM/RP 54099 - FR
Août 2005

D. Guyonnet, F. Blanchard, C. Harpet, Y. Ménard, B. Côme, C. Baudrit

Vérificateur :

Original signé par :

R. CHARTIER

Approbateur :

Original signé par :

D. DARMENDRAIL

Le système de management de la qualité du BRGM est certifié AFAQ ISO 9001:2000

A D E M E



Mots clés : Risques, Incertitudes, Sols pollués, Probabilités, Possibilités, Méthode hybride.

En bibliographie, ce rapport sera cité de la façon suivante :

Guyonnet, D., Blanchard, F., Harpet, C., Ménard, Y., Côme, B., Baudrit, C. (2005) : Projet IREA – traitement des incertitudes en évaluation des risques d'exposition. Rapport BRGM/RP-54099-FR.

© BRGM, 2005, ce document ne peut être reproduit en totalité ou en partie sans l'autorisation expresse du BRGM.

Synthèse

Les évaluations des risques liés aux sites et sols pollués sont réalisées à l'aide de modèles prédictifs qui font intervenir des paramètres qui sont généralement renseignés de manière contrastée (p.ex. le facteur de bioconcentration sol-plante, le taux d'ingestion de poussières, etc.). Dans la pratique courante de l'évaluation des risques, il est fréquent que certains paramètres soient relativement bien connus (grâce notamment à des mesures en nombre significatif) tandis que pour d'autres, l'information dont on dispose est de nature incomplète ou imprécise (jugement d'expert, données de la littérature, mesures éparses, etc.). La question se pose alors de savoir comment représenter fidèlement l'information réellement disponible (et l'incertitude associée) et, d'autre part, comment prendre en compte cette information dans l'estimation du risque.

Ce rapport synthétise les résultats du projet IREA (Incertitudes en Risque d'Exposition – ADEME) ; un projet d'accompagnement d'une thèse réalisée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse et intitulée « *Représentation et propagation de connaissances imprécises et incertaines : Application à l'évaluation des risques liés aux sites et aux sols pollués* ».

Le chapitre 2 présente les principales notions sous-jacentes à ce travail de recherche, en mettant l'accent sur la différence entre variabilité et imprécision, ainsi que les principaux résultats issus du travail de thèse. Le chapitre 3 décrit l'outil HyRisk, téléchargeable sur le site web du BRGM (<http://www.brgm.fr/hyrisk>), qui permet de combiner variabilité et imprécision dans le calcul de risque effectué à partir d'un modèle simple (comme par exemple une équation de calcul de dose d'exposition).

Une éventuelle application des résultats de cette recherche à un contexte de communication sur les risques dépendra notamment de manière dont les différentes parties prenantes perçoivent les risques. Une étude bibliographique relative à la perception des risques est proposée dans le chapitre 4, réalisée en collaboration avec le bureau d'étude Economie & Humanisme. Cette étude aborde tout d'abord les différents acteurs de la problématique du risque (expert-décideur-profane) et les relations pouvant exister entre ces acteurs. Puis deux exemples, issus de l'expérience du BRGM sur les risques, sont présentés et discutés. Cette synthèse bibliographique souligne notamment le décalage qui peut exister entre les attentes en termes de communication d'un public de profanes et les formulations issues de l'évaluation des risques exprimées en termes de probabilités et de notions abstraites pour un tel public. Par ailleurs, l'expérience montre qu'il existe un décalage entre la personne qui subit le risque sans pouvoir le mesurer et la personne qui évalue le risque sans le subir.

Enfin des conclusions sont proposées ainsi que quelques perspectives de recherche.

Sommaire

1. Contexte et objectifs.....	9
2. Représentation et propagation des incertitudes.....	11
2.1. VARIABILITE ET IMPRECISION : DEUX FACETTES DISTINCTES DE L'INCERTITUDE..	11
2.2. RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS DE LA THESE DE CEDRIC BAUDRIT	14
2.2.1. Introduction	14
2.2.2. Les cas d'application	15
2.3. RESUME DE LA SYNTHESE DE SCOTT FERSON	15
3. HyRisk : un outil pour la représentation et la propagation de variabilité et d'imprécision.....	17
3.1. INTRODUCTION	17
3.2. ECHANTILLONNAGE DE DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE.....	17
3.3. DISTRIBUTIONS DE POSSIBILITE	19
3.3.1. Qu'est-ce qu'une distribution de possibilité ?	19
3.3.2. Le calcul d'intervalle flou.....	25
3.3.3. Représentation possibiliste et jugement d'expert	26
3.4. LES FONCTIONS DE CROYANCE DE DEMPSTER-SHAFER	26
3.4.1. Introduction	26
3.4.2. Illustration des fonctions de croyance de Dempster-Shafer	28
3.5. LA METHODE HYBRIDE.....	29
3.6. POST-TRAITEMENT DU RESULTAT HYBRIDE.....	30
3.7. PRESENTATION GENERALE DE L'OUTIL.....	33
3.8. UTILISATION.....	34
3.9. EXEMPLE D'APPLICATION.....	39
3.9.1. Introduction	39
3.9.2. Valeurs des paramètres.....	40
3.9.3. Calcul hybride et résultats	41
4. Risques et perception sociale : synthèse bibliographique	45

4.1.	INTRODUCTION	45
4.2.	ACTEURS ET PERCEPTION SOCIALE DES RISQUES.....	45
4.2.1.	Perception des risques et vulnérabilité.....	45
4.2.2.	Le rôle de l'expert dans la communication sur les risques.	46
4.2.3.	La crédibilité des experts face à l'incertitude.....	47
4.2.4.	Experts et décideurs en situation de crise.....	48
4.3.	PRINCIPES DE GESTION DES RISQUES	49
4.3.1.	Le principe de responsabilité.....	49
4.3.2.	Le principe de précaution	50
4.3.3.	Diffusion scientifique, vulgarisation et communication	50
4.3.4.	Le principe de la concertation et de la participation citoyenne.....	52
4.3.5.	Les profanes comme co-acteurs et co-auteurs de la recherche scientifique. .	53
4.4.	PERCEPTION DU RISQUE : EXEMPLE DU CONTEXTE MINIER	55
4.4.1.	Introduction.....	55
4.4.2.	Risque volontaire et involontaire	56
4.4.3.	L'association coût- bénéfice	57
4.4.4.	Incertitudes.....	57
4.4.5.	Perception et proximité.....	58
4.4.6.	Crédibilité du communicant, qualité de la communication	59
4.4.7.	Organisation de la communication du risque	60
4.4.8.	Médias.....	62
4.4.9.	Conclusions	63
4.5.	PERCEPTION DU RISQUE : L'EXPERIENCE DU NUCLEAIRE.....	63
4.5.1.	Rappel du cadre réglementaire français.....	63
4.5.2.	Expertise et communication en situation de crise	64
4.5.3.	Expertise et communication à long terme sur un risque "lointain" : les déchets radioactifs de haute activité.....	65
4.6.	CONCLUSIONS DE LA SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE	73
5.	Conclusions du projet IREA et perspectives	75

Annexe A - Publications rédigées par M. Baudrit dans le cadre de son travail de thèse

Annexe B – Cas « Eaux souterraines »

Annexe C – Cas « Pollution au plomb »

Annexe D - Rapport de Scott Ferson sur les possibilités et limites des méthodes bayésiennes en évaluation des risques

Liste des illustrations

Figure 1 – Distribution de probabilité uniforme de support [1,3] : fonction de densité de probabilité et fonction de distribution de probabilité associée	12
Figure 2 – Quelques représentants de la famille des distributions de probabilité dont le support est compris dans l'intervalle [1,3].....	12
Figure 3 – Schéma représentant le tirage aléatoire d'une valeur x de la variable X.	18
Figure 4 – Valeurs de pH d'un sol : intervalle de valeurs jugé le plus vraisemblable.....	19
Figure 5 – Valeurs de pH d'un sol : intervalle de valeurs en-dehors duquel les valeurs sont jugées impossibles	20
Figure 6 – Distribution de possibilité relative aux valeurs de pH d'un sol.....	21
Figure 7 – Dualité possibilité - certitude	21
Figure 8 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$	22
Figure 9 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)	22
Figure 10 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)	23
Figure 11 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)	23
Figure 12 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)	24
Figure 13 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (fin)	24
Figure 14 – Exemple simple de calcul d'intervalle flou : l'addition.....	25
Figure 15 – Eléments focaux de Dempster-Shafer et masses de probabilité : cas d'une distribution de probabilité classique	27
Figure 16 – Eléments focaux de Dempster-Shafer et masses de probabilité : cas d'une distribution de possibilité	27
Figure 17 – Illustration schématique du calcul hybride	31
Figure 18 – Illustration du post-traitement du résultat hybride (a) : comparaison des éléments focaux et d'un seuil S (b) et indicateurs de la probabilité de l'événement : « Risque < Seuil » (c).....	33
Figure 19 – Masque de saisie du nombre de variables et de leur type	34
Figure 20 – Apparition automatique (en bas) de champs descripteurs	35
Figure 21 – Message d'erreur pouvant parfois apparaître : cliquer sur OK.....	36
Figure 22 – Masque de saisie des valeurs décrivant les variables.....	36
Figure 23 – Masque de saisie pour le calcul des distributions	37
Figure 24 – Représentation graphique des distributions dans la feuille "Paramètres"	38
Figure 25 –Feuille "Calcul et résultats"	39
Figure 26 – Résultat du calcul hybride : Distributions de plausibilité et de crédibilité pour la proposition : "résultat du modèle < un certain seuil" et valeurs de Cr et PI pour le cas "Seuil = 0.05"	39
Figure 27 – Résultat du calcul hybride : distributions de plausibilité et de crédibilité pour la proposition « l'excès de risque individuel calculé est inférieur à une valeur seuil »	42
Figure 28 – Comparaison du calcul Monte Carlo classique avec celui en probabilités imprécises	43

1. Contexte et objectifs

L'incertitude est une composante incontournable de l'évaluation des risques liés aux sites et sols pollués. Ces évaluations sont typiquement réalisées à l'aide de modèles faisant intervenir des paramètres qui sont plus ou moins bien renseignés. Suivant le type d'information dont on dispose concernant ces paramètres (mesures en nombre significatif, mesures éparses, avis d'expert, données de la littérature, etc.), différents modes de représentation de l'information peuvent être envisagés (voir le chapitre 2).

Un des principaux objectifs du projet IREA (Incertitudes en Risque d'Exposition - ADEME) est de permettre une représentation de tels paramètres qui soit cohérente par rapport à l'information dont on dispose concernant ces paramètres. Il est fréquent, en effet, de constater dans la littérature que les investigateurs supposent « a priori » un mode de représentation (en général une distribution « précise » de probabilité) sans réelle justification par les informations dont ils disposent. L'utilisation d'une distribution précise se justifie tout particulièrement lorsque des mesures permettent d'identifier une certaine variabilité. Mais en présence d'information incomplète ou imprécise, d'autres modes de représentation sont mieux adaptés.

Le projet IREA explore différents modes de représentation de l'incertitude relative aux paramètres d'un modèle, ainsi que différentes manières de propager cette incertitude dans le résultat du calcul effectué par le modèle. Ce projet constitue un projet d'accompagnement d'un travail de thèse, réalisé par M. Cédric Baudrit (Baudrit, 2005) à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, sous la direction de M. Didier Dubois. Ce travail de thèse a bénéficié d'un soutien du BRGM, de l'INERIS et de l'IRSN. Le projet IREA, cofinancé par l'ADEME, a notamment permis à l'encadrant BRGM de suivre le travail de thèse et aussi d'explorer certains aspects (relatifs notamment à la perception sociale des risques) qui ne sont pas abordés dans le travail de thèse.

Dans le cadre du projet IREA, un outil de calcul a été développé, appelé HyRisk, qui met en oeuvre la méthode dite « hybride » de traitement des incertitudes. L'outil, qui est téléchargeable sur le site web du BRGM (<http://www.brgm.fr/hyrisk>) est présenté dans le chapitre 3.

Le présent rapport présente :

- un résumé des principaux résultats de la thèse de C. Baudrit,
- une synthèse sur les méthodes dites « Bayésiennes », proposée par S. Ferson de l'institut de Biomathématiques Appliquées à New York.
- le logiciel HyRisk,
- une synthèse bibliographique relative à la perception des risques.

2. Représentation et propagation des incertitudes

2.1. VARIABILITE ET IMPRECISION : DEUX FACETTES DISTINCTES DE L'INCERTITUDE

Un aspect fondamental du traitement de l'incertitude en prédiction du risque a trait à l'utilisation de la notion de probabilité. Développée à partir du 17^{ème} siècle avec une référence toute particulière aux jeux de hasard, la théorie des probabilités permet d'appréhender des processus dont la réalisation présente une certaine variabilité qui est le fruit du hasard (processus aléatoires). Un exemple simple de processus aléatoire est le résultat découlant de jets successifs d'un dé à 6 faces non pipé. On se trouve là dans le cas d'un système qui peut être assimilé à un système fermé (Oreskes et al., 1994) : la probabilité de chaque événement possible (résultat d'un jet) est connue (1/6) et cette probabilité ne changera pas en cours de jeu en raison d'un éventuel événement extérieur (cas d'un système ouvert).

Mais une des difficultés liées à l'utilisation de la théorie des probabilités classique dans le domaine des risques environnementaux a trait, d'une part, au fait que les systèmes considérés ne sont pas fermés mais ouverts, mais aussi au choix non ambigu de distributions de probabilité lorsque l'information disponible est de nature incomplète ou imprécise. Supposons que l'évaluateur du risque puisse « fermer », par la pensée, le système étudié en y accolant un « modèle ». Il se peut que pour une certaine variable (notée x) intervenant dans ce modèle, il ne sache rien d'autre que le fait que la valeur de cette variable est nécessairement supérieure à une certaine valeur *min* et nécessairement inférieure à une certaine valeur *max*. Une telle information n'exprime pas une variabilité de type aléatoire mais de l'imprécision (ou ignorance partielle). La variable est peut-être une variable aléatoire, pouvant être décrite par une distribution de probabilité unique, mais l'information dont dispose l'observateur ne lui permet pas de spécifier cette distribution. A noter qu'on parle aussi (Ferson et Ginzburg, 1996) d'incertitude objective dans le cas de la variabilité aléatoire (car liée à la nature aléatoire d'un phénomène réel) et d'incertitude subjective dans le cas de l'imprécision (car liée à la méconnaissance qu'a le sujet de ce phénomène réel).

Une convention en statistique qui date du début du développement de cette méthode consiste dans ce cas à répartir de manière uniforme la probabilité sur toutes les valeurs situées entre les bornes *min* et *max* (distribution uniforme ; Figure 1). Cette convention, connue sous le nom du principe de Laplace de raison insuffisante et qui a été généralisée dans le cadre de la méthode de l'entropie maximale (Levine et Tribus, 1978, Gzyl, 1995) est justifiée par ses utilisateurs par le fait que si on ne sait rien sur les probabilités respectives des valeurs situées dans l'intervalle, alors supposer toute autre distribution que la distribution uniforme reviendrait à supposer une information

qu'on ne possède pas. Mais cette approche a été critiquée, notamment par d'éminents mathématiciens et statisticiens (Boole, 1929 ; Fisher, 1973), qui soulignent que l'hypothèse d'une distribution de probabilité unique en présence d'une information de type *min-max* revient à ne choisir qu'une seule, parmi toutes les distributions possibles ayant le même support (Figure 2).

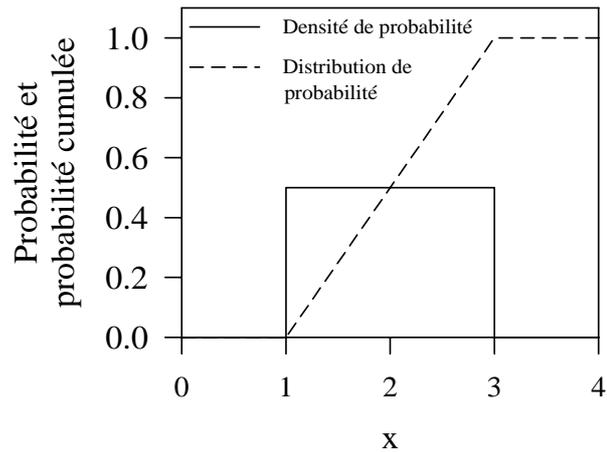


Figure 1 – Distribution de probabilité uniforme de support $[1,3]$: fonction de densité de probabilité et fonction de distribution de probabilité associée

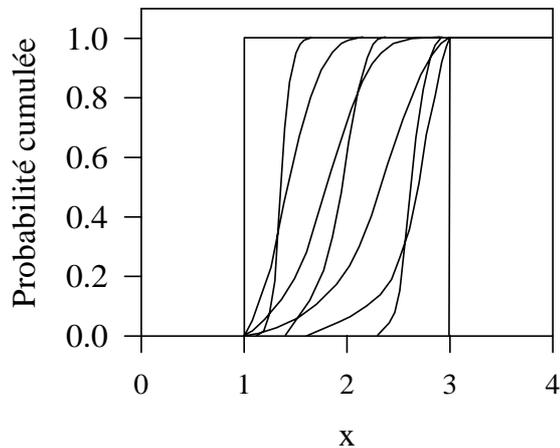


Figure 2 – Quelques représentants de la famille des distributions de probabilité dont le support est compris dans l'intervalle $[1,3]$

Une illustration très simple des éventuelles conséquences d'un amalgame entre variabilité aléatoire et imprécision, sous hypothèse d'indépendance entre les paramètres, est obtenue en considérant le problème suivant (voir Ferson, 1996).

Supposons que l'on ait deux paramètres non reliés, A et B, dont on ne sait que peu de choses si ce n'est que A est situé entre 0 et 1, tandis que B est situé entre 1 et 2. On s'intéresse à la somme de A et B et plus particulièrement à la valeur moyenne de cette somme. Un simple calcul d'intervalle montre que la somme de A et B appartient à l'intervalle [1-3]. La valeur moyenne appartient également à cet intervalle : sur la base de l'information disponible on ne peut pas exprimer de préférence à l'intérieur de cet intervalle. En adoptant maintenant le principe de Laplace, on supposera que les paramètres A et B sont représentés par des fonctions de densité de probabilité uniformes (on suppose l'équirépartition des probabilités sur toutes les valeurs des intervalles). Dans ce cas la somme de A et B est une fonction de densité de probabilité triangulaire de valeur moyenne 2 (ici égale au mode) et de valeurs minimum et maximum 1 et 3 respectivement. On constate donc que le choix *a priori* de distributions de probabilité uniques aboutit à un résultat beaucoup plus « précis » sur la valeur moyenne qu'avec le calcul d'intervalle. Mais cette précision est illusoire car on a supposé l'équirépartition des probabilités, alors que rien dans l'information disponible ne permettait d'étayer cette hypothèse.

En situation d'ignorance partielle, certaines approches dites « Bayésiennes » utilisent des distributions de probabilité *a priori* (ou subjectives) comme points de départ, puis corrigent ces distributions au fur et à mesure que de nouvelles informations deviennent disponibles (en appliquant le théorème de Bayes des probabilités conditionnelles ; « Bayesian updating »). Ces méthodes ont notamment été appliquées avec succès dans les domaines de l'exploration minière ou pétrolière où, durant la phase d'exploration d'un gisement, des données provenant de nouveaux forages permettent de corriger les simulations sur des teneurs en minerai ou des réserves d'hydrocarbures. Mais dans le domaine de l'évaluation des risques liés aux sources de pollution, il est rare que de nouvelles informations permettent de corriger les hypothèses initiales. Les distributions *a priori* deviennent dès lors des distributions *a posteriori*, introduisant une précision illusoire que ne justifie pas l'information réellement disponible.

En résumé, variabilité aléatoire et imprécision (ignorance partielle) sont deux facettes de l'incertitude en évaluation des risques qu'il convient de distinguer pour un traitement cohérent de l'incertitude (Casti, 1990, Ferson et Ginzburg, 1996). Cela est vrai tout particulièrement dans le domaine de l'évaluation des risques environnementaux ou sanitaires où l'on a fréquemment affaire à ces deux types d'information. Plutôt que de supposer *a priori* des distributions de probabilité uniques en présence d'imprécision (les « tirer d'un chapeau »), comment rester fidèle à l'information d'origine et en tenir compte dans la prédiction ?

Ces questions sont traitées dans le travail de thèse de Cédric Baudrit (Baudrit, 2005). Le didacticiel HyRisk (chapitre 3) met en oeuvre certaines des techniques proposées et notamment la méthode dite « hybride » (Guyonnet et al., 2003), qui permet de distinguer variabilité et imprécision dans l'évaluation du risque. Si on dispose d'une information « riche » (mesures en nombre significatif, informations statistiques, ...) on s'orientera plutôt vers une approche statistique voire géostatistique (Chilès et Delfiner, 1999) de l'incertitude. Par contre, dans le cas d'une information « pauvre » (mesures

éparses, variables mal connues, jugement d'expert, ...), l'approche proposée, qui fait appel à la notion de probabilités imprécises, peut être jugée utile.

2.2. RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS DE LA THESE DE CEDRIC BAUDRIT

2.2.1. Introduction

Dans le cadre de sa thèse, Cédric Baudrit (voir la liste des publications réalisées durant ce travail de thèse en Annexe A) a exploré différents modes de représentation de la connaissance (et de l'incertitude associée à cette connaissance), en montrant les liens entre ces différents modes et leurs domaines d'application respectifs.

Il a ensuite exploré des méthodes permettant de propager cette connaissance au travers du calcul effectué à partir d'un « modèle ». Le modèle peut être très simple, comme par exemple une formule de calcul de dose d'exposition, ou alors il peut s'agir d'un modèle plus complexe, par exemple de propagation de polluants dans le sol et le sous-sol (voir en Annexe B).

Deux principales approches ont été adoptées :

- une approche qui consiste à combiner différents modes de représentation dans le calcul d'incertitude. C'est le cas notamment de l'approche dite « hybride » décrite dans le chapitre 3,
- une approche qui consiste tout d'abord à représenter chaque paramètre dans le cadre commun des fonctions de croyance de Dempster-Shafer (Shafer, 1976), puis à propager cette information dans le calcul d'incertitude. C'est l'approche dite « homogène » (Baudrit, 2005).

Dans tous les cas, le résultat de l'évaluation se présente, non pas sous la forme d'une distribution de probabilité unique (comme avec l'approche Monte Carlo classique), mais par une « famille » de distributions de probabilité, délimitée par une distribution de probabilité haute (appelée la Plausibilité) et basse (appelée la Crédibilité). C'est deux bornes haute et basse de probabilité sont issues de la théorie des fonctions de croyance de Dempster-Shafer.

L'approche homogène présente l'avantage de permettre de plus facilement préciser d'éventuelles dépendances pouvant exister entre les paramètres du modèle. L'approche « hybride » présente l'avantage d'être relativement « intuitive », dans la mesure où elle combine deux méthodes qui sont relativement répandues : l'échantillonnage aléatoire de distributions de probabilité par la méthode dite « Monte Carlo » (voir Saporta, 1990) et le calcul en nombres flous (distributions de possibilité ; voir Dubois et Prade, 1988). A noter que ce calcul est tout simplement un calcul

d'intervalle classique, mais effectué sur des intervalles pris à différents degrés de vraisemblance (voir le chapitre 3).

Les méthodes explorées sont illustrées par le thésard à l'aide d'exemples synthétiques et aussi réels et semi-réels (voir ci-dessous).

2.2.2. Les cas d'application

Trois cas d'application « réels » ou « semi-réels » ont été développés par le thésard avec l'appui de l'équipe d'encadrement. Il s'agit d'un cas de risque radiologique (développé avec l'IRSN), un cas de pollution des eaux souterraines (développé avec le BRGM) et un cas de pollution de sols par le plomb (développé avec le BRGM, l'INERIS et avec l'appui de l'ADEME).

a) Le cas « Eau Souterraine »

Ce cas traite du risque de contamination de l'eau souterraine par un solvant organochloré (du trichloroéthylène). Son intérêt tient notamment à la relative complexité du modèle de transfert utilisé. En effet, en raison de l'importance des temps de calcul, la plupart des applications réalisées jusqu'à présent faisaient appel à des modèles de calcul simples (calcul de dose par exemple). Cet exemple fait appel à un modèle semi-analytique de transfert dans les eaux souterraines dans les trois directions de l'espace.

La description du cas et les résultats sont présentés en Annexe B.

b) Le cas « Pollution au plomb »

Ce cas a été élaboré, en collaboration avec l'INERIS, à partir de documents relatifs au diagnostic d'un site industriel qui nous ont été communiqués par l'ADEME. Il concerne l'exposition de l'enfant au plomb présent dans les sols superficiels du site, avant et après réhabilitation.

La description du cas et les résultats sont présentés en Annexe C.

Ces différentes applications illustrent le caractère réducteur et non sécuritaire de l'approche qui consiste à faire l'hypothèse « a priori » de distributions de probabilité uniques en présence d'information incomplète/imprécise.

2.3. RESUME DE LA SYNTHÈSE DE SCOTT FERSON

Scott Ferson, spécialiste de réputation internationale en matière de traitement des incertitudes en évaluation des risques a, d'une part, fourni des conseils à M. Baudrit et a d'autre part rédigé un rapport de synthèse sur les méthodes Bayésiennes en

évaluation des risques (présenté en Annexe D). Ce rapport de synthèse passe en revue les possibilités et limites des méthodes Bayésiennes. Face à une information incomplète ou imprécise, les méthodes Bayésiennes font appel à des distributions de probabilité dites « subjectives ». Ainsi elles aboutissent toujours à une réponse précise, mais le problème réside dans le fait que cette précision peut être jugée comme étant artificielle car résultant de choix arbitraires.

L'utilisation de distributions subjectives peut pleinement se justifier lorsqu'on se trouve dans un contexte où de nouvelles informations sont collectées au fur et à mesure de l'analyse (comme par exemple en exploration pétrolière ou minière) : ces informations permettent de « corriger » les distributions subjectives initiales en appliquant le théorème de Bayes des probabilités conditionnelles (« Bayesian updating »). Mais dans un contexte d'évaluation des risques liés aux sites et sols pollués, de nouvelles informations sont rarement collectées et les hypothèses initiales demeurent, introduisant une illusion de connaissance et de confiance dans les résultats de l'analyse.

Le rapport de Scott Ferson (Annexe D) illustre ces notions par des exemples numériques simples.

3. HyRisk : un outil pour la représentation et la propagation de variabilité et d'imprécision

3.1. INTRODUCTION

Le didacticiel HyRisk permet de représenter les incertitudes relatives aux paramètres d'un modèle et de les propager dans l'incertitude relative au résultat du modèle. Il est donc fait l'hypothèse que l'évaluateur possède un modèle pour commencer. HyRisk n'aborde pas le problème de l'incertitude relative au modèle conceptuel. Une manière d'aborder cet aspect pourrait consister à utiliser plusieurs modèles « envisageables », puis d'effectuer une fusion des résultats provenant de ces différents modèles. Mais à défaut de modèle « crédible », il est peut-être préférable que l'investigateur renonce à faire de la prédiction quantitative pour s'orienter plutôt vers une approche qualitative de type hiérarchisation multicritère, ou alors qu'il retourne à l'étude du système réel pour tenter d'identifier un modèle applicable.

Pour représenter et propager les incertitudes relatives aux paramètres d'un modèle, le didacticiel HyRisk fait appel à trois « outils » :

- l'échantillonnage aléatoire de fonctions de distribution de probabilité (PDF ; probability distribution function),
- le calcul d'intervalle flou,
- les fonctions de croyance de Dempster-Shäfer.

Ce chapitre présente ces différents outils de manière simple en les illustrant graphiquement.

3.2. ECHANTILLONNAGE DE DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE

On considère un paramètre Y qui est fonction de plusieurs variables X_i dont les valeurs sont le fruit du hasard (variables aléatoires) :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Les fonctions de distribution de probabilité définissant les variabilités respectives de X_1, \dots, X_n sont supposées connues.

Si les distributions sont simples (distribution uniforme, normale, etc.) et que la fonction f est simple (combinaison d'additions, de soustractions, etc.), la distribution de probabilité décrivant la variabilité de Y peut être calculée directement.

Si ces distributions et/ou la fonction sont plus complexes, une approche robuste consiste à effectuer un échantillonnage aléatoire des distributions, à calculer Y et à recommencer l'opération un grand nombre de fois (méthode dite Monte Carlo ; Saporta, 1990, Vose, 1996). On obtient ainsi une distribution sur le paramètre Y .

Pour effectuer un échantillonnage aléatoire, on tire de manière aléatoire dans une distribution uniforme (à l'aide d'un algorithme spécifique, par exemple la fonction Alea d'Excel), un nombre (qu'on notera v ; Figure 3) compris entre 0 et 1. On assimile ce nombre à une probabilité cumulée et on va chercher la valeur du paramètre correspondant à cette valeur de probabilité cumulée (Figure 3).

Si on fait l'hypothèse de l'indépendance entre les variables aléatoires X_1, \dots, X_n , alors on tire un nombre aléatoire pour chaque variable. Si par contre on a connaissance d'éventuelles corrélations entre les variables, celles-ci peuvent être prises en compte (Conover et Iman, 1982). On notera que la version 1 du didacticiel HyRisk ne permet pas cette possibilité (le didacticiel suppose l'indépendance entre les variables aléatoires).

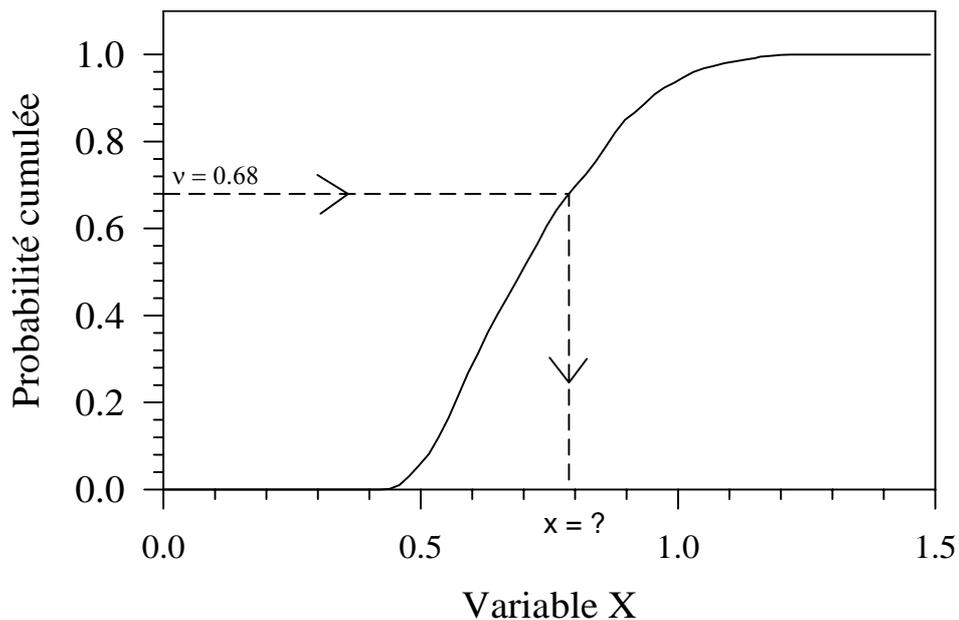


Figure 3 – Schéma représentant le tirage aléatoire d'une valeur x de la variable X .

3.3. DISTRIBUTIONS DE POSSIBILITE

3.3.1. Qu'est-ce qu'une distribution de possibilité ?

De la même manière qu'une distribution de probabilité permet de représenter, en langage mathématique, une information relative à une grandeur dont la valeur dépend du hasard (variabilité aléatoire), une distribution de possibilité permet de représenter une information qui est incomplète ou imprécise (situation d'ignorance partielle) (Zadeh, 1978 ; Dubois et Prade, 1988).

Une distribution de possibilité permet d'affiner et d'enrichir la notion de simple intervalle min-max par l'expression de préférences au sein de cet intervalle. Comme on le verra plus loin, cette représentation se prête tout particulièrement à la représentation de jugement d'expert.

Supposons, par exemple, qu'on demande à un expert agronome de fournir une estimation du pH d'un sol pour lequel il ne dispose que de quelques mesures éparses (sans possibilité d'en effectuer d'autres). Sur la base de ces quelques mesures, mais aussi de son expérience, l'expert pourrait fournir l'information suivante :

- Il estime que les valeurs de pH de ce sol se situent vraisemblablement entre 6.5 et 7.5,
- Il n'exclut pas des valeurs aussi faibles que 6 ou aussi fortes que 8.

Pour représenter cette information, on normalise tout d'abord la vraisemblance maximale à 1. Les valeurs appartenant à l'intervalle [6.5-7.5] ont donc une vraisemblance de 1 (on appelle cet intervalle le *noyau* de la distribution de possibilité ; Figure 4). C'est l'intervalle le plus précis, mais aussi le plus « risqué » (le degré de « certitude » que les valeurs se trouvent bien dans cet intervalle est le plus faible)

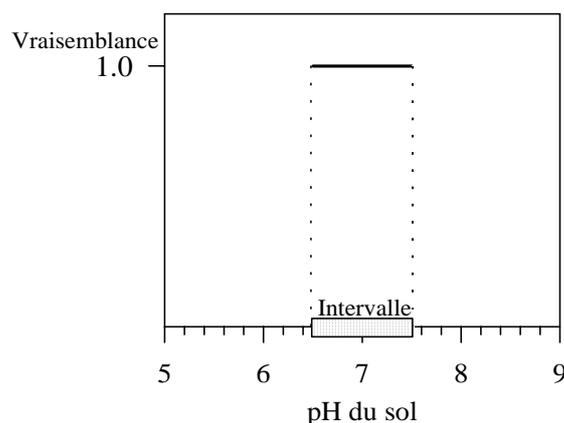


Figure 4 – Valeurs de pH d'un sol : intervalle de valeurs jugé le plus vraisemblable

Au fur et à mesure qu'on écarte les bornes gauche et droite de cet intervalle, on englobe des valeurs qui sont jugées de moins en moins vraisemblables. Jusqu'à arriver à l'intervalle [6-8], en dehors duquel l'expert estime que les valeurs sont impossibles (vraisemblance = 0 ; Figure 5). Cet intervalle, qui contient les valeurs dont la vraisemblance > 0, est appelé *support* de la distribution de possibilité. C'est l'intervalle le plus « sûr » mais le moins informatif : le degré de certitude que les valeurs se trouvent bien dans cet intervalle est le plus élevé).

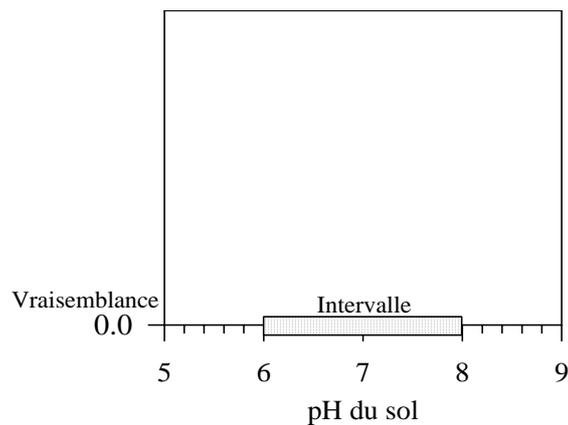


Figure 5 – Valeurs de pH d'un sol : intervalle de valeurs en-dehors duquel les valeurs sont jugées impossibles

A défaut d'information plus précise, on suppose typiquement une transition linéaire entre ces vraisemblances maximales et minimales (Figure 6). On définit ainsi une distribution de possibilité (la vraisemblance est appelée *possibilité*), qu'il faut voir comme un emboîtement d'intervalles de valeurs, chacun ayant son propre degré de vraisemblance.

On notera qu'une transition courbe peut être envisagée si l'expert possède des informations qui vont dans ce sens. Si par exemple les valeurs du support situées en dehors du noyau lui paraissent possibles, mais peu vraisemblables, il pourra choisir de donner une courbure concave aux branches latérales de la Figure 6.

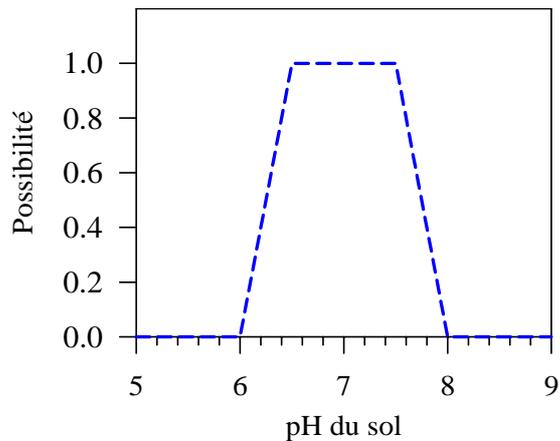


Figure 6 – Distribution de possibilité relative aux valeurs de pH d'un sol

Si au contraire elles sont jugées tout à fait possibles, la courbure sera plutôt convexe (jusqu'au cas limite où la distribution devient un simple intervalle min-max). Il est clair qu'une certaine part de subjectivité entrera dans la définition de ces courbures. Mais cette subjectivité aura beaucoup moins de conséquences sur les résultats de l'analyse, que celles découlant d'un choix *a priori* de distributions de probabilité uniques en présence d'ignorance partielle (information incomplète/imprécise).

On notera que cette notion de *possibilité* relative aux valeurs précises appartenant aux intervalles emboîtés est complémentaire de celle de *certitude* relative aux intervalles eux-mêmes. En effet, plus on élargit l'intervalle, plus on inclut des valeurs jugées peu vraisemblables, mais en contrepartie, plus on est certain que les vraies valeurs se trouvent bien à l'intérieur de l'intervalle (Figure 7). Ainsi, le degré de possibilité d'un intervalle peut être défini comme étant égal à 1 moins le degré de certitude que l'intervalle contient bien les vraies valeurs.

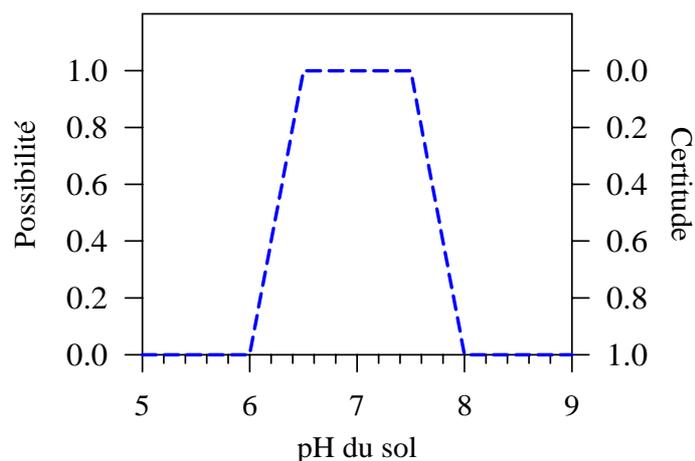


Figure 7 – Dualité possibilité - certitude

Ces notions de certitude et de vraisemblance peuvent être reliées à celle de probabilité imprécisément connue. Si on s'intéresse à la distribution de probabilité décrivant la probabilité que le pH soit inférieur à telle ou telle valeur X , tant que X reste supérieur à 8 (maximum du support), la probabilité est : $P(\text{pH} < X) = 1$ (on est « sûrs » que $\text{pH} < X$; Figure 8).

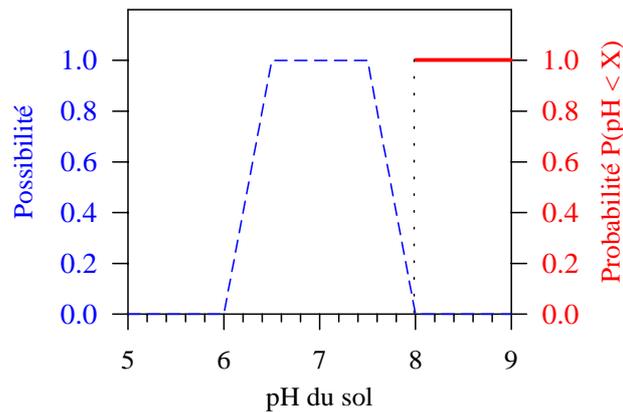


Figure 8 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$

Lorsqu'on commence à entrer dans l'intervalle du support, la probabilité $P(\text{pH} < X)$ n'est plus nécessairement égale à 1. Prenons par exemple la valeur 7.9 : cette valeur est la borne supérieure de l'intervalle dont le degré de certitude est estimé à 0.8 (Figure 7). On peut montrer que la probabilité $P(\text{pH} < X)$ est comprise entre 0.8 et 1 (Figure 9).

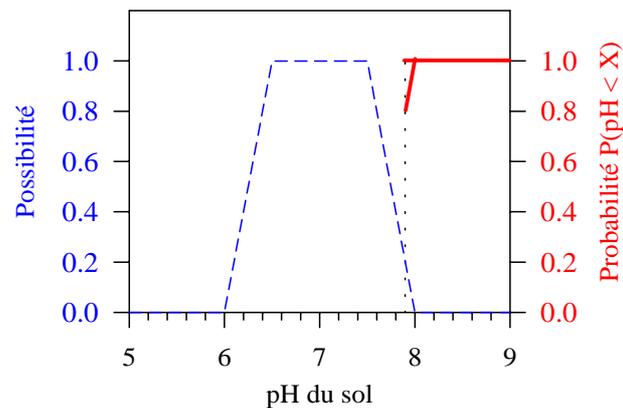


Figure 9 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)

En procédant de la même manière jusqu'à la valeur $X = 7.5$, on obtient la Figure 10.

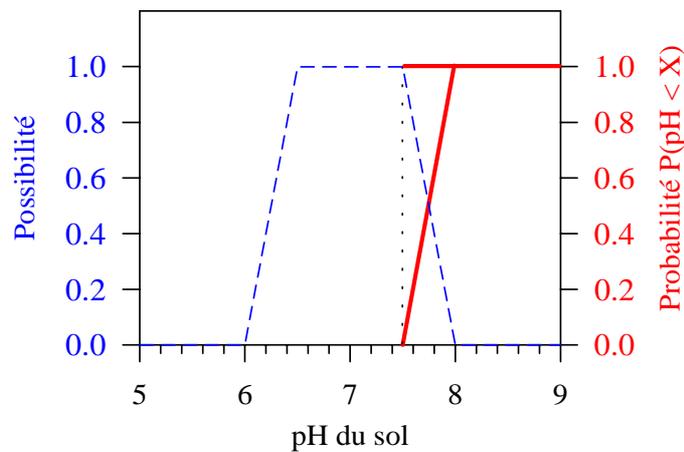


Figure 10 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)

Dès lors qu'on est dans le noyau de la distribution ([6.5-7.5]) on a affaire au classique intervalle min-max. : sur la base de l'information disponible, on ne peut exprimer de préférences au sein de cet intervalle. La probabilité $P(\text{pH} < X)$ pour X appartenant à cet intervalle est comprise entre 0 et 1 (Figure 11).

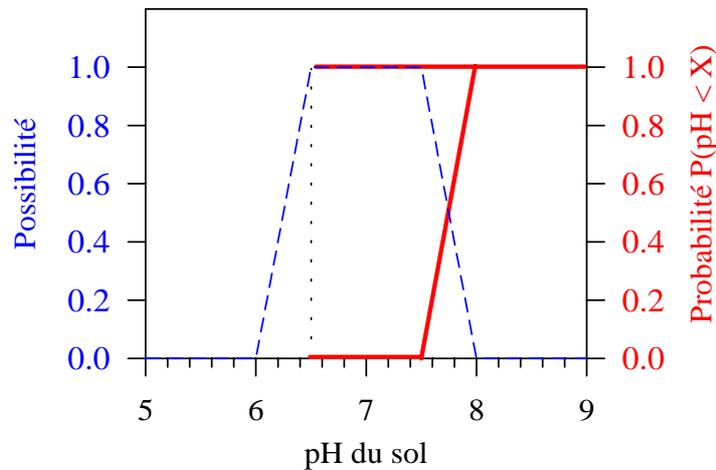


Figure 11 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)

Considérons maintenant les valeurs situées à gauche du support. Pour toutes les valeurs $X < 6$, l'information fournie par l'expert implique que $P(\text{pH} < X) = 0$ (on est « sûr » de ne pas être inférieur à X ; Figure 12).

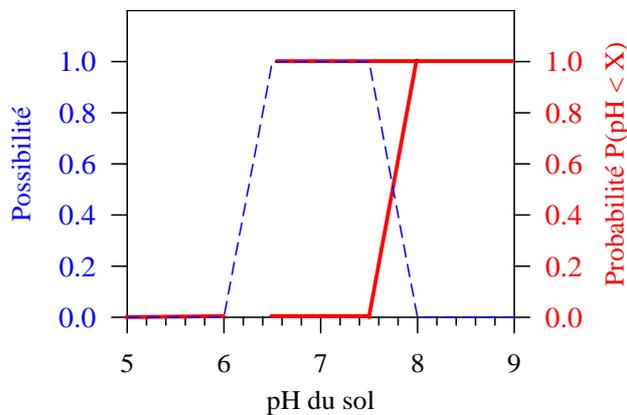


Figure 12 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (suite)

Pour $6 < X < 6.5$, on peut encadrer $P(\text{pH} < X)$ de la même manière que précédemment pour $7.5 < X < 8$ (Figure 13).

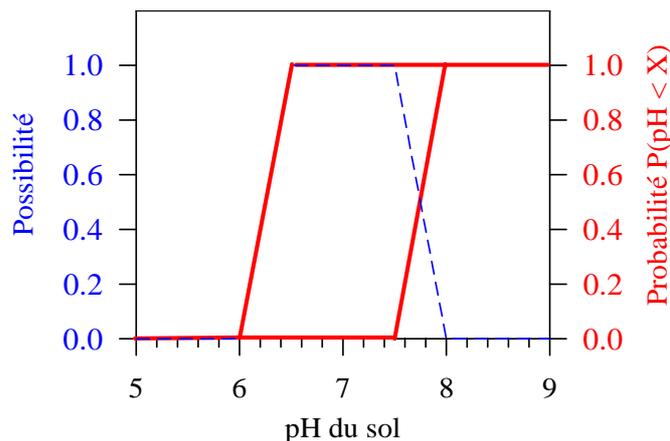


Figure 13 – Construction de la probabilité $P(\text{pH} < X)$ (fin)

On voit donc qu'une distribution de possibilité peut être considérée comme représentant une *famille* de distributions de probabilité (voir aussi Dubois et Prade, 1992). La distribution « vraie » se situe quelque part entre les deux bornes de la Figure 13, mais la nature incomplète de l'information dont on dispose ne nous permet pas d'en sélectionner une seule. L'écart entre les distributions gauche (haute) et droite (basse) est une mesure de notre ignorance.

On notera qu'en théorie des possibilités (Dubois et Prade, 1988), ces deux distributions de probabilité limitantes sont appelées « Mesure de Possibilité » (notée Π) pour la distribution haute (celle de gauche) et « Mesure de Nécessité » (notée N) pour la distribution basse (celle de droite).

3.3.2. Le calcul d'intervalle flou

Soit un paramètre Z qui est fonction d'un certain nombre de paramètres (notés a) représentés par des distributions de possibilité (intervalles flous) :

$$Z = f(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

Si la fonction f est simple (combinaison d'opérations simples), le calcul peut être effectué directement.

On considère par exemple deux paramètres, a_1 et a_2 de noyaux et supports respectifs (Figure 14a et b) :

- a_1 : support = [10 - 50], noyau = [12 - 20]
- a_2 : support = [30 - 80], noyau = [50 - 60]

On suppose : $Z = a_1 + a_2$. Dans ce cas, la valeur min du support de Z est simplement : $10 + 30 = 40$ (somme des valeurs minimales) et la valeur max est : $50 + 80 = 130$ (somme des valeurs max). Le support de Z est donc l'intervalle [40 - 130]. Pour le noyau on procède de la même manière pour obtenir l'intervalle [62 - 80]. L'intervalle flou de $Z = a_1 + a_2$ est représenté dans la Figure 14c.

A noter que les branches reliant les noyaux et les supports de a_1 et a_2 étant linéaires, et la fonction étant simple, on peut se contenter dans ce cas de faire le calcul uniquement sur les valeurs des noyaux et supports. Si, au contraire, on avait des courbes (ou une fonction complexe), il faudrait procéder de la même manière que précédemment pour des niveaux de possibilité intermédiaires entre 0 et 1 et construire tout l'intervalle flou de Z .

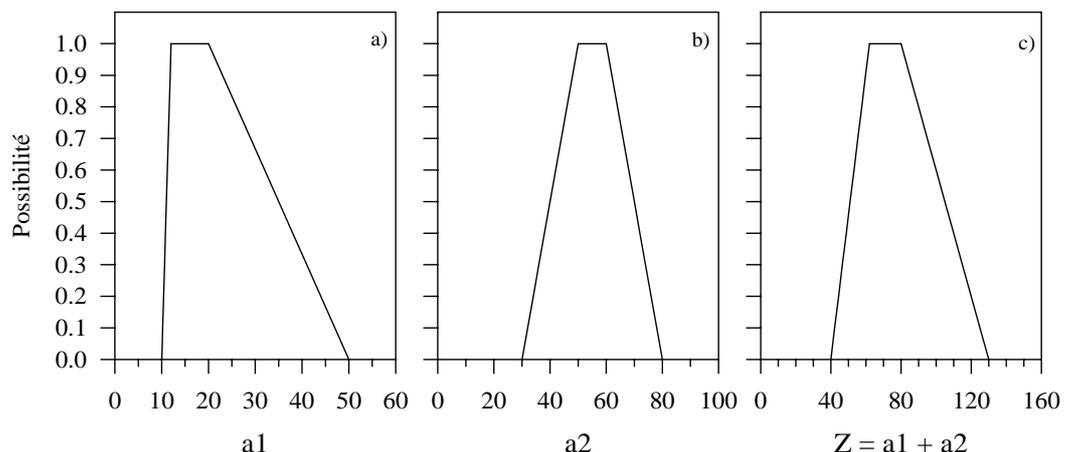


Figure 14 – Exemple simple de calcul d'intervalle flou : l'addition

Une autre conséquence de la simplicité de la fonction considérée dans le cas de la Figure 14 est qu'il est facile d'identifier les valeurs min et max sur le noyau et le support. Dans le cas de fonctions plus complexes, on utilise dans la pratique des

algorithmes de minimisation et de maximisation pour déterminer les valeurs min et max de Z en balayant sur toutes les valeurs du support, du noyau, et d'intervalles de valeurs correspondant à des niveaux de possibilité intermédiaires (en théorie des possibilités on appelle ces intervalles des alpha-coupes : les intervalles de valeurs dont le degré de possibilité est supérieur ou égal à une valeur alpha). Ce processus est illustré plus loin dans la section relative à la méthode hybride.

En conclusion de cette section on peut dire que le calcul d'intervalle flou est en fait un calcul d'intervalle classique mais effectué sur des intervalles correspondant à différents degrés de vraisemblance.

3.3.3. Représentation possibiliste et jugement d'expert

Comme il a été vu plus haut, la distribution de possibilité (intervalle flou) est simplement un intervalle qui a été enrichi d'une information supplémentaire : des plages de valeurs situées à l'intérieur de l'intervalle du support ont été qualifiées pour exprimer leur plus grande vraisemblance. Ces intervalles sont emboîtés : il s'agit là d'une particularité (et d'une limite ; voir section suivante) des distributions de possibilité. Mais cette caractéristique se prête tout particulièrement à une situation couramment rencontrée dans la pratique : le jugement d'expert. En effet, on peut s'attendre à ce qu'un expert soit cohérent avec lui-même : l'intervalle contenant les valeurs qu'il juge les plus vraisemblables est forcément inclus dans l'intervalle, plus large, des valeurs qu'il juge éventuellement possibles.

Dans la section suivante, on verra une situation où les intervalles ne sont pas nécessairement emboîtés mais peuvent se recouper.

3.4. LES FONCTIONS DE CROYANCE DE DEMPSTER-SHAFER

3.4.1. Introduction

La théorie des fonctions de croyance (Shafer, 1976), aussi appelée « théorie de l'évidence » ou « théorie de Dempster-Shafer », assigne des masses de probabilité à ce qu'elle appelle des « éléments focaux ». Ces éléments focaux peuvent être des valeurs ponctuelles ou des intervalles adjacents (cas d'une fonction de densité de probabilité classique) ou encore des intervalles emboîtés (cas de la théorie des possibilités illustrée précédemment). Mais la force de cette théorie réside dans le fait qu'elle s'applique également au cas où les intervalles se recoupent (ni adjacents ni emboîtés ; voir l'exemple de la section suivante). Elle fournit ainsi un mode de représentation de l'information qui s'applique à la fois au problème de la variabilité (théorie des probabilités classiques) et de l'imprécision ou ignorance partielle.

Les éléments focaux pour le cas d'une fonction de densité de probabilité classique sont illustrés par la (Figure 15). Les éléments focaux sont les intervalles de valeurs obtenus

par un découpage vertical de la fonction. Dans le cas d'une distribution de possibilité, par contre, les éléments focaux sont les intervalles de valeurs obtenus par découpage horizontal de la distribution (Figure 16). Le nombre de tranches utilisé dépend de la précision souhaitée (le degré de reproduction de la forme de la fonction initiale). Les masses de probabilité assignées à ces éléments focaux sont fonction de ce découpage. A noter que dans tous les cas, la somme des masses de probabilité de tous les éléments focaux est égale à 1.

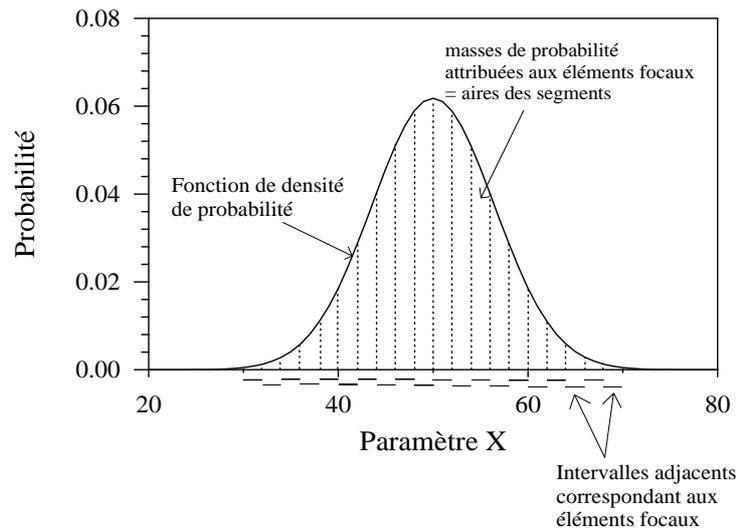


Figure 15 – Eléments focaux de Dempster-Shafer et masses de probabilité : cas d'une distribution de probabilité classique

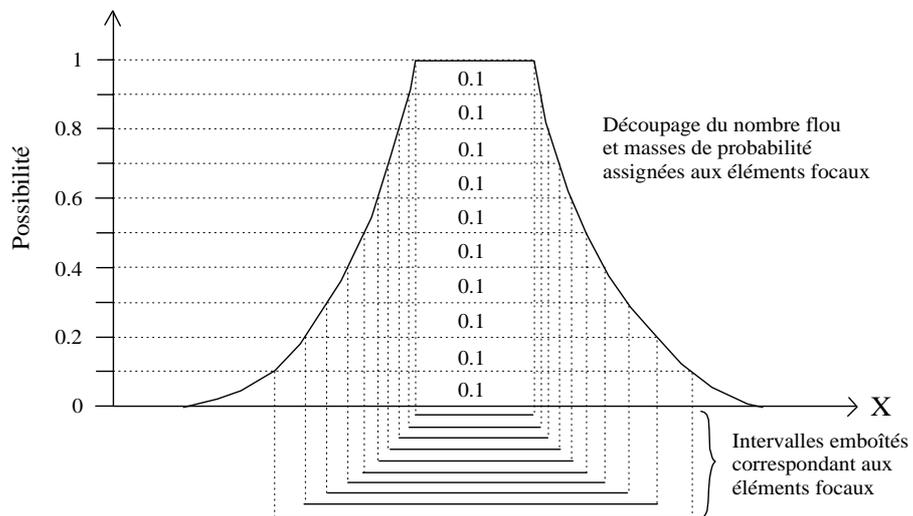


Figure 16 – Eléments focaux de Dempster-Shafer et masses de probabilité : cas d'une distribution de possibilité

Dans la théorie de Dempster-Shafer, la véracité d'une proposition est qualifiée à l'aide de deux indicateurs : la crédibilité (notée Cr) et la plausibilité (notée Pl). La crédibilité est la somme des probabilités de tous les éléments focaux qui impliquent forcément la proposition recherchée. Tandis que la plausibilité est la somme des probabilités de tous les éléments focaux qui ne contredisent pas nécessairement la proposition recherchée. On verra dans la section suivante, une illustration simple de ces deux indicateurs.

3.4.2. Illustration des fonctions de croyance de Dempster-Shafer

Pour cette illustration (à l'origine due à P. Smets), on considère le cas d'un sondage effectué dans le cadre d'une élection présidentielle. Il y a 5 candidats pour cette élection : 2 candidats de gauche (notés G_1 et G_2) et 3 candidats de droite (D_1 , D_2 et D_3).

Le sondage donne les résultats suivants :

- 20% des personnes interrogées sont certaines de voter pour le candidat G_1 ,
- 5% pour G_2 ,
- 30% pour D_1 ,
- 10% savent qu'ils voteront pour un candidat de gauche, mais ne savent encore pas pour qui,
- 10% savent qu'ils voteront pour un candidat de droite, mais ne savent pas encore pour qui,
- 25% ne savent pas encore pour quel candidat ils vont voter.

Les masses de probabilité des éléments focaux (entre parenthèses) sont donc les suivantes :

- $m(G_1) = 0.2$
- $m(G_2) = 0.05$
- $m(D_1) = 0.3$
- $m(G_1 \text{ ou } G_2) = 0.1$
- $m(D_1 \text{ ou } D_2 \text{ ou } D_3) = 0.1$
- $m(G_1 \text{ ou } G_2 \text{ ou } D_1 \text{ ou } D_2 \text{ ou } D_3) = 0.25$

La somme des masses est bien égale à 1. La masse $m(S)$ est une masse de probabilité qui devrait idéalement être distribuée parmi les éléments de S mais qui demeure « suspendue » en raison de l'absence d'information. Par exemple, dans le cas des personnes sans opinion, la masse de probabilité est assignée à l'ensemble des candidats ; l'hypothèse *a priori* d'une équirépartition de cette masse sur les différents candidats est ainsi évitée.

On s'intéresse maintenant à la proposition (notée A) selon laquelle les électeurs votent pour un candidat de gauche et on cherche à estimer la probabilité de cet événement. En appliquant la théorie des fonctions de croyance, cette probabilité est comprise entre deux bornes : la crédibilité et la plausibilité. La crédibilité est la somme des probabilités des éléments focaux qui impliquent forcément l'événement recherché. D'après le sondage on a : $Cr(A) = m(G_1) + m(G_2) + m(G_1 \text{ ou } G_2) = 0.2 + 0.05 + 0.1 = 0.35$. C'est la plus petite probabilité de réalisation de l'événement. La plausibilité est la somme des probabilités des éléments focaux qui ne contredisent pas nécessairement l'événement recherché. On a donc : $Pl(A) = m(G_1) + m(G_2) + m(G_1 \text{ ou } G_2) + m(G_1 \text{ ou } G_2 \text{ ou } D_1 \text{ ou } D_2 \text{ ou } D_3) = 0.2 + 0.05 + 0.1 + 0.25 = 0.6$. En effet, l'élément focal ($G_1 \text{ ou } G_2 \text{ ou } D_1 \text{ ou } D_2 \text{ ou } D_3$) ne contredit pas nécessairement l'événement recherché, puisque deux candidats de gauche y figurent. On obtient donc pour la probabilité $P(A)$ de l'événement A : $0.35 \leq P(A) \leq 0.6$.

A contrario, une approche qu'on pourrait qualifier de « Bayésienne », consisterait à faire une hypothèse sur la répartition des probabilités dans le cas des personnes indécises. Si on suppose (cas le plus fréquent) l'équirépartition de ces probabilités, on distribue alors uniformément la probabilité de 25% sur chacun des 5 candidats de l'élément focal ($G_1 \text{ ou } G_2 \text{ ou } D_1 \text{ ou } D_2 \text{ ou } D_3$) pour obtenir :

$$P(A) = m(G_1) + m(G_2) + m(G_1 \text{ ou } G_2) + 0.05 + 0.05 = 0.45.$$

Cette valeur se situe forcément entre les valeurs de Cr et Pl précédentes. Mais l'objection qu'on peut émettre par rapport à cette approche est que l'information dont on dispose ne nous permet pas de supposer une telle répartition uniforme. Les indicateurs Cr et Pl sont « fidèles » à l'information disponible : ils permettent d'éviter l'hypothèse *a priori* de la répartition des probabilités. L'écart entre Cr et Pl est une mesure de notre ignorance. Lorsqu'il n'y a pas d'imprécision (toutes les personnes interrogées savent pour qui elles vont voter), on a $Cr = Pl$ et on retombe sur les probabilités classiques.

Ces deux indicateurs, Cr et Pl, seront utilisés plus loin pour restituer les résultats du traitement d'incertitude proposé.

3.5. LA METHODE HYBRIDE

La méthode hybride (Guyonnet et al., 2003 ; Baudrit et al., 2004) est une réponse simple, sur le plan intuitif, au problème de la combinaison d'informations de natures aléatoire et imprécise dans l'estimation du risque. Elle combine simplement l'échantillonnage aléatoire de type Monte Carlo avec le calcul d'intervalle flou.

Supposons qu'on ait un modèle de risque (noté R) qui soit une fonction de n variables représentées par des distributions de probabilité ; P_1, \dots, P_n et de m variables représentées par des distributions de possibilité (intervalles flous) ; F_1, \dots, F_m .

Le calcul hybride est un processus itératif qui consiste à (Figure 17) :

1. Tirer n nombres aléatoires compris entre 0 et 1 (v_1, \dots, v_n) d'une distribution uniforme et échantillonner les n distributions de probabilité pour obtenir une réalisation (p_1, \dots, p_n) des variables aléatoires (Figure 17a)
2. Sélectionner un degré de possibilité α .
3. Chercher les valeurs *Inf* (plus petite valeur) et *Sup* (plus grande valeur) de $R(p_1, \dots, p_n, F_1, \dots, F_m)$, en considérant toutes les valeurs situées dans les intervalles des intervalles flous qui ont au moins ce degré de possibilité α (ces intervalles sont appelés des α -coupes ; Figure 17b).
4. Les valeurs *Inf* et *Sup* obtenues définissent les limites de l'intervalle de valeurs de $R(p_1, \dots, p_n, F_1, \dots, F_m)$ pour le degré de possibilité α .
5. Retourner à l'étape 2 et répéter les étapes 3 et 4 pour une autre valeur de possibilité (dans la pratique, on augmente α de 0 à 1 par pas de 0.1). La distribution de possibilité de $R(p_1, \dots, p_n, F_1, \dots, F_m)$ est obtenue à partir des valeurs *Inf* et *Sup* obtenues pour chaque valeur α .
6. Retourner à l'étape 1 pour générer une autre réalisation des variables aléatoires. On obtient ainsi une famille de ω distributions de possibilité pour $R(p_1, \dots, p_n, F_1, \dots, F_m)$ (Figure 17c) (ω étant le nombre de réalisations des variables aléatoires).

Le résultat du calcul hybride s'appelle un *intervalle flou aléatoire* (Gil, 2001). Il s'agit d'un résultat parfaitement analogue à celui d'*intervalle aléatoire* que l'on obtiendrait si à la place d'intervalles flous, on utilisait de simples intervalles *min-max* pour représenter l'information imprécise.

La question se pose ensuite de comment synthétiser cette information dans l'objectif de comparer le résultat à un critère ou seuil de risque. C'est là qu'interviennent les fonctions de croyance de Dempster-Shäfer.

3.6. POST-TRAITEMENT DU RESULTAT HYBRIDE

Dans Guyonnet et al. (2003) il était proposé d'extraire un résultat flou final de la Figure 17c, en sélectionnant les valeurs *Inf* et *Sup* (pour chaque α -coupe) de telle manière qu'on ait 5% de chances d'être respectivement en dessous ou au dessus. Ce résultat flou final pouvait ensuite être comparé à un critère de tolérance. Mais Baudrit et al. (2004) ont montré que cette méthode revenait à fusionner des intervalles qui étaient en fait indépendants les uns des autres et se traduisait par un résultat exagérément majorant en terme d'étendue de l'incertitude.

Baudrit et al. (2004, 2005) ont montré comment les fonctions de croyance de Dempster-Shafer s'appliquaient naturellement au problème de la comparaison du résultat hybride à un critère de tolérance.

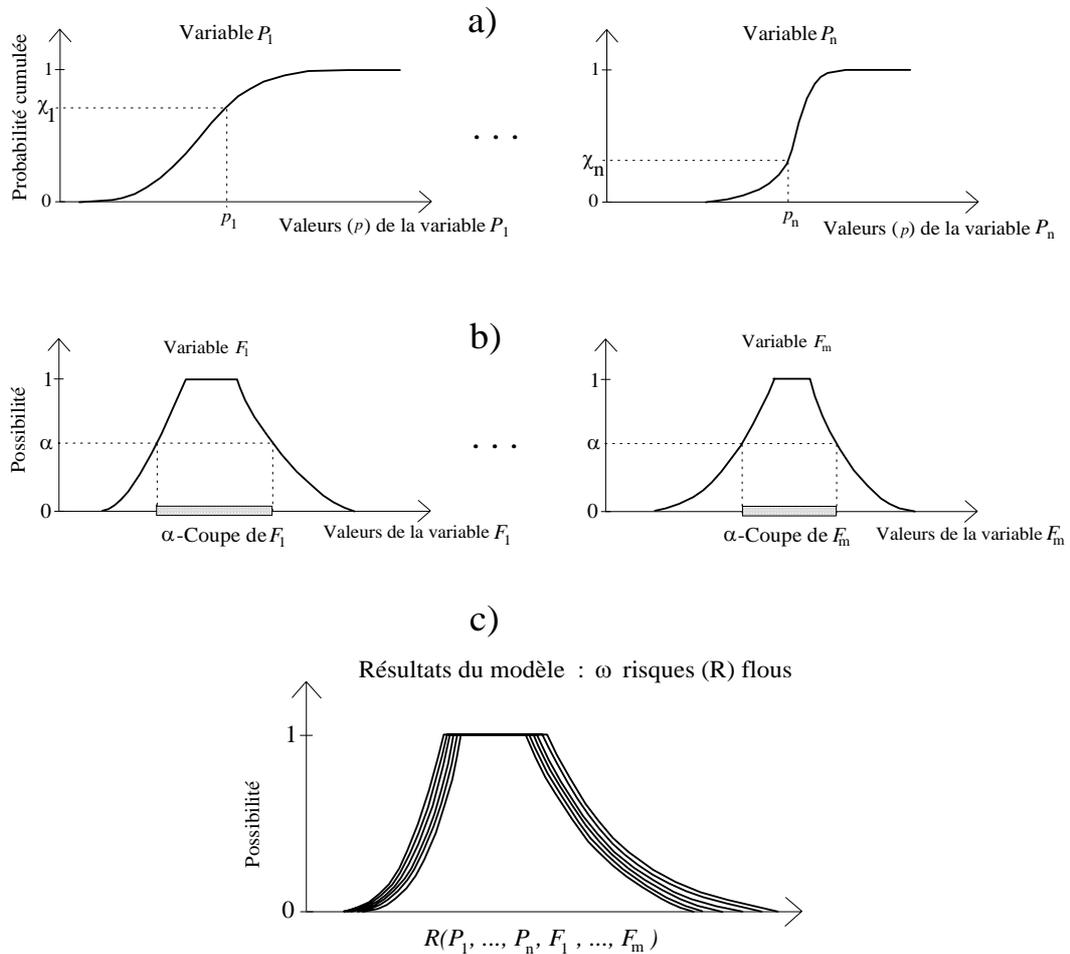


Figure 17 – Illustration schématique du calcul hybride

Considérons la proposition (notée A) dont on souhaite quantifier la probabilité :

A : le risque calculé R est inférieur au seuil S .

Cette probabilité va être qualifiée à l'aide des indicateurs que sont la crédibilité et la plausibilité (voir section 3.4.2). Il est rappelé que la crédibilité est la somme des probabilités de tous les éléments focaux qui impliquent forcément l'événement recherché tandis que la plausibilité est la somme des probabilités de tous éléments focaux qui ne contredisent pas nécessairement cet événement.

Tout d'abord il faut identifier les éléments focaux. Dans le cas du résultat du calcul hybride (Figure 17c), les éléments focaux sont les intervalles de valeurs obtenus par découpage de chaque résultat flou (voir la Figure 16 et la Figure 18).

Ensuite il faut définir les masses de probabilité à attribuer à chaque élément focal. Comme il a été illustré dans la Figure 16, pour un découpage en 10 tranches, la masse de probabilité attribuée à chaque intervalle est de 0.1. Mais dans le résultat hybride

(Figure 17c) ces intervalles sont également associés à une fréquence de réalisation qui est fonction du nombre d'itérations utilisé dans le processus Monte Carlo. Supposons que ce nombre soit 500. La fréquence de réalisation de chaque résultat flou est : $1/500$. La masse de probabilité attribuée à chaque intervalle (élément focal) est donc : $1/500 * 0.1 = 1 / 5000$ (à noter que 5000 est également le nombre d'intervalles générés lors du calcul hybride). On peut ensuite faire les sommations permettant de calculer les indicateurs Cr et PI.

La Figure 18b présente deux (pour des raisons de clarté du graphique) familles d'éléments focaux (au lieu de dix pour le cas d'un découpage des intervalles flous en dix tranches) issues du calcul hybride Figure 18a). On voit que les éléments focaux se chevauchent. Considérons un seuil arbitraire S . Tant que la valeur du seuil est inférieure à la plus petite borne inférieure des éléments focaux, on a : $PI = Cr = 0$. Dès que le seuil dépasse la plus petite borne inférieure des éléments focaux on a : $PI = 1 / 5000$ et $Cr = 0$. Au fur et à mesure que le Seuil dépasse une nouvelle borne inférieure d'élément focal, on ajoute les masses de probabilité ($1 / 5000$) à PI. Pour que Cr devienne non nul, il faut que le seuil S soit supérieur à au moins une borne supérieure d'élément focal (l'événement A est complètement satisfait pour cet élément focal). Dès lors que le seuil est supérieur à la plus haute des bornes supérieure des éléments focaux, on a $PI = Cr = 1$ (on est « sûrs » que le risque calculé est inférieur au seuil).

On notera que si on suivait la même procédure pour le cas de la distribution de probabilité de la Figure 15, on obtiendrait deux distributions PI et Cr qui seraient d'autant plus rapprochés que les éléments focaux sont nombreux et fins, jusqu'à ce qu'ils se confondent avec la fonction de probabilité cumulée classique (PDF) lorsque les éléments focaux tendent vers des points (singletons). Par ailleurs, l'application de la procédure au cas de la distribution de possibilité de la Figure 16, donnerait deux distributions PI et Cr correspondant respectivement aux mesures de possibilité (Π) et de nécessité (N) de la théorie des possibilités de Dubois et Prade (1988).

Le calcul de Cr et PI est réalisé de manière très simple dans HyRisk : le calcul hybride fournit les bornes inférieures et supérieures des intervalles sur le résultat du modèle R , pour chaque niveau de possibilité (0 à 1 par pas de 0.1). Il suffit de classer toutes les bornes inférieures en ordre croissant et de cumuler à chaque nouvelle valeur la masse de probabilité ($1 / 5000$) pour obtenir la distribution de plausibilité. Idem pour la crédibilité en classant cette fois toutes les bornes supérieures en ordre croissant.

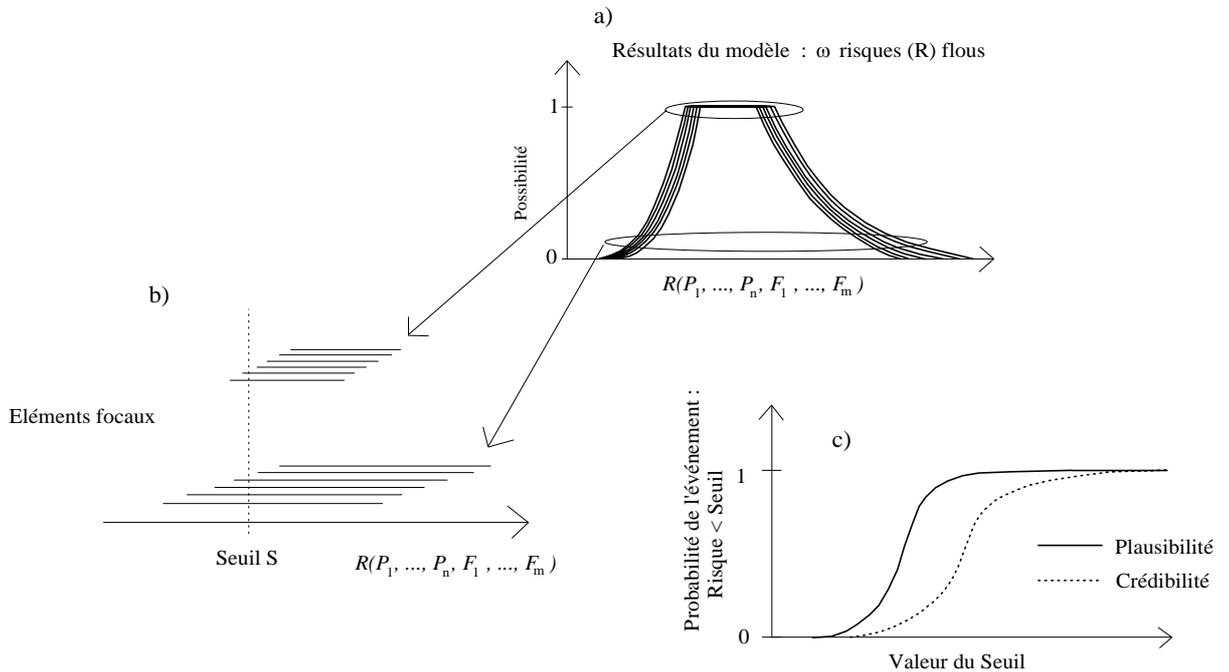


Figure 18 – Illustration du post-traitement du résultat hybride (a) : comparaison des éléments focaux et d'un seuil S (b) et indicateurs de la probabilité de l'événement : « Risque < Seuil » (c).

3.7. PRESENTATION GENERALE DE L'OUTIL

Le didacticiel HyRisk (téléchargeable sur <http://www.brgm.fr/hyrisk>) se présente sous la forme d'un classeur Microsoft Excel qui comprend 5 feuilles :

- La feuille 1 : fournit les principales instructions pour l'utilisation de HyRisk,
- La feuille 2 : permet d'entrer les paramètres du problème qu'on souhaite traiter,
- La feuille 3 : permet le calcul des distributions construites à partir des informations fournies dans la feuille 2,
- La feuille 4 : permet de lancer le calcul hybride et contient les résultats du calcul,
- La feuille 5 : présente les distributions de probabilité haute (Plausibilité) et basse (Crédibilité) pour la proposition : « le résultat du calcul est inférieur à une certaine valeur seuil ».

On peut par ailleurs spécifier une valeur de seuil spécifique pour obtenir les valeurs de crédibilité et de plausibilité pour la proposition « le résultat du modèle est inférieur à cette valeur de seuil spécifique ».

A noter qu'il est possible de sauver le classeur HyRisk.xls sous un autre nom correspondant à une application spécifique.

3.8. UTILISATION

On lance HyRisk comme n'importe quel document Excel. Lorsqu' apparaît le message concernant les macros, cliquer sur l'onglet « activer les macros ».

Pour définir un nouveau problème, aller à la feuille « Paramètres ».

Cliquer sur les onglets situés à gauche du triangle bleu (Figure 19) pour définir les nombres de variables probabilistes et possibilistes. Il est possible de définir jusqu'à 10 variables probabilistes et 10 variables possibilistes. Attention : si on souhaite qu'il n'y ait aucune variable d'un certain type alors que la feuille en comprend déjà en raison d'une utilisation antérieure, alors il faut entrer 0 pour le nombre de variables de ce type.

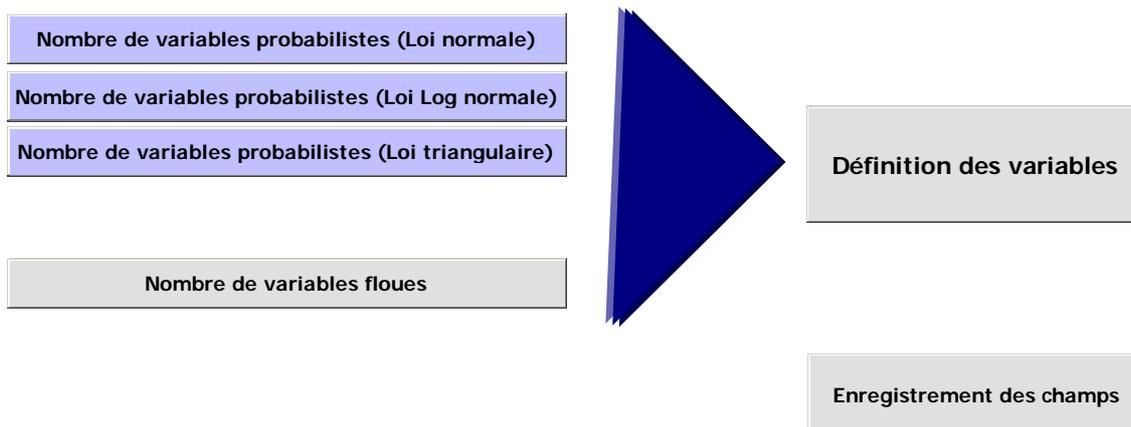


Figure 19 – Masque de saisie du nombre de variables et de leur type

Dès qu'on a entré les nombres de variables correspondant à chaque type, cliquer sur l'onglet « Définition des variables » : cela fera apparaître les champs permettant de décrire chaque variable (Figure 20 et Figure 22). Les indications dans la colonne « Descriptif » peuvent être modifiées pour entrer des informations utiles pour l'utilisateur (nom de variable, etc.). Dans l'exemple générique de la Figure 20, on a décrit 4 variables (notées A, B, C et D), dont deux sont des distributions normales de probabilité (A et C) tandis que les deux autres (B et D) sont des distributions de possibilité.

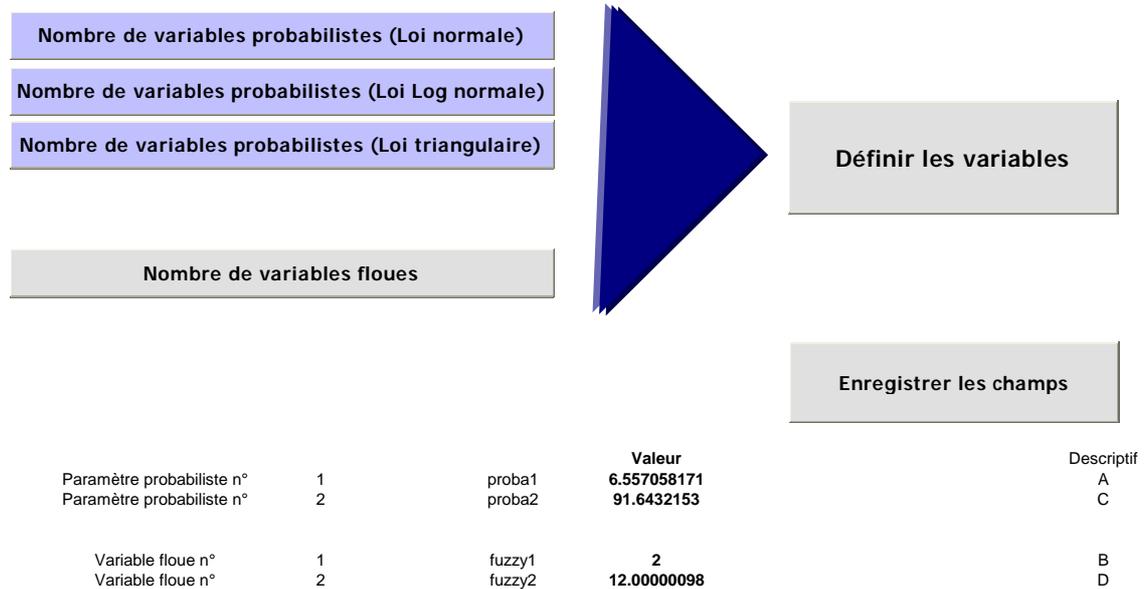


Figure 20 – Apparition automatique (en bas) de champs descripteurs

On va ensuite à droite de la feuille « Paramètres » vers les champs permettant de renseigner les variables (Figure 22) et on entre les valeurs souhaitées. Pour les distributions normales de probabilité, il faut fournir les moyennes et les écart-types, tandis que pour les distributions de possibilité, il faut fournir les limites du support (intervalle jugé « certain »), celles du noyau (intervalle jugé le plus vraisemblable) et les paramètres des exposants. Ces paramètres définissent les courbures des branches reliant les noyaux aux supports. Des valeurs de 1 (par défaut) définissent des droites. Des valeurs inférieures à 1 donnent des branches concaves (les valeurs situées en dehors du noyau sont jugées moins vraisemblables comparé au cas linéaire), tandis que des valeurs supérieures à 1 donnent des branches convexes (les valeurs situées en dehors du noyau sont jugées plus vraisemblables comparé au cas linéaire).

Une fois que ces valeurs ont été renseignées il faut cliquer sur l'onglet « Enregistrement des champs » (Figure 20).

Note : il arrive qu'apparaisse un message d'erreur (Figure 21). Ce dernier, dont l'apparition semble aléatoire, est sans conséquence. Cliquer sur OK et continuer.



Figure 21 – Message d’erreur pouvant parfois apparaître : cliquer sur OK

On définit ensuite le « Modèle » qui est une combinaison des variables définies précédemment. Ce modèle est défini en entrant une formule dans la case du Modèle (Figure 22). On tape = et on va chercher les variables dans la colonne « Valeur » de la Figure 20. Les variables ont des noms standardisés qu’il n’est pas possible de changer (d’où l’intérêt d’insérer une description des variables dans la colonne « Descriptif »).

Modèle	0.025
---------------	--------------

Moyenne		Ecart-type				
15	5					
100	30					
Support gauche	Noyau gauche	Noyau droit	Support droit	Exposant gauche	Exposant droit	
1	2	2	3	1	1	
9	12	12	15	1	1	

Figure 22 – Masque de saisie des valeurs décrivant les variables

Pour l’exemple de la Figure 22, le modèle a été défini par :
 = Valprobaparam1*Valvarflou1/(Valprobaparam2*Valvarflou2)
 c’est à dire (en reprenant les descriptifs des variables) : $A * B / (C * D)$

Note : si le résultat de « Modèle » est faible (inférieure à 10^{-5} environ), l’algorithme de recherche automatique des minimas et maximas d’Excel peut parfois rencontrer des difficultés. Il est conseillé d’inclure un facteur multiplicatif (par exemple 10^5) dans le « Modèle », ce qui permet d’avoir des valeurs proches de 1 et un calcul satisfaisant. Ce facteur est ensuite retranché des résultats du calcul (dans la feuille « Calculs et Résultats ») pour retrouver les valeurs correctes du « Modèle ».

On passe ensuite à la feuille « Calcul_distributions » qui permet de quantifier les distributions (Figure 23).

On clique sur l'onglet « Nombre d'alpha-coupes » pour entrer le nombre de valeurs discrètes de possibilité qui vont définir les intervalles flous. Un nombre égal à 10 permet en général de représenter ces nombres de manière suffisamment détaillée (dans le cas d'intervalles flous à branches très courbées on pourra choisir un nombre supérieur à 10 afin de bien reproduire les courbures).

Ensuite on passe à l'onglet « Nbre de classes de proba » qui permet de discrétiser les distributions probabilité. Ce nombre de points (typiquement situé entre 30 et 50) est sélectionné de manière à bien reproduire la forme des distributions. A noter qu'un nombre supérieur à 50 aura tendance à considérablement ralentir les calculs.

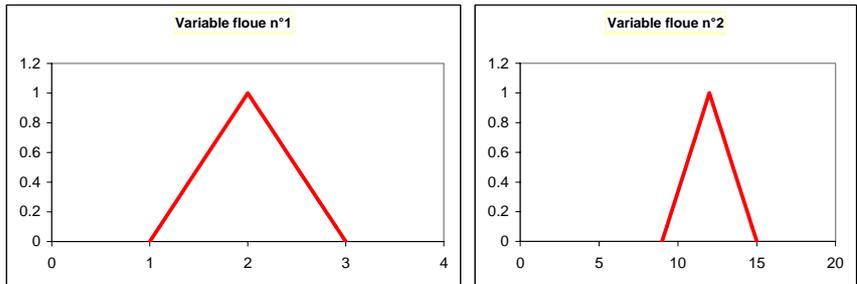
Enfin on précise le nombre d'itérations (tirages aléatoires) à utiliser dans le processus hybride (par exemple 100). A noter qu'en raison de la durée du calcul, il est préférable de commencer avec un nombre relativement restreint et éventuellement de l'augmenter si les distributions de plausibilité et de crédibilité obtenues ne sont pas suffisamment bien définies (trop hachées).

Possibilité	flou1	flou2
0	1	9
0.1	1.1	9.3
0.2	1.2	9.60000001
0.30000001	1.30000001	9.90000004
0.40000001	1.40000001	10.2

Figure 23 – Masque de saisie pour le calcul des distributions

On clique ensuite sur l'onglet « Calcul des distributions ». On peut visualiser les distributions dans la feuille « Paramètres » (Figure 24).

Représentation graphique des variables floues



Représentation graphique des paramètres probabilistes

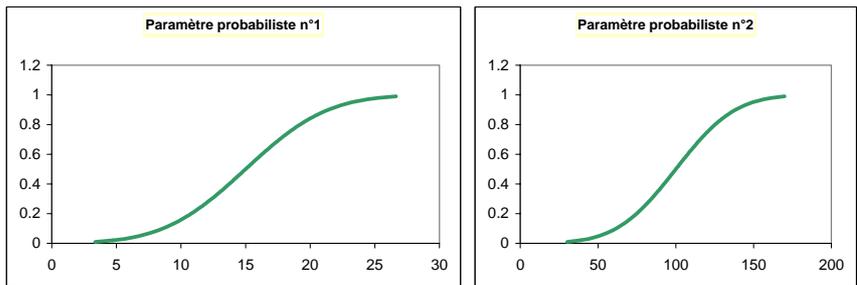


Figure 24 – Représentation graphique des distributions dans la feuille “Paramètres”

Tout est prêt pour le calcul hybride proprement dit ; on se rend donc dans la feuille « Calculs et résultats » (Figure 25). Avant de lancer le calcul, on peut préciser une valeur de seuil pour laquelle HyRisk fournira les valeurs spécifiques de plausibilité (probabilité haute) et de crédibilité (probabilité basse) pour la proposition : « le résultat du modèle est inférieur au seuil ». On lance le calcul en appuyant sur l’onglet « Calcul ». Lorsque le calcul est terminé, on clique sur l’onglet « Graphique » pour visualiser les distributions de Plausibilité et de Crédibilité (Figure 26)

Calcul	Valeur seuil = 0.05											Graphique
Enveloppe externe	-0.001082002	-0.00121449	-0.001352502	-0.00149639	-0.00164652	-0.001803336	-0.00196728	-0.00213884	-0.00231857	-0.00250708	-0.002705	
Enveloppe moyenne	0.011463648	0.01286736	0.01432956	0.01585398	0.01744468	0.01910608	0.020843	0.0226607	0.02456496	0.02656211	0.0286591	
Enveloppe interne	0.024009298	0.02694921	0.030011622	0.03320435	0.03653589	0.040015496	0.04365327	0.04746024	0.0514485	0.0556313	0.06002321	
Tirages/coups	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
1	0.059872089	0.06720337	0.074840111	0.08280183	0.0911097	0.099786815	0.10885834	0.1183518	0.12829733	0.13872801	0.14968013	
2	0.038507933	0.04322319	0.048134916	0.05325565	0.05859903	0.064179888	0.07001442	0.07612033	0.082517	0.0892257	0.09626978	
3	0.034684695	0.0389318	0.043355869	0.0479682	0.05278106	0.057807825	0.06306308	0.06856277	0.07432435	0.08036697	0.08671169	
4	0.024538012	0.02754267	0.030672515	0.03393555	0.03734045	0.040896687	0.04461457	0.04850537	0.05258145	0.05685637	0.06134499	
5	0.021354443	0.02396927	0.026693054	0.02953274	0.03249589	0.035590739	0.03882626	0.04221227	0.04575952	0.04947981	0.05338608	

Figure 25 –Feuille “Calcul et résultats”

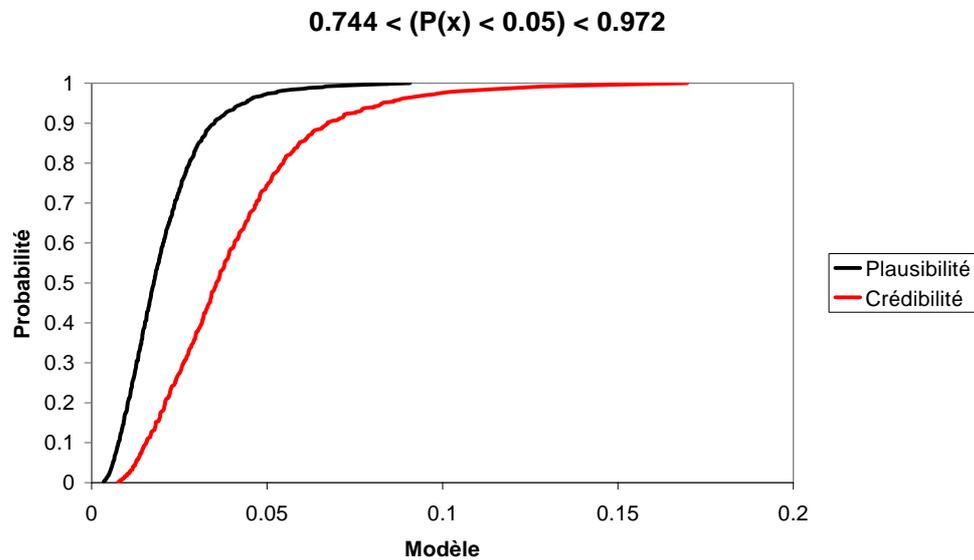


Figure 26 – Résultat du calcul hybride : Distributions de plausibilité et de crédibilité pour la proposition : “résultat du modèle < un certain seuil” et valeurs de Cr et PI pour le cas “Seuil = 0.05”

3.9. EXEMPLE D’APPLICATION

3.9.1. Introduction

Pour cet exemple, on considère un cas simple d’exposition de personnes à un solvant organochloré (du 1,1,2 trichloroéthane), par le biais de la consommation d’eau polluée.

Pour une personne exposée, on estime un « excès de risque individuel » (ERI) qui est fonction de la dose absorbée par la personne et d'une valeur toxicologique de référence (VTR), qui est déterminée par les toxicologues et qui quantifie la relation dose-réponse pour la substance considérée.

Pour le cas du 1,1,2 trichloroéthane, les toxicologues considèrent qu'il s'agit d'une substance cancérigène dite « sans seuil » : l'exposition entraîne un risque quelque soit le degré d'exposition. La VTR pour cette substance est un excès de risque unitaire (ERU), c'est à dire une probabilité de cancer excédentaire par unité de dose journalière d'exposition.

Une dose d'exposition « vie-entière » (moyennée sur la durée de vie) est calculée à partir de :

$$D = \frac{I \cdot C \cdot FE \cdot DE}{PC \cdot DV} \quad (1)$$

où :

D est la dose d'exposition (mg de polluant absorbé, par unité de poids corporel et par jour),

I est la quantité journalière d'eau ingérée (l/j),

C est la concentration dans l'eau ingérée (mg/l),

FE est la fréquence d'exposition (j/an),

DE est la durée d'exposition (an),

PC est le poids corporel (kg),

DV est « l'espérance de vie » (j)

L'excès de risque individuel (ERI) s'obtient de :

$$ERI = D \cdot ERU \quad (2)$$

L'excès de risque individuel peut ensuite être comparé à un seuil de risque jugé tolérable.

3.9.2. Valeurs des paramètres

La représentation des valeurs des paramètres du problème fait appel aux deux modes de représentation décrites précédemment : les distributions de probabilité et de possibilité.

On suppose qu'on dispose d'un nombre significatif de mesures de la concentration (C) dans l'eau de boisson. Ces mesures permettent d'identifier une certaine variabilité aléatoire pour ce qui concerne cette concentration qui peut être décrite par une fonction de densité de probabilité triangulaire de mode 20 µg/l et de bornes inférieures et supérieures respectivement égales à 10 et 40 µg/l.

La durée d'exposition (DE) est également représentée par une distribution de probabilité : on supposera que des données statistiques existent concernant les temps de résidence de la population exposée. La durée d'exposition est représentée par une fonction de densité de probabilité triangulaire de mode 30 ans et de bornes inférieures et supérieures respectivement égales à 10 et 50 ans.

Le poids corporel et l'espérance de vie sont considérés comme constants (respectivement 70 kg et 70 ans) afin de conserver un caractère générique pour ce qui concerne les caractéristiques physiques de la cible, mais aussi par cohérence avec la VTR qui est déduite de données toxicologiques « vie entière ».

Tous les autres paramètres (ingestion, fréquence d'exposition, excès de risque unitaire) sont représentés par des distributions de possibilité triangulaires dont les supports et noyaux sont présentés dans le Tableau 1.

Paramètre	Unité	Mode de représentation	Borne inf	Mode ou noyau	Borne sup
Concentration dans l'eau	mg/l	Proba	0.005	0.01	0.02
Ingestion	l/j	Flou	1	1.5	2.5
Fréquence d'exposition	j/an	Flou	200	250	350
Durée d'exposition	an	Proba	10	30	50
ERU	(mg/kg/j) ⁻¹	Flou	2 x 10 ⁻²	5.7 x 10 ⁻² (*)	0.1

(*) : (InVS, 2004)

Tableau 1 – Valeurs des paramètres utilisés pour l'exemple

On s'intéresse à la probabilité que l'excès de risque individuel soit inférieur à une valeur jugée tolérable par l'autorité sanitaire de 10⁻⁵ (probabilité d'apparition de cancer excédentaire chez une personne exposée).

3.9.3. Calcul hybride et résultats

Pour le calcul hybride, les intervalles flous ont été discrétisés en 10 alpha-coupes, les distributions de probabilité en 50 classes, et 100 itérations ont été utilisées pour l'échantillonnage Monte Carlo.

Le résultat du calcul est présenté en Figure 27. On note que pour la proposition « l'excès de risque individuel est inférieur à 10⁻⁵ », on obtient une probabilité comprise entre 0.7 (la valeur de crédibilité) et 1 (la valeur de plausibilité). L'écart entre ces deux valeurs est la conséquence de la nature imprécise de notre connaissance relative à certains facteurs de risque.

Se pose ensuite la question de l'acceptabilité de la comparaison entre le risque calculé et l'objectif de risque (10^{-5}). Une alternative consiste à utiliser la probabilité basse (la crédibilité) qui est la plus contraignante et donc la plus sécuritaire. Dans ce cas il appartiendrait à l'autorité sanitaire de décider quel niveau de crédibilité il faut atteindre pour vraiment accepter le niveau de risque calculé. Une valeur de crédibilité de 70%, comme dans le cas de la Figure 27 pourrait paraître un peu élevée. Mais exiger une crédibilité de 100% serait une application trop stricte du principe de précaution.

On pourrait également imaginer élaborer un indicateur unique qui serait une combinaison (moyenne pondérée ?) de PI et Cr (les décideurs préférant les indicateurs uniques). Mais il s'agit là de perspectives en cours de réflexion

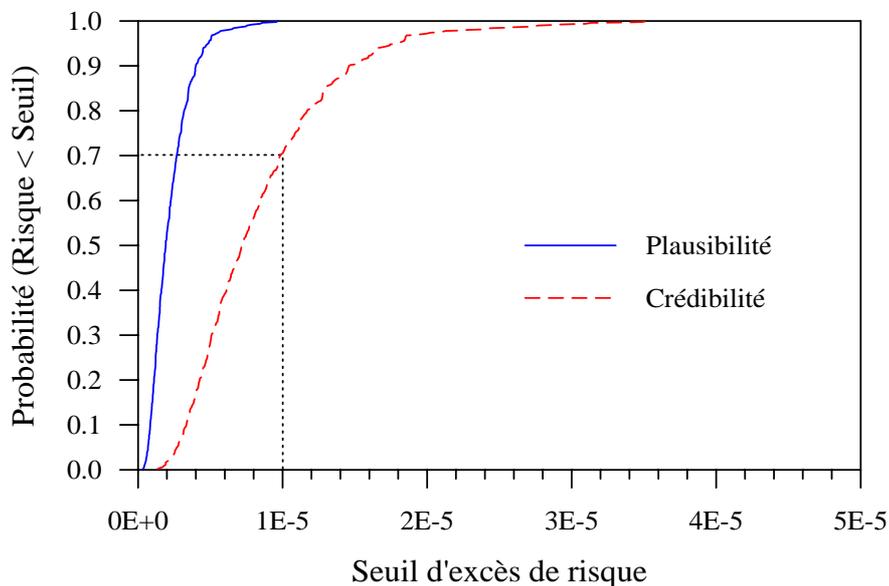


Figure 27 – Résultat du calcul hybride : distributions de plausibilité et de crédibilité pour la proposition « l'excès de risque individuel calculé est inférieur à une valeur seuil »

A noter que l'outil HyRisk permet de faire du calcul Monte Carlo classique ; il suffit pour cela de préciser un nombre nul pour les distributions de possibilité et définir les distributions de probabilité. A titre d'exemple, la Figure 28 compare les résultats du calcul Monte Carlo obtenu en considérant que les intervalles flous du Tableau 1 sont en fait des fonctions de densité de probabilité triangulaires. On constate que la distribution résultant de ce calcul se situe entre les distributions de plausibilité et de crédibilité calculées précédemment. Selon ce calcul Monte Carlo, la probabilité d'être en dessous du seuil de 10^{-5} est égale à 93%, ce qui peut paraître suffisant pour accepter le risque. Mais cette valeur élevée est entièrement liée au fait qu'on a supposé des distributions de probabilité uniques en lieu et place des distributions de possibilité (qui, nous le rappelons, représentent des familles de distributions de probabilité). Encore une fois, le

problème est d'arriver à justifier, au vu des informations disponibles, l'utilisation de distributions de probabilité uniques.

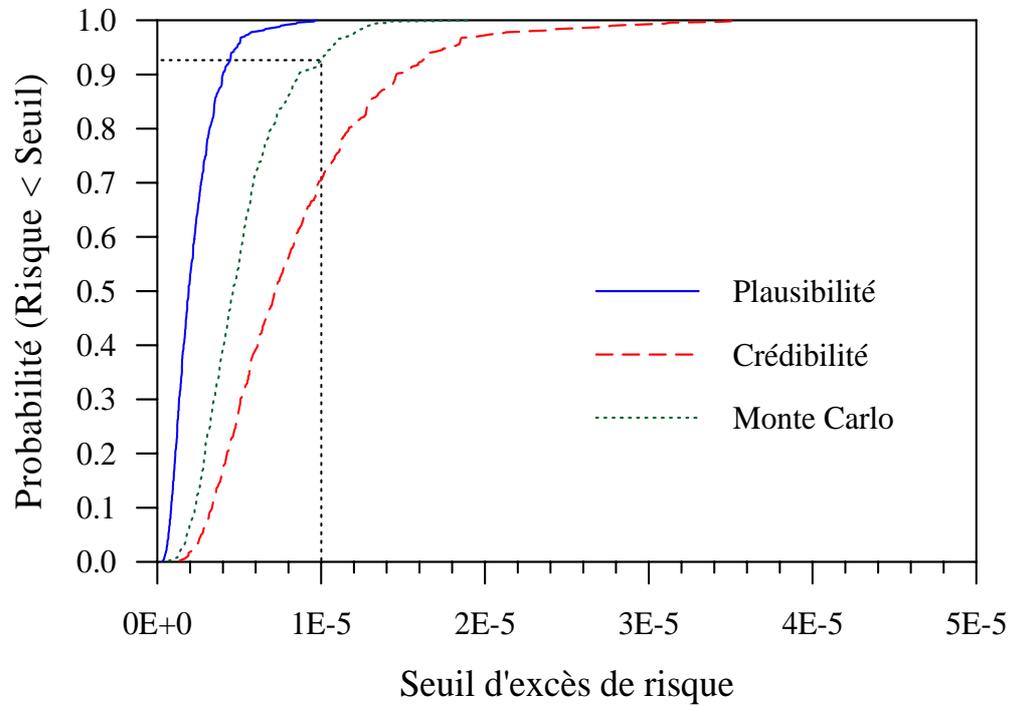


Figure 28 – Comparaison du calcul Monte Carlo classique avec celui en probabilités imprécises

4. Risques et perception sociale : synthèse bibliographique

4.1. INTRODUCTION

Un des objectifs du projet IREA est de mettre à disposition, sous une forme aussi accessible que possible, certains résultats de recherche en matière de traitement des incertitudes en évaluation des risques (cf. l'outil HyRisk ; <http://www.brgm.fr/hyrisk>)

Mais si les résultats de cette recherche peuvent présenter des attraits sur le plan scientifique et de la cohérence méthodologique, leur éventuelle application dans un contexte de communication sur les risques va être influencée par la perception du risque que peuvent avoir différentes parties prenantes. Cet aspect n'étant pas du tout couvert dans le cadre du travail de thèse, une étude bibliographique a été effectuée.

Cette section présente les résultats de cette étude bibliographique. La première partie, rédigée par le bureau Economie & Humanisme, aborde les différents acteurs de la problématique du risque (expert-décideur-profane) et les relations pouvant exister entre ces acteurs. Puis deux exemples, issus de l'expérience du BRGM sur les risques, sont présentés et discutés. Il s'agit de la perception des risques liés, d'une part, à un projet d'exploitation minière, et d'autre part à la gestion des déchets radioactifs à vie longue.

4.2. ACTEURS ET PERCEPTION SOCIALE DES RISQUES

4.2.1. Perception des risques et vulnérabilité

Le sociologue Daniel Boy (Boy, 1995) s'arrête sur les notions de perception des risques auprès de certaines tranches de la population (classes d'âges, niveaux d'étude et sexes) et de perception de l'utilité relative à de nouvelles technologies. Cette dernière notion permet de mieux renseigner l'étude sur la balance bénéfice/risque dans le cadre des négociations engagées par les usagers, pour leur propre compte (dimension personnelle) ou plus largement celui d'une population (dimension collective, locale ou éloignée). La perception du risque est tributaire du degré de vulnérabilité non seulement en termes d'exposition mais plutôt par manque de moyens, de ressources (capital social, économique plus faibles pour remédier à l'accident).

En outre, la perception du risque tient aux représentations que chacun se fait du contexte de sa propre expérience, des informations qu'il détient ou auxquelles il accède et qu'il a la capacité de traiter (lecture, compréhension, analyse, interprétation). La communication sur le risque repose souvent sur une approche qui omet de définir et de recadrer le contexte dans lequel s'inscrit la perception du risque. De nombreuses approches sortent le risque de son contexte et omettent les facteurs sociaux qui influencent la perception du risque par les individus, au point qu'une attitude de rejet, d'évitement en découlent (Belsten, 1996).

La distinction classique établie entre risque objectif (statistique) et risque subjectif (perçu) est critiquée par Fischhoff (1989), car il y a nécessairement une interprétation humaine et un jugement et donc une part de subjectivité. Le jugement devient inhérent à toute forme d'évaluation du risque. Waddel (1996) et Mirel (1994) basent leurs travaux sur la construction sociale du risque. A ce titre, Mirel définit la communication du risque en tant que dialogue experts/profanes basé sur les raisons des interrogations et des peurs de l'audience. Waddel (1996) ne limite pas l'exercice à l'individu comme unité d'analyse mais l'inscrit dans un champ de valeurs, d'émotions, de croyances en interaction permanente avec les parties engagées.

La théorie culturaliste de la perception des risques, soutenue par des anthropologues à l'instar de Douglas (1992), présente l'attitude humaine face aux dangers et aux risques comme très hétérogène et variable selon des biais culturels en nombre limité, attitudes et croyances partagées par un groupe, biais et styles de vie plus choisis que prédéterminés. En reliant le type d'interaction sociale (grid) et le groupe (group), Douglas (1992) dresse une typologie de quatre biais culturels que sont : les hiérarchistes (fort grid-faible group), les sectaire ou égalitaires (faible grid-fort group), les fatalistes (fort grid-faible group), les individualistes (faible grid-faible group). Les individualistes considèrent le risque et l'opportunité comme allant de pair ; les fatalistes ne prennent pas de risques en connaissance de cause mais acceptent ce qui leur est réservé ; les hiérarchistes sont prêts à accepter des risques, même élevés, tant que les décisions sont prises par des experts ou par des moyens approuvés socialement ; mais les égalitaires accentuent les risques des développements technologiques et de la croissance économique afin de défendre leur propre mode de vie et rejeter la faute sur les autres styles (voir aussi Thomson et al., 1990). Aussi, ce que la société appelle « risqué » est largement déterminé par les facteurs sociaux et culturels et non par la nature même de l'événement (Johnson et Covello, 1987).

4.2.2. Le rôle de l'expert dans la communication sur les risques.

L'expert tient une position décisive dans la maîtrise des informations relatives à des situations complexes. Il dispose de connaissances et de compétences spécifiques, liées à son domaine scientifique et technique, qu'il est tenu de faire connaître aux acteurs chargés de la prise de décision, que nous nommons décideurs. Dans ce rôle d'aide à la prise de décision, la question de l'origine des informations, de leur pertinence, de leur légitimité, de leur mode et conditions de production et de validation, enfin du degré d'adéquation aux besoins exprimés force l'expert à garantir la maîtrise

des informations détenues tout en accusant et explicitant les limites et degré d'incertitude.

Pour clarifier les termes et rétablir le sens des concepts dans le débat autour de l'expertise, Charlier (1997) précise les différences entre des termes employés en matière de production scientifique. Ainsi distingue-t-on : le *spécialiste*, producteur de données issus de résultats de calculs, de modélisation ou de mise en œuvre de méthodologie, préalablement validées par le temps et l'expérience ; le *chercheur*, à l'origine de thèses, résultats du développement d'une théorie nouvelle, non expérimentée, souvent non validée sur le terrain ; l'*expert* qui émet un avis, résultat d'une expérience personnelle et d'une intuition (son « modèle cognitif ») obtenu à partir de la connaissance objectivée du phénomène, du contexte et du niveau de sécurité recherché. Pour aller plus loin, le *modélisateur* est un concepteur de modèle, donc un chercheur, tandis que le *vulgarisateur* reste un chercheur ou un spécialiste reconnu comme « grand communicateur ». De son côté l'*expert*, ex-chercheur ou ex-spécialiste devenu « conseiller » des décideurs, aide, participe à la prise de décision et engage sa responsabilité et celle de son établissement.

4.2.3. La crédibilité des experts face à l'incertitude

Bourg et Schlegel (2000), font le constat d'un désaveu de l'autorité des experts. Une nouvelle sensibilité aux risques, les nouvelles orientations du progrès, les nouveaux risques environnementaux et le développement de l'individualisme contribuent à une perte de légitimité des autorités et des élites en matière de prévention et de protection de la société civile. L'incitation à l'accusation et la désignation de responsables sans nuance est une nouvelle forme d'expression de la mentalité de victime. L'absence de consensus social, jointe aux incertitudes et doutes pesant sur les conséquences des actions remettent en question la maîtrise de l'homme sur les phénomènes et sur le long terme (affaires du Distilbène, du sang contaminé, de l'ESB, de la couche d'ozone, des changements climatiques, etc.). Les auteurs, face à ce constat d'une autorité déniée et d'une méfiance généralisée, préconisent le recours à des procédures diversifiées de participation et non plus limitées aux procédures représentatives (une tendance forte des conférences de consensus est observée à l'échelle internationale). C'est dans ce contexte général que s'affirme la nécessité du recours au principe de précaution soulignent les auteurs.

La difficulté de l'expertise tient à des phénomènes dont aucun savoir complet et incontestable n'est réellement disponible et toujours en voie de constitution, traversant controverses et contradictions. "La contradiction n'enlève aucunement sa pertinence à l'expertise" poursuivent les auteurs. "C'est bien plutôt et avant tout le manque d'indépendance qui peut la rendre non pertinente : ainsi des analyses sur le changement climatique financées par des groupes pétroliers". C'est la dissimulation d'une appartenance qui disqualifie la pertinence ou la légitimité de l'expertise et non pas l'appartenance. Pour les auteurs, expertise et précaution se recouvrent du fait que "on ne peut invoquer la précaution que si l'on dispose de présomptions scientifiques". La crédibilité de l'expert tient à la part de réserve qu'il émet sur les phénomènes en

cours, se gardant des formulations et réponses affirmatives ("le changement climatique c'est ceci ou cela") et définitives, ouvrant ainsi la voie aux débats publics sur les enjeux et aux politiques sur les dispositions et décisions à prendre.

Estades et Rémy (2003) contestent une vision scientifique de l'expertise, ramenée à un organisme professionnel devant « rendre accessible aux responsables les connaissances scientifiques les plus actuelles sur l'origine ou l'ampleur des problèmes de santé et les moyens disponibles pour y répondre », et préfèrent la vision d'un spécialiste garant d'un bon équilibre entre évaluation et gestion des risques pour un bénéfice social profitant à tous. Pour ces auteurs, cette vision de l'interaction spécialiste/profane approfondit la coupure sur la base d'une opposition entre rationalité savante et irrationalité ignorante.

4.2.4. Experts et décideurs en situation de crise

Lagadec (1991) développe un chapitre complet portant spécifiquement sur l'expertise et les experts puis un chapitre sur les acteurs sociaux en grand nombre. L'auteur se propose de fournir des outils à l'attention des décideurs en situation de crise. Le décideur peut faire appel à divers courants d'expertise scientifique que Lagadec répertorie ainsi : domaine des risques technologiques ("majeurs" notamment, concept introduit par Lagadec en 1979), comportement des groupes et collectivités en situation post-catastrophique, communication en situation de crise, modélisation des processus de décision en situation de crise. L'objectif de l'ouvrage est de constituer une synthèse des approches théoriques et disciplinaires mobilisées autour de la question des risques et des situations limites afin d'en extraire des outils, des lignes de conduite pour la gestion de crise. L'ouvrage présente ainsi des entretiens rapportés par l'auteur avec des décideurs ayant connu des situations de crise, entretiens qui soulignent les "ornières et fausses sécurités" ouvertes par une série de difficultés tenant aux délais d'information, aux données inexistantes, aux situations inédites, aux avis contraires, à des extrapolations (d'une situation à une autre, d'une population à une autre, d'une condition d'exposition à une autre, d'une substance à une autre etc.), ou encore à des conflits individuels entre experts. La relation décideur/expert peut être ainsi sérieusement troublée en situation de crise par ces éléments relatifs aux domaines de connaissances et de compétences.

Mais l'interface est également rendue difficile par le contexte de l'échange : l'urgence de la situation, la taille des enjeux (santé publique), les rapports hiérarchiques, la visibilité médiatique. La culture même de l'expert, universitaire, le lieu d'exercice (l'isolement en laboratoire), la temporalité de l'exercice de recherche (le long terme, la projection), la culture du scepticisme (hypothèse, expérimentation, thèse) et la recherche de contre-hypothèses ou de preuves contraires ne sont pas compatibles avec les attentes du décideur : recherche de certitudes, réactivité des interlocuteurs, délais très courts pour la prise de dispositions, mobilisation collective de moyens pour la phase opérationnelle. Par ailleurs, les experts sollicités disposent de savoirs mono-disciplinaires, peu voire non perméables, de connaissances spécifiques que le décideur ne pourra que juxtaposer (produit par produit, institution par institution, milieu

par milieu), au détriment d'une vision globale. L'assimilation "expert" et "scientifique" devient préjudiciable au décideur : l'expert se définit étymologiquement en tant que celui "qui a éprouvé", qui a fait l'essai, appris par expérience et a donc été mis à l'épreuve des faits (*periculum*, "qui s'est sorti du danger"). Le scientifique n'est pas systématiquement l'homme de la situation (mais plutôt de la théorisation, de la simulation, de l'expérimentation). Deux dérives sont soulignées par l'auteur dans la répartition des responsabilités et des rôles peuvent survenir : le transfert de la décision par le décideur vers l'expert ou la prise de décision par l'expert. La reconnaissance mutuelle des rôles et des responsabilités par chacun préserve de ces deux dérives. L'expert se verra reconnaître des qualités dans la position d'indépendance, dans la recherche rigoureuse d'objectivité des informations à fournir, dans la connaissance de la problématique et des acteurs concernés, dans la franchise des déclarations. Le décideur sera reconnu pour une capacité d'intégration des informations disparates recueillies, de compréhension des enjeux et du contexte, du discernement des priorités, de simplification et de la prise de décision en situation complexe. Seules les situations de catastrophe (situations extrêmes) peuvent laisser place à une prise de parole décisionnelle par un expert (évacuation préventive), l'organisation et l'opérationnel revenant au décideur. L'absence d'experts en gestion de crise est soulignée par Lagadec comme criante et cette fonction ne saurait se réduire à la communication. Dans le chapitre sur la conduite de la crise, Lagadec revient sur les rapports décideur/experts en apportant des recommandations sur chaque point d'intervention des experts (du repérage des compétences à l'expression publique des experts).

4.3. PRINCIPES DE GESTION DES RISQUES

4.3.1. Le principe de responsabilité

Dans l'ouvrage majeur de Jonas (1998), l'auteur marque un tournant dans la pensée contemporaine. En effet, Jonas conçoit la responsabilité comme un principe de gestion a priori du risque. Les deux objectifs visés par ce philosophe allemand sont celui de veiller d'une part à ce que l'humanité continue d'exister dans l'avenir et d'autre part à sauvegarder la qualité proprement humaine de cette existence dans les siècles à venir. L'auteur du principe de responsabilité va jusqu'à s'interroger de la manière suivante sur l'émergence d'une technique nouvelle : avant de la mettre sur le marché, demandons-nous si elle ne pourrait pas déboucher dans un avenir à long voire très long terme sur une remise en cause de l'existence de l'espèce humaine, ou du moins sur une altération profonde de son existence. En réalité, l'homme ne peut le savoir. Il lui revient alors d'imaginer systématiquement les pires situations, les pires conséquences possibles. Si l'homme en vient à les imaginer, jusqu'à une disparition de l'humanité, il lui faut renoncer à cette technique, en dépit des bénéfices immédiats attendus. Jonas préconise ainsi l'abstention : ne pas pousser plus avant l'investigation, l'exploration et l'acquisition d'un savoir, lequel même complet ne le sera jamais assez pour éviter le pire. Sur un avenir hypothétique, sans recueil de données scientifiques, Jonas fonde une éthique de la responsabilité, un jugement éthique sur les activités entreprises par

l'homme. Même la probabilité la plus faible d'apparition d'un phénomène irréversible (trois chances sur un million que la bombe atomique supprime toute vie sur terre, comme l'avait calculé Edward Teller, promoteur du projet Manhattan) ne justifie pas la prise du risque à cette échelle. La politique de responsabilité s'adresse aux experts et en conséquence aux décideurs, sans chercher à passer par la consultation des citoyens. Bourg (2000) note à ce propos que la politique de précaution quant à elle, qui comprend un approfondissement des connaissances des phénomènes et donc mobilise les experts pour la production de savoirs, suppose une consultation des citoyens sur les enjeux collectifs.

4.3.2. Le principe de précaution

Principe ayant fait l'objet des débats les plus vifs, promu dans la Déclaration de Rio, et adopté par le code français de l'Environnement, le principe de précaution suppose « l'absence de certitudes, compte tenu des connaissances scientifiques et techniques du moment, et ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement à un coût économique acceptable ». Cet énoncé n'est pas exclusivement applicable aux questions d'environnement et déborde sur ceux de la santé publique, de la sécurité alimentaire, des risques naturels et industriels. Dans Bourg et Schlegel (2000), les auteurs affirment la nécessité du recours au principe de précaution dans le contexte actuel. En effet, face au constat d'un désaveu de l'autorité des experts, d'une nouvelle sensibilité aux risques, des nouvelles orientations du progrès, des nouveaux risques environnementaux et du développement de l'individualisme, tout concourt à une perte de légitimité des autorités et des élites en matière de prévention et de protection de la société civile. La critique de l'idéologie du progrès signifie une remise en cause d'une amélioration continue et suffisante de la condition humaine par le bien des sciences et des techniques.

Pour ces auteurs, le principe de précaution, rejoignant le principe de prudence, ne consiste pas en un simple refus des techniques et des sciences mais dans la production de nouvelles connaissances sur les conséquences dans la durée des effets produits. Le principe de précaution s'applique en situation d'incertitude générale sur les phénomènes globaux (processus globaux tels que climatiques, sanitaires) susceptibles d'être engendrés par des développements prodigieux des techniques et non sur des parts d'incertitude sur un fait particulier, circonstanciel, local, ponctuel, accidentel.

4.3.3. Diffusion scientifique, vulgarisation et communication

Pour ne pas se limiter à l'exposé des principes fondamentaux, un questionnement sur les limites de l'information et de la diffusion des informations mérite l'attention. En se reportant à l'ouvrage collectif issu du colloque "*Maîtrise des risques, Prévention et principe de précaution*" (Entretiens de l'INRS, 6 nov.2001, Institut Pasteur, Paris), il est

possible d'aborder différents points de vue sur les opportunités et limites relatives à la confrontation entre les experts et les profanes autour des enjeux scientifiques.

Un spécialiste en sciences de l'information et de la communication s'interroge sur la vulgarisation scientifique et la diffusion de ces informations auprès du grand public. L'auteur parle de "la colonisation scientifique de l'ignorance profane", qui voit le profane s'enquérir de connaissances générales sans maîtriser le langage spécialisé de la science. Cette approche du profane accentue la dépendance du public par rapport à l'expertise. L'intervention du profane, renvoyé à son ignorance, présente l'intérêt de "recontextualiser" les données des sciences recueillies dans des espaces confinés et fermés (le laboratoire). Cette démarche d'ouverture réciproque entre experts et profanes permet de libérer la science du risque de se transformer en idéologie scientiste. La controverse entretenue entre la confrontation des savoirs et des ignorances diverses devient un instrument de maîtrise des ignorances et d'articulation du savoir avec un contexte de vie partagé. La vulgarisation peut être un service rendu aux scientifiques eux-mêmes : le spécialiste de la vulgarisation de la physique des particules aimait à dire "je vulgarise pour mieux comprendre ce que je fais". L'écart entre communauté scientifique (experts, savants, sachants) et le grand public tend à s'agrandir en même temps qu'une demande forte de mise en débat surgit. Boy explique que deux phénomènes se conjuguent, suite aux crises sanitaires et socio-économiques traversées (sang contaminé, Tchernobyl) : une suspicion qui se généralise envers les sciences et la communauté scientifique et qui implique de la participation (sous forme de conférence de consensus par exemple) et une recherche (un rétablissement) de la confiance qui implique de la délégation (des savoirs et des responsabilités).

Pour un journaliste, Eric Giacometti (Le Parisien), la confiance dans les médias ne peut être légitimée car le grand public ne s'en tient qu'à un seul canal de diffusion d'information. De même l'auteur dénonce la vision monolithique de la communauté scientifique et les milieux professionnels (un seul canal, une seule source d'informations). L'esprit critique, le scepticisme, conduisant au pragmatisme sont les garde-fous inhérents à toute démarche intellectuelle rationnelle, du côté de l'apprenant et du côté du sachant.

La confrontation experts/experts constitue un cas d'étude significatif dans l'analyse de deux approches scientifiques dans des champs d'expérimentation tels que la transgénèse (sur le colza, et donc liés aux OGM) ou sur la radioactivité. L'existence fréquente de "deux cultures épistémiques" distinctes par leur choix conceptuel (la patrimoine génétique, la molécule, la particule, l'atome, la population des vivants), les échelles d'appréhension, les hypothèses et théories, les outils et les pratiques (modélisation, statistiques, expériences) et l'organisation sociale peut aboutir à des échanges fructueux. Les controverses publiques bousculent l'hégémonie d'une discipline (la biologie moléculaire ou la physique nucléaire) pour ouvrir l'expertise à d'autres approches (écologie, biologie des populations par exemple.)

Dans la confrontation expert/décideur, Lagadec (1991) explique que le décideur peut faire appel à divers courants d'expertise scientifique, parmi lesquels celui des risques technologiques. La relation décideur/expert peut être sérieusement troublée en

situation de crise par ces éléments relatifs aux domaines de connaissances et de compétences. L'interface est rendue aussi difficile par le contexte de l'échange : l'urgence de la situation, la taille des enjeux (santé publique), les rapports hiérarchiques, la visibilité médiatique. La culture même de l'expert, universitaire, le lieu d'exercice (l'isolement en laboratoire), la temporalité de l'exercice de recherche (le long terme, la projection), la culture du scepticisme (hypothèse, expérimentation, thèse) et la recherche de contre-hypothèses ou de preuves contraires ne sont pas compatibles avec les attentes du décideur : recherche de certitudes, réactivité des interlocuteurs, délais très courts pour la prise de dispositions, mobilisation collective de moyens pour la phase opérationnelle. Par ailleurs, les experts sollicités disposent de savoirs mono-disciplinaires, peu voire non perméables, de connaissances spécifiques que le décideur ne pourra que juxtaposer (produit par produit, institution par institution, milieu par milieu), au détriment d'une vision globale.

4.3.4. Le principe de la concertation et de la participation citoyenne.

La problématique soulevée ci-dessus, celle de la transparence dans la diffusion, l'accès aux informations, nous permet de retrouver indirectement le questionnement lié à la concertation citoyenne et la participation des profanes. Dans quelle mesure est-il possible et légitime d'ouvrir le débat avec les citoyens non experts, non spécialistes ? Comme il a été souligné plus haut, pour Bourg et Schlegel (2000), la crédibilité de l'expert tient plus à la part de réserve qu'il émet sur les phénomènes en cours. Il doit se garder des formulations et réponses affirmatives ("le changement climatique c'est ceci ou cela") et définitives qui mettent un terme à toute tentative de débat citoyen. Dans le contexte général de suspicion à l'égard et des experts et des décideurs, où la complexité des phénomènes, leur appréhension partielle (dans le temps, dans l'espace), les échelles d'appréhension (effets globaux), côtoient les limites techniques d'analyse et de prévision, une sollicitation de plus en plus forte se fait jour, une demande sociale émerge en matière de concertation.

Les formes traditionnelles de diffusion des informations, canalisées et centralisées par des acteurs qualifiés sont désormais remises en cause par les usages nouveaux de canaux de diffusion et d'accès aux informations (le multimédia). Ensuite, la société civile émet de plus en plus de réserves sur la valeur et la validité des sources d'informations et sur l'objectivité souveraine qui prévaut classiquement dans les sciences.

Sur des problématiques d'intérêt général et relevant d'enjeux globaux, un mode de concertation des citoyens et donc de consultation des profanes a pu être expérimenté, principalement au Danemark, pour mettre en jeu l'exercice démocratique dans le processus de décision de choix de société. A ce titre, les conférences de consensus sont citées par Bourg et Schlegel comme plateformes de démocraties participatives réunissant des citoyens non spécialistes, ne représentant pas des intérêts déjà constitués ou liés à des groupes d'influences et de lobbies.

En France, une conférence de ce type expérimentée en 1998 par l'Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques s'est tenue pour amener les citoyens à se prononcer sur l'introduction d'OGM dans l'agriculture et l'alimentation. Recrutés par un institut de sondage en vertu de leur représentativité sociale, les citoyens ont été formés (cours, séminaires, conférences), confrontés à des experts soutenant sur le même sujet des discours contradictoires. Les citoyens eurent à produire une série de recommandations, leur avis restant consultatif et la prise en compte ou non revenant aux élus politiquement responsables. Ces conférences servent à éclairer les décisions non à les prendre, rendant inopérante la partition traditionnelle politique droite/gauche et portant sur des enjeux de société (avenir énergétique, réchauffement climatique, assistance médicale à la procréation...) et donc d'intérêt général. Un autre exemple de consultation citoyenne est le FSC (Forum on Stakeholder Confidence) qui concerne la gestion des déchets radioactifs à vie longue est qui sera évoqué dans le chapitre 4.5.3.c).

Sous une autre forme, celle dite des controverses publiques, les auteurs de « Agir en situation d'incertitude » (Callon et al., 2001) définissent ces séances publiques exposant les experts, décideurs aux attentes et expressions des profanes ou représentants de la société civile, comme des irruptions des profanes ("chercheurs de plein air") et des expressions non seulement de contestation/défi des institutions mais aussi de moteur d'enrichissement et de modernisation de la démocratie.

4.3.5. Les profanes comme co-acteurs et co-auteurs de la recherche scientifique.

Une conférence tenue par Lascoumes et Rabeharisoa (2002) permet d'explorer une relation singulière entre experts et profanes dans l'élaboration de la prise de décisions. A partir du domaine de la santé, la contribution des profanes, voire des victimes, trouve une justification à la fois scientifique et politique. Cette contribution va jusqu'à l'implication des profanes dans la production de connaissances et dans l'élaboration de décisions relatives à leur situation. On songe, bien entendu, au rôle crucial qu'ont joué, et continuent de jouer, les associations de lutte contre le sida dans la mise en place de nouveaux protocoles thérapeutiques ou encore aux associations de malades atteints de maladies génétiques rares dans le développement de la recherche sur leurs problèmes. Ces cas, relativement récents, s'inscrivent dans une histoire au long cours qui a progressivement façonné la prise de conscience, aussi bien par les malades et les personnes souffrant d'une condition handicapante ou stigmatisante, que par les professionnels, de l'importance de l'expérience des personnes dans la compréhension et dans la recherche de solutions à leurs problèmes. Mais dans quelles conditions les experts et les profanes en viennent-ils à être de véritables partenaires ? Quels changements cela entraîne-t-il dans les rapports entre les autorités politiques et les simples citoyens ?

Pour lancer le débat sur ces questions, les auteurs s'appuient sur trois exemples issus de l'histoire du domaine de la santé. Le premier exemple est celui d'une étude scientifique sur l'homosexualité menée à New York dans les années 1930, première de son genre à associer des chercheurs de disciplines différentes et surtout à mobiliser des homosexuels hommes et femmes qui ont souhaité participer à l'étude. Ces

difficultés ne constituent pas un défi pour les seuls professionnels. Les personnes concernées sont elles aussi saisies par la même préoccupation dès lors qu'elles cherchent à rendre leurs expériences perceptibles et discutables. Certaines personnes se sont regroupées pour trouver ensemble les moyens de formaliser et capitaliser leurs expériences. C'est le cas des alcooliques anonymes, qui voient le jour aux Etats-Unis dans les années 1930. Leur désormais célèbre *12-step- 12-tradition*, conçu à l'origine comme un ensemble de règles de fonctionnement des groupes de parole, est devenu le premier modèle d'organisation mis au point par les profanes pour exprimer et mutualiser leurs expériences et en faire le point de départ de toute action thérapeutique. Les alcooliques anonymes ouvrent ainsi la voie à un long processus de révision des rapports entre les experts et les profanes, processus émaillé de nombreuses tensions et parfois de fortes oppositions. Le troisième exemple développé peut être considéré comme l'un des aboutissements actuels de ce processus. Il s'agit de l'intervention active d'associations de malades atteints de maladies génétiques rares, qui ont inventé des procédures leur permettant de formuler des questions de recherche à partir de leurs propres expériences, de participer à la production de connaissances sur leurs pathologies, de prendre des décisions concernant la mobilisation collective contre leurs maladies. Véritables experts d'expériences et décideurs, ils collaborent pleinement avec les autorités professionnelles et politiques. De ces trois exemples, quelques pistes de réflexion sont ouvertes sur les transformations actuelles des compétences et des prérogatives des experts et des profanes.

A partir de l'étude de deux situations d'expertise, celle relevant du Comité Interministériel sur les Encéphalopathies Subaiguës Spongiformes Transmissibles (CIESST) et celle du Groupe de Radioécologie du Nord Contentin (GRNC), Estades et Rémy (2003) observent deux figures contrastées de production de connaissances aboutissant à deux formes différentes de « démocratie technique ». A partir des indicateurs retenus par Callon et al. (1998), les auteurs répartissent le modèle démocratique technique en deux catégories : celui d'une instruction publique où les experts renvoient les profanes à la subjectivité et à l'irrationnel (science contre opinion, connaissance contre ignorance) et convergence entre rationalité scientifique et rationalité politique (les avis des experts sont suivis par les décideurs), le prion demeurant une énigme scientifique ; celui d'une co-production des savoirs dans le domaine des faibles doses de rayonnement nucléaire, où une complémentarité des acteurs est admise, les profanes sollicités pour les savoirs singuliers et locaux, les collectifs représentatifs reconnus comme légitimes et conviés pour agir au nom du bien commun. L'incomplétude de la science dans le domaine des rayonnements à faible dose est admise et constitue un levier de participation des acteurs en tant que public directement concerné et impliqué dans le suivi sanitaire. Ces deux formes de démocraties techniques illustrent bien les formes d'interactions entre experts, décideurs et profanes dans le cadre d'une mise en visibilité de l'incertitude produite par des phénomènes à risques.

4.4. PERCEPTION DU RISQUE : EXEMPLE DU CONTEXTE MINIER

4.4.1. Introduction

Dans le cadre du développement de nouveaux projets industriels et de leur insertion sociale il est intéressant de considérer plus particulièrement le domaine minier qui en général comprend une carrière associée à une usine de traitement et un stockage de résidus de traitement derrière une digue. En effet, la survie de ce secteur est liée étroitement à sa capacité à gérer non seulement les problèmes environnementaux mais également sociaux dans le cadre du développement durable et de la gestion des risques inhérents à cette activité (produits chimiques toxiques, stabilité de digue, etc.).

Si l'évaluation environnementale a maintenant près de trente ans d'existence, il n'en est pas de même pour l'évaluation sociale qui s'est mise progressivement en place dans le domaine minier dans les années 90 (développement du concept de développement durable, procédures mises en place par les bailleurs de fonds, mouvements environnementaux internationaux, échange de l'information au niveau mondial, etc.). L'obligation de consulter et d'informer les populations s'est développée depuis un certain nombre d'années tant au niveau national, qu'international et en particulier en raison de l'influence des bailleurs de fonds.

De plus les différents accidents concernant des ruptures de digues à stériles ou des contaminations par du cyanure ou du mercure ont contribué à l'image négative de cette industrie considérée non seulement comme destructrice d'environnement mais aussi à risque. L'opposition progressive du public et des ONG dans les cinq continents à tout nouveau projet minier a bien entendu contribué à cette prise en compte des aspects sociaux par les compagnies minières. Cette prise de conscience des besoins et attentes des populations s'est traduite par la prise en considération des risques globaux pour la santé de l'homme et pour l'environnement. L'évaluation des risques et leur communication sont devenus les clefs de toutes relations avec le public qui a désormais le pouvoir d'exprimer son avis par rapport aux activités d'un projet industriel (et sur les risques associés).

La démonstration de la minimisation et de la gestion des risques durant la vie du projet a dû progressivement s'appuyer non seulement sur des chiffres mais aussi tenir compte des caractéristiques socioculturelles des populations concernées. Les échecs du fait d'une communication du risque inadéquate, et/ou du processus de participation du public déficient dans son ensemble, ont été nombreux et la nécessité de mettre en œuvre des principes fondamentaux dans ce domaine est rapidement apparue (confiance, notion de participation différente de celle de communication, etc.)

Une autre évolution a concerné la gestion des risques qui maintenant ne concerne plus uniquement les risques dits « réels » mais prend en compte les risques dits « perçus » tels qu'identifiés par la communauté. L'évaluation des risques, basée à l'origine uniquement sur des bases scientifiques, s'est par la suite modifiée dans sa forme et sa communication grâce à la contribution dans les équipes de projet de non scientifiques,

tels que des anthropologues et sociologues, qui ont pris la juste mesure de la perception du risque dans le processus d'acceptation et d'autorisation de mise en œuvre d'un projet industriel minier.

Enfin la communication sur les risques n'est plus seulement une information du public concernant différents niveaux de risque mais partie intégrante du système de management environnemental de tout site industriel.

La perception (et l'acceptabilité) du risque dépend de nombreux facteurs décrits dans les publications citées dans le chapitre précédent. Parmi ces facteurs nous discuterons ceux qui se sont révélés être les plus cruciaux dans le contexte du développement minier en Europe et dans le monde.

Un certain nombre de facteurs entraîne, du fait de l'inquiétude générée vis à vis du risque, une réaction émotionnelle (perception) sans relation univoque avec le risque calculé. La plupart de ces facteurs sont communs à toute problématique de perception du risque, certains cependant prennent une résonance particulière du fait du contexte industriel minier.

4.4.2. Risque volontaire et involontaire

Cette différence de perception du risque dans les deux cas est bien connue et trouve son illustration ici avec l'exemple du cyanure. Ce produit toxique est utilisé dans le traitement du minerai d'or, et lors de la communication du risque lié au cyanure il est courant de comparer les concentrations rejetées dans l'atmosphère par l'usine de traitement, ou la volatilisation à partir des lagunes, avec par exemple les concentrations de cyanure présentes dans la fumée de cigarette ou les amandes, etc. Cette comparaison intéressante a priori, et édifiante, est généralement inutile et sans résultats, lors des échanges d'information avec les populations concernés par le projet. La perception négative du cyanure est liée au caractère volontaire de la prise de risque dans le cas de la cigarette et involontaire, dans le cas du cyanure.

L'information du public concernant les risques d'un projet est généralement quantifiée à l'aide de chiffres. Il est donc courant, afin d'illustrer ces chiffres, d'utiliser des comparaisons de la vie courante (risque d'accidents de circulation par exemple), cette approche se révèle généralement inefficace car dans ce cas la notion de fatalité prend le pas sur celle du risque auquel se joint la différence de perception d'un risque connu et d'un risque inconnu.

Ce type d'association pose donc la question de l'utilisation de comparaison en termes de risques et de mortalité, car au delà du caractère volontaire ou involontaire de la prise de risque il est nécessaire de considérer la comparabilité et l'équivalence des risques. La complexité et l'interaction des différents facteurs ne facilite pas la communication et surtout l'illustration concrète du risque induit par le nouveau projet.

4.4.3. L'association coût- bénéfice

Cette association est intéressante dans la présentation d'un projet dont le développement est conditionné par son acceptabilité par la communauté et donc par l'acceptabilité des risques. Les risques inhérents à toute activité industrielle (il n'y a pas de technologie idéale) font partie des coûts potentiels et doivent donc être mis en balance avec les bénéfices (impact sur l'économie, etc.). Si les risques perçus sont considérés comme supérieurs aux avantages perçus, le projet aura logiquement des difficultés à être accepté.

Une étude coût -bénéfice peut permettre de faire un bilan et de justifier des choix. Il se pose alors la question suivante : comment intégrer dans un même cadre des informations non valorisables (cadre de vie, etc.) et des éléments facilement quantifiables (nombre d'emplois, etc.). Il existe au niveau de ces études des incertitudes sur la réalité des bénéfices qui peut accroître l'image négative du projet et donc la perception des risques associés. Parmi les paramètres clefs il faut citer l'équité de la redistribution des avantages (par exemple royalties d'une exploitation minière) entre l'administration centrale et les communautés locales ou l'équité de l'exposition aux risques induits par le projet et de l'affectation des bénéfices.

4.4.4. Incertitudes

Lors de la réalisation des études préalables au développement de tout nouveau projet, l'étude d'impact sur l'environnement, qui permet d'apprécier les conséquences du projet sur l'environnement, fait l'objet d'une enquête publique pour informer le public mais aussi recueillir ses appréciations, suggestions et contre-propositions avec possibilité d'organisation de débat public. Depuis 1993 en France, l'étude d'impact doit inclure une analyse des méthodes utilisées pour évaluer les effets du projet sur l'environnement et les difficultés éventuelles de nature technique et scientifique rencontrées pour établir cette évaluation. Cette procédure est donc un des éléments d'échange d'information qui jouera un rôle dans la perception du risque, et de ses incertitudes, par le public. En effet cet aspect de la communication et de la perception du risque concerne la reconnaissance et l'explication des différents types incertitudes inhérentes à toute évaluation de risque.

Les évaluations des risques concernant des sujets complexes se fondent généralement sur des probabilités et non sur des certitudes qualitatif/ quantitatif. Quand des différences significatives d'appréciation des risques apparaissent il est tentant de réagir, en particulier pour des scientifiques ou des techniciens, en produisant plus de données factuelles et quantitatives incluant des analyses de probabilité. Mais si cette approche technique permet de clarifier certains points susceptibles à l'origine d'incompréhensions elle ne peut remettre en cause la perception globale du risque qui est plus complexe.

Les réunions publiques organisées lors de la présentation de nouveaux projet montrent que le public ne pense pas en terme de probabilités ; la réaction naturelle à l'exposition à un risque est de se poser la question : « suis je en sécurité ? ». Par ailleurs, il est

difficile de donner une signification concrète à de très petits chiffres ou très grands chiffres. La comparaison des risques, déjà abordée précédemment, est une possibilité pour résoudre ce problème mais c'est un outil à double tranchant qui peut ajouter à la confusion de la perception du risque par une mauvaise interprétation liée à d'autres facteurs (risques volontaires ou non, etc.).

Un autre facteur qui crée une confusion dans la communication du risque est le conflit d'experts appelés à cautionner les avis du promoteur du projet et les dires des opposants sur des sujets relatifs à la toxicité d'un produit, l'évaluation du risque, etc. De plus il arrive que les différentes incertitudes liées à l'identification des dangers, exposition aux risques, etc., soient mises à profit par différents intervenants pour rassurer ou inquiéter le public, ceci étant fait en fonction d'objectifs variés liés à des intérêts individuels ou communautaires.

4.4.5. Perception et proximité

a) *Proximité technologique*

L'incertitude liée à l'utilisation d'une technique innovante par rapport à des techniques ayant été appliquées largement dans des contextes industriels similaires contribue à renforcer le sentiment de rejet par crainte de l'inconnu. Le public, et la communauté à risque en particulier, pouvant considérer a priori que ces nouvelles techniques sont utilisées pour engranger des bénéfices supplémentaires pour les directeurs et investisseurs (loin de la communauté concernée) et ne dégageront pas de bénéfices économiques et sociaux pour cette communauté.

b) *Proximité géographique et proximité culturelle*

La proximité géographique de la société en charge du projet et la proximité culturelle de l'équipe de projet sont des facteurs influant la perception du risque. L'éloignement du siège de la société ou de la multinationale minière aux ramifications tentaculaires dans le monde et qui va extraire une richesse locale joue un rôle également dans la perception du risque (la réaction de la communauté étant de dire : ils sont loin et ne seront pas touchés en cas d'accident sur le site). Ce facteur est capital dans le domaine minier du fait de l'extraction d'une richesse du sol qui est le plus souvent transporté, raffiné et vendu ailleurs d'où le sentiment de « vol » ou de dépossession d'un patrimoine collectif. Ceci a pour conséquence de renforcer les sentiments négatifs qui sont d'autant plus forts que les commanditaires du projet sont éloignés géographiquement et culturellement.

c) *Proximité temporelle*

Un autre paramètre, dans le cas d'un projet industriel, concerne la durée du projet et la durée de l'exposition aux risques. Un projet minier a une durée de vie moyenne de

l'ordre de la dizaine d'années, les risques liés à l'exploitation et au traitement du minerai seront évidemment présents durant la même période, mais les risques liés aux dépôts de résidus miniers réhabilités seront permanents et concerneront de ce fait les générations futures. Dans le cas d'une exploitation minière, les digues à stériles seront ad vitam æternam sur le site, après la fin de l'exploitation et le départ de l'équipe de projet associée, et la communauté aura à vivre avec à proximité un risque permanent de nuisances. Cet impact potentiel à long terme contribue à accroître le sentiment d'inquiétude et la perception négative du projet proposé.

De manière plus générale, la perception d'une communauté inquiète est que s'il existe une possibilité que des problèmes apparaissent (par exemple la rupture de digues), alors des problèmes apparaîtront à un moment ou un autre dans le futur.

4.4.6. Crédibilité du communicant, qualité de la communication

a) *Confiance*

Cette crédibilité a un rôle important dans la façon dont le public perçoit le message fourni par l'équipe de projet et le sentiment de confiance dans ce message. En effet, le gain de confiance nécessaire à l'acceptation du message du promoteur du projet et par voie de conséquence de l'acceptabilité des risques repose en partie sur la qualité des représentants de la société minière (compétence, empathie, écoute, respect des engagements, etc.).

Dans un passé récent un scientifique était souvent en charge de la communication, notamment concernant les problèmes de santé du fait de la respectabilité et la confiance que peut inspirer la connaissance (le message étant « faites moi confiance, nous sommes les sachants »). Cette conception de l'environnement considéré comme un assemblage de techniques et la conviction que tous les problèmes peuvent être résolus par la science est maintenant en voie de disparition. Ce type de message avait en général un effet opposé car il signifiait au public qu'il n'avait aucun contrôle sur le développement projeté et ses options, et donc générait des inquiétudes supplémentaires. De plus il ignorait une des bases de l'acceptabilité du risque qui repose sur la possibilité d'un choix. La présence d'anthropologues et de sociologues dans les équipes de projet a permis d'adapter le message aux réalités socioculturelles des populations concernées.

Dans ce type de projet les a priori des communautés sont généralement négatifs et la confiance doit se gagner, la compétence et l'expertise ne suffisent pas. En effet, deux dimensions importantes caractérisent la communication sur les risques : la dimension technique (et objective) qui relève du domaine des experts et la dimension sociale qui relève plus de la perception qui est le résultat d'un mélange de plusieurs paramètres objectifs et subjectifs.

La qualité de l'information fournie (choix des mots, etc) est non négligeable dans la perception des risques car en cas d'échec l'exercice conduit à une amplification psychologique des risques induits par le futur projet minier.

b) Image du secteur d'activité et de l'entreprise

En ce qui concerne la réalisation d'une nouvelle usine la perception du public est influencé par le passé de l'entreprise ou/et du secteur d'activité. Deux risques important dans le domaine minier sont liés d'une part à l'usage de produits chimiques toxiques et d'autre part au risque de rupture de digues avec déversement de produits contaminés dans le milieu naturel. Des accidents se sont produit ces dernières années dans différents pays entraînant une couverture médiatique importante (en partie grâce à Internet) ; par la suite la tâche des communicants, à l'occasion de nouveaux projets miniers, a été rendue plus difficile. Il a fallu convaincre (et regagner la confiance perdue) le public que les techniques employées étaient plus sûres, que cela fonctionnait sans problèmes ailleurs, etc.

Une dimension, souvent mésestimée, de la perception du risque est l'existence de l'erreur humaine. En effet l'acceptation du public pour une technique ne signifie pas une confiance dans l'équipe qui gèrera le site industriel (accidents) et assurera le suivi des paramètres environnementaux (transparence et qualité). De plus l'expérience montre que la mise en avant de systèmes normatifs de qualité ou de management environnemental n'amenuise pas significativement la perception négative du projet et des risques associés et il apparaît que la confiance dans le chef de projet est primordiale.

En plus de l'image de l'entreprise il y a donc l'image du produit, du risque, de la technique. Le cyanure est là aussi un « bon » exemple de cette image négative en particulier liée à son usage lors de la deuxième guerre mondiale dans les chambres à gaz, application de la peine de mort aux Etats Unis et utilisation comme pesticide. Les mots nucléaire et cancer possèdent également une charge émotionnelle qui inconsciemment joue un rôle dans la perception du risque.

Il est à noter que la non acceptabilité d'un risque, par exemple celui lié à l'utilisation du cyanure n'a été dans plusieurs cas que le point de fixation d'un refus global d'un projet. Ce type de risque bien identifié peut masquer et gêner l'échange d'informations entre l'équipe de projet et la communauté car il est « l'arbre qui cache la forêt », l'opposition étant en fait liés à des facteurs socioculturels plus complexes qui n'avaient pas été identifiés lors des études préliminaires.

4.4.7. Organisation de la communication du risque

La perception du risque dépend de facteurs liés à l'organisation de la communication du risque :

- à quels moments du déroulement du projet doit elle être initiée ?

- quelles seront les étapes clefs conditionnées par la réalisation des différentes études ?
- quelle stratégie de réponse au développement de malentendus ?
- avec qui ?
- comment ? etc.

Des erreurs dans un ou plusieurs domaines contribuent à diminuer durablement la crédibilité de l'information délivrée, à augmenter les craintes et l'anxiété vis à vis de phénomènes objectifs ou subjectifs et donc à rendre plus difficile la confiance qui doit s'établir entre l'équipe de projet et la communauté.

La transparence qui est recommandée doit conduire à une présentation équilibrée des scénarios, la présentation seule du scénario le plus pessimiste n'est pas le plus recommandé car s'il est aisé de susciter la crainte, il est beaucoup plus difficile de redonner confiance. En effet, même dans le cas d'une probabilité d'occurrence d'accident extrêmement faible, la communauté veut savoir les conséquences dans le cas du scénario le plus pessimiste (nombre de morts, qui seront les victimes, etc.)

La présentation de l'information liée à ces différents scénarios a une influence sur la perception du projet. L'utilisation appropriée au contexte socioculturel des outils de communication et de participation (brochures, radio, télévision, bureau de communication, etc.) joue un rôle important dans le climat de confiance nécessaire à une perception des risques plus « sereine », car en cas de mauvais choix ou d'erreur de stratégie la crainte et les oppositions du public sont accrus.

Certains projets industriels miniers (en particulier ceux localisés dans des pays autres que le pays d'origine de la société minière) ont négligé la prise en considération des facteurs socioculturels locaux (dans la perception du projet et des risques associés) dès les premières phases de ces projets. Cette attitude a compromis et retardé de plusieurs années le développement des projets et ce malgré la fourniture de preuves techniques d'absence de risques objectifs présentés par la suite pour certains d'entre eux. Les informations fournies par les compagnies étaient jugées, a priori, irrecevables et seule une longue période permettant un regain de confiance a permis de nouer ou renouer un dialogue et de redémarrer la mise en œuvre des projets.

La participation qui diffère de l'exercice simple de relations publiques et de ses manipulations éventuelles est clef dans la résolution des conflits qui se sont souvent produits à l'occasion de développement de nouveaux projets ; il est intéressant de noter à nouveau que l'amplification des risques est souvent un moyen ou prétexte pour s'opposer au projet, qui en fait peut être remis en cause pour des motifs plus fondamentaux qui ne peuvent être identifiés par des investigations réalisées très en amont du développement du projet.

Enfin, la perception du risque peut varier avec le temps, un projet industriel minier va mettre plusieurs années à se développer entre les premiers travaux d'exploration et le démarrage de l'usine et de la carrière associée. Cette variation, qui va compliquer considérablement le bon déroulement des différentes phases du projet, peut être mise en relation avec des paramètres internes au projet (changement d'équipe de

management, erreurs ou faiblesses à un instant donné dans la stratégie de participation, etc.), ou des paramètres externes d'ordre politique ou institutionnel.

La communication et la perception du risque industriel possède également une dimension institutionnelle qui est relative à la confiance du public dans les institutions en charge des autorisations d'exploiter et du suivi environnemental des activités industrielles (compétences, moyens humains, etc.). De plus il peut exister un sentiment de méfiance envers les avis ou messages émis par les politiciens et les gouvernements locaux qui sont, le plus souvent pour des raisons économiques, parties prenantes dans le processus de décision.

4.4.8. Médias

La perception du risque par la communauté est liée aussi au degré d'intérêt du sujet pour les médias. Les informations originelles peuvent être l'objet d'amplification ou de déformation inévitables car liés à une simplification des messages (volontaires ou involontaires) qui de ce fait peuvent devenir caricaturaux.

En cas de conflit sur le bien fondé du développement du projet, il va se développer une bipolarisation de l'information entre l'équipe projet et les opposants et non plus un échange d'information. Les médias peuvent répercuter les échanges entre les parties (assimilables à une partie de ping-pong) en communiquant l'information disponible mais souvent pourront l'amplifier, comme on l'a observé à l'occasion de plusieurs projets, les aspects risques permettant ainsi de dramatiser la situation. Cet enchaînement pervers va rendre par la suite une réelle participation du public très difficile.

L'impact des media est également potentiellement fort dans le cas (fréquent) de campagne de dénigrement d'un projet. La tentation est grande pour les médias d'utiliser des arguments qui généralement font partie du domaine émotif et « à sensation », pour dramatiser les risques liés au projet et qui appartiennent donc à un registre de communication totalement différent comparés aux arguments classiques présentés par les « experts ».

Enfin la globalisation de l'information a entraîné un échange et une mise à disposition d'une quantité phénoménale d'informations. La qualité des informations sur Internet est très variable et souvent ces données sont considérées par le public comme factuelles et objectives même quand les sources ne sont pas connues. Ainsi des messages contradictoires venant de sources variées ne facilite pas la clarification du message et augmente la crainte du public.

4.4.9. Conclusions

L'expérience liée au développement de nouveaux projets industriels miniers montrent la complexité et l'interaction de paramètres appartenant à des domaines très variés. La perception du risque est influencée par de nombreux facteurs, celle des développeurs du projet étant forcément différente de celle du public.

Le degré de compréhension du danger et des risques par le public dépend beaucoup de la façon dont on a communiqué à son propos et la confiance dans l'équipe de projet. Un échec dans cette démarche se traduisant par une augmentation des sentiments d'angoisse et de crainte développés par les risques liés au projet et donc à son rejet.

La multiplicité des sources d'information et les enjeux sous-jacents partisans (politique, financiers, etc.) ont logiquement compliqué la perception du risque par le public et la décision d'acceptabilité finale du projet peut être biaisée par ces différentes influences. Ainsi la manipulation consciente ou inconsciente de l'information a pour résultat une augmentation ou une baisse de la perception négative des risques. Quand l'acceptabilité du risque est réduite (perception négative), l'expérience montre qu'il est très difficile de modifier cette perception et que dans tous les cas cela prend beaucoup de temps (et donc à un coût significatif dans le cas des projets miniers dont la faisabilité est liée en partie au cours des matières premières sur le marché qui évoluent dans le temps).

Parmi les leçons tirées par les compagnies minières de leur expérience dans la communication sur le risque, citons la mise en place d'équipe de projet incluant des sociologues et des anthropologues et la nécessité de comprendre le contexte socioculturel des communautés dès les premières étapes du projet afin de pouvoir gérer la participation mais aussi d'anticiper les conflits et avoir une stratégie de réaction quand les problèmes surgissent.

4.5. PERCEPTION DU RISQUE : L'EXPERIENCE DU NUCLEAIRE

4.5.1. Rappel du cadre réglementaire français

Suite notamment à l'accident de l'usine AZF en Septembre 2001, la prise en compte du risque technologique a reçu en France une attention renouvelée. C'est en particulier le sens de la promulgation, le 30 Juillet 2003, de la loi N° 2003-699 relative à la prévention des risques technologiques et naturels, et à la réparation des dommages. Concernant les risques technologiques, liés essentiellement aux installations industrielles dites "Seveso seuil haut", les dispositions suivantes y sont inscrites :

- Information du public sur les risques : mise en place d'un **CLIC** (Comité Local d'Information et de Concertation) par bassin industriel ;

- Définition de l'étude de dangers pour les installations à risque (nota : l'évaluation d'une **probabilité d'occurrence** d'accident est explicitement mentionnée comme nécessaire dans le contenu de cette étude) ;
- Elaboration de Plans de Prévention des Risques Technologiques ;
- Attention particulière portée au transport de matières dangereuses ;
- Importance confirmée de la sécurité du personnel des installations à risque;
- Dispositions pour l'indemnisation des victimes de catastrophes technologiques.

Les termes "probabilité " (donc, plus largement, quantification de l'incertitude) et "information du public" sont donc présents jusque dans les textes les plus officiels concernant le risque technologique. La mise en application de ces principes sera bien entendu variable en fonction des situations rencontrées, qui se distinguent notamment par le degré d'urgence des actions. A titre d'exemple du "spectre d'urgence" envisageable, donc des échelles de temps disponibles pour la communication , on examinera deux cas particuliers : celui où aucun recul n'est apparemment possible (la situation de crise) et celui où la dimension temporelle du problème rend possible une approche sur des décennies (la gestion des déchets radioactifs de haute activité et à vie longue).

4.5.2. Expertise et communication en situation de crise

Cet aspect est traité en particulier dans (Lagadec, 2003). Pour l'auteur, la situation de crise (technologique) est le révélateur de trois problèmes :

- Le désarroi des spécialistes, conséquence d'une ignorance de plus en plus envahissante, qui se manifeste dans des contextes d'instabilité;
- La défiance de plus en plus puissante des publics concernés;
- Le divorce criant entre les responsables et la "société civile".

La difficulté de résoudre une situation de crise résulte de trois déficits:

- Un déficit intellectuel : traditionnellement, le risque est calculé comme le produit de la gravité d'un accident par sa probabilité d'occurrence (voir ci-dessus la loi de 2003); si la probabilité est réduite, le risque devrait être acceptable. Or ce raisonnement n'est valide qu'en univers "domestiqué et stable"; le risque, c'est ici la brèche et la discontinuité, donc l'inconnu et l'ignorance. La référence traditionnelle, c'est-à-dire la série statistique de données, fonctionne bien si ces données sont robustes; mais il faudrait ici une **science du singulier**, qui n'existe pas.
- Un déficit psychologique : lorsque la situation de crise force à sortir des modèles bien balisés, l'**inquiétude** devient centrale.

- Un déficit managérial : En situation de crise, se manifestent des comportements aberrants, qui interdisent tout retour d'expérience. Il faudrait former les dirigeants, comme les pilotes d'avion sont formés à l' "atterrissage tout temps".

Pour P. Lagadec, les remèdes à mettre en œuvre sont :

- L'anticipation (sur la durée) ;
- La réactivité face aux signaux faibles (possibles annonceurs de crises) ;
- La veille continue ;
- La réflexion en recul ;
- Le retour d'expérience chaque fois que possible (exemple : les leçons tirées par la société Escota du blocage de l'autoroute A 8 par la neige en Février 2001).

4.5.3. Expertise et communication à long terme sur un risque "lointain" : les déchets radioactifs de haute activité

La gestion des déchets radioactifs à haute activité est un exemple de problème perçu comme potentiellement à risque, mais dans le long terme; c'est aussi un domaine dans lequel les décisions prises maintenant pourront se révéler lourdes de conséquences dans un futur éloigné.

a) *Le cas de la France*

La situation en la matière est présentée en particulier dans (Le Bars 2003). La loi du 30 Janvier 1991 a défini trois voies de recherche en vue d'une gestion satisfaisante pour les déchets de haute activité et à vie longue (HAVL), résultant notamment du fonctionnement du parc de centrales électronucléaires:

- Voie 1 : La séparation des actinides à vie longue (retraitement poussé) suivie de leur transmutation en éléments à vie plus courte ;
- Voie 2 : Le stockage des déchets en formation géologique profonde, après une période de réversibilité ;
- Voie 3 : L'entreposage de longue durée dans des installations de subsurface.

La mise en œuvre d'une de ces voies sera décidée en 2006 par le Parlement, sur la base des rapports résultant de quinze ans de travaux exploratoires.

Les activités concernant la Voie 2, incluant un programme d'études en laboratoire souterrain en cours de creusement dans une formation argileuse profonde dans l'est de la France, sont menées par l'Andra, l'agence nationale responsable de la gestion globale des déchets radioactifs. Parmi ces activités, la communication avec le public a bien entendu une importance fondamentale ; l'expérience acquise par l'Andra en la matière durant les 12 dernières années peut se résumer comme suit :

- La situation se caractérise par un **fossé entre l'appréciation des spécialistes et celle du public.**

Pour les spécialistes, les solutions techniques au stockage en formations géologiques existent, et certaines sont déjà mises en œuvre dans d'autres pays. Mais pour 60% du public, la méfiance est la règle au sujet des déchets HAVL: "il y a des difficultés, et on ne dit pas la vérité". Il n'y a donc pas encore de compréhension commune ; or il est difficile de négocier la gestion d'un risque au sein de la société tant qu'il n'y a pas un minimum de consensus sur ce qui provoque ce risque.

- Le mode d'avancée possible, également reconnu par l'expérience internationale, est celui d'un **processus par étapes**. Les phases d'un tel processus standard, applicable aux déchets HAVL, sont à définir et à mettre en œuvre par une Agence indépendante des producteurs des déchets, et comprennent:
 - La définition des échéances
 - L'étude d'alternatives
 - La définition du site de stockage
 - La définition et la mise en œuvre d'un programme de recherches
 - L'évaluation indépendante des résultats (p. ex. par des experts internationaux)
 - La mise en place de **forums de débat** entre les partenaires.

Pour la mise en œuvre de ce genre de programme à étapes, **il importe que le rôle des acteurs soit bien défini**. Cette préoccupation importante est partagée à l'échelle internationale, dans le cadre du *Forum on Stakeholder Confidence* (section c))

- La **prise en compte de la dimension locale** est prépondérante pour le bon déroulement du processus. Des **garanties** doivent être apportées à la population et aux autorités locales, et concernent :
 - **l'assurance de la sûreté** à court, moyen et long terme. En France, une Règle Fondamentale de Sûreté (III-2-f), émise en 1991 par l'Autorité nationale de sûreté nucléaire (DSIN), fournit les prescriptions générales en la matière. Des documents internationaux définissent en outre le contenu souhaitable pour le "dossier de sûreté" qui devra assurer la confiance des parties prenantes dans l'évaluation de la sûreté à long terme du stockage.
 - **l'équité dans le choix des sites**; des compensations financières peuvent être accordées aux localités accueillant des installations de stockage.
 - la **continuité du débat local**. C'est ainsi que les travaux de l'Andra sont examinés, en particulier, par un Comité Local d'Information et de Suivi du laboratoire d'essais. Ce Comité participe également au réseau européen COWAM qui, chaque année, rassemble quelques 120 personnes (dont un tiers d'élus, un tiers de représentants d'associations, et un tiers venant d'organismes de réglementation et / ou de centres de recherche).

b) Le point de vue d'experts internationaux sur l'établissement de la confiance en matière de stockage des déchets HAVL

• La doctrine

En 1999, l'Agence de l'Energie Nucléaire (AEN) de l'OCDE a publié un document de consensus international sur le thème reconnu maintenant comme fondamental : "La confiance en la sûreté à long terme des stockages géologiques : comment l'établir et la communiquer" (OCDE-AEN, 1999).

Selon ce document, la confiance dans le processus de décision concernant la construction d'un stockage met en jeu trois types d'arguments, qui ne s'adressent pas forcément aux mêmes publics :

- Pour les spécialistes des agences de gestion des déchets, et des organismes de contrôle qui supervisent leurs activités : il est souhaitable d'obtenir la **confiance concernant la faisabilité et la sûreté** du concept proposé. Il s'agit donc là d'un argumentaire essentiellement technique.
- Pour le public plus vaste des scientifiques, des hommes politiques, et de la société au sens large, il faut traiter aussi des aspects moins techniques , en particulier :
 - les moyens d'obtenir un **accord général quant aux aspects éthiques** (p. ex : charge minimale imposée aux générations futures), économiques et politiques de l'adéquation de l'option du stockage souterrain des déchets HAVL;
 - les moyens de développer la confiance la plus large possible que les organisations officielles, le cadre légal et le processus de contrôle institutionnel assurent un **cheminement décisionnel** bien défini, logique et crédible.

Au sujet de ces deux derniers types d'argumentaires généraux, le document identifie un certain nombre de mesures susceptibles d'établir le climat de confiance recherché.

- Concernant le bien-fondé de l'option stockage souterrain :
 - Une approche par étapes successives, avec la possibilité de revenir sur des décisions (ex : une conception de stockage favorisant la réversibilité du stockage) ;
 - La possibilité d'un débat élargi sur les principes fondamentaux de la sûreté ;
 - L'examen de la faisabilité d'alternatives au stockage souterrain (ce qui est le cas en France).
- Concernant les aspects liés aux organisations responsables et au processus d'autorisation :
 - L'implication de la communauté scientifique, via des "peer reviews", pour garantir la compétence technique de l'Agence responsable;
 - Des audits internes et externes pour garantir la qualité et l'indépendance des organismes impliqués ;
 - La transparence des critères de décision ;

- L'accessibilité de l'information (publications) ;
- La présence d'un processus d'autorisation bien défini ;
- L'existence de réglementations harmonisées au niveau international ;
- L'implication du public dans le processus d'autorisation du stockage ;
- L'obligation faite à l'Agence de gestion de présenter des rapports de sûreté convaincants et conformes aux prescriptions réglementaires.

Ce dernier point rejoint l'exigence de qualité technique de l'argumentaire destiné aux spécialistes et experts scientifiques. Le document propose une **structure du dossier de sûreté à long terme** propre à susciter la confiance dans les conclusions obtenues. Un dossier de sûreté peut être déposé par l'Agence de gestion à différentes étapes du processus de conception, création, exploitation et fermeture du stockage. Il propose des descriptions (modélisations) des évolutions prévisibles pour le système. Bien que ne pouvant être prouvées au sens strict, à cause des très grandes échelles de temps mises en jeu, ces descriptions peuvent être étayées en particulier par des observations de systèmes naturels analogues à certains composants du stockage. Une grande flexibilité est de rigueur, de manière à pouvoir prendre en compte l'évolution des connaissances au cours du processus d'autorisation.

Un dossier de sûreté doit ainsi comprendre :

- Une évaluation de sûreté, elle-même composée de :
 - une base d'évaluation crédible concernant : la sélection du site, le concept de stockage, l'ensemble des données pertinentes;
 - une évaluation des performances, c'est-à-dire la mise en œuvre de cette base pour explorer la gamme des évolutions possibles pour le système de stockage ("scénarios") et vérifier la conformité de la sûreté radiologique ainsi déterminée avec les prescriptions réglementaires en vigueur;
 - l'évaluation de la confiance dans la sûreté indiquée par l'évaluation des performances, et les éventuelles modifications à apporter à la base d'évaluation.
- La documentation détaillée de cette évaluation, et une description du niveau de confiance attribué à la sûreté fourni par l'évaluation, ainsi que la confirmation de l'adéquation de la stratégie suivie, soit en vue des prochaines étapes de la mise en œuvre du stockage, soit pour préparer les interactions avec les décideurs.

Selon ce document, la confiance résulterait donc largement d'un processus itératif, où l'accent est mis sur les aspects institutionnels et de procédure (documentation, traçabilité, assurance de la qualité etc.). L'incertitude inhérente à toute évaluation d'une évolution jusque dans un futur distant peut y être prise en compte notamment par :

- Des analyses de sensibilité des conséquences radiologiques à des variations de paramètres (p. ex. ceux caractérisant la formation géologique devant accueillir les déchets) ;

- Des options de conception "robustes", c'est-à-dire capables de garantir de grandes marges de sécurité selon diverses hypothèses d'évolution du système.

• Exemples de "Peer-reviews" internationales de dossiers de sûreté

A la demande d'organismes nationaux ayant en charge la mise en œuvre de stockages souterrains (futurs) pour déchets HAVL, le secrétariat de l'AEN organise des "peer reviews" de dossiers de sûreté intermédiaires, qui ne sont pas encore des dossiers définitifs visant à obtenir une autorisation de construction. Dans chaque cas, le dossier est examiné par une équipe d'experts internationaux, et les conclusions sont disponibles sous forme de rapports techniques. Ces examens concernent en particulier la démonstration de la sûreté radiologique du concept de stockage proposé, les méthodes de gestion des incertitudes, et les propositions de programmes de R&D visant en particulier à réduire ces incertitudes.

De telles revues ont été réalisées notamment à propos des récents dossiers intermédiaires suivants:

- "SAFIR 2" , concernant le projet belge de stockage de déchets dans la couche d'argile plastique située sous le site du SCK.CEN (l'équivalent du CEA) à Mol (OCDE-AEN 2003 a);
- le "Dossier 2001 Argile" produit par l'Andra en tant qu'étape intermédiaire vers le dossier à présenter en 2005 pour le débat parlementaire de 2006, comme indiqué ci-dessus. (OCDE-AEN 2003 b)

c) *Le "Forum on Stakeholder Confidence"*

Il s'agit d'un dispositif institutionnel international visant à compléter les prescriptions de nature essentiellement technique présentées précédemment.

• Origine et objectifs

Le Forum (dans la suite : FSC) a été inauguré en août 2000, à Paris, par une réunion internationale qui a abordé divers sujets comprenant aussi bien l'évolution de la définition des parties prenantes, les nouvelles modalités de la démocratie participative et la confiance dans le cadre institutionnel, que le rôle d'un dialogue ouvert portant sur tous les aspects de la gestion des déchets radioactifs. Au cours de cette réunion de trois jours, l'expérience acquise au plan mondial en matière de confiance des parties prenantes et d'évacuation des déchets radioactifs a été examinée par des participants dont les qualifications couvraient de nombreuses disciplines allant de la technique aux sciences sociales. Les organisations représentées étaient notamment des universités, des académies nationales, des organismes de contrôle technique, des autorités de sûreté, des agences de gestion des déchets et des organes consultatifs auprès des gouvernements.

Comme les problèmes de perception et de confiance du public ont pris une importance déterminante lorsqu'il a fallu obtenir les approbations nécessaires à l'aménagement de

dépôts de déchets radioactifs à vie longue sur des sites spécifiques, le FSC convient de s'interroger sur la meilleure manière de gagner la confiance dans les aspects éthiques, économiques, politiques et techniques d'une stratégie de gestion des déchets, eu égard en particulier à leur évacuation. Cependant, le « public » ne constituant pas un groupe homogène, il s'avère nécessaire de mieux cerner et comprendre ses diverses composantes et les préoccupations qu'elles éprouvent.

En règle générale, la délivrance d'une autorisation relative à un dépôt de déchets radioactifs doit être régie non seulement par une décision technique ou réglementaire, mais aussi par une décision politique qui, à son tour, implique un large assentiment du public. Dans la plupart des pays, les personnes du public ont la possibilité de réagir ou de s'opposer à un projet d'installation nucléaire à certains stades du processus de décision.

Il importe donc notamment de donner aux parties prenantes l'occasion d'intervenir le plus tôt possible dans le processus d'aménagement des dépôts. En outre, il faut que la procédure mise en place pour présenter les propositions suscite la confiance, et que les décisions soient prises compte tenu des préoccupations locales. Par conséquent, il y aura lieu de s'interroger spécifiquement sur la façon de faire participer plus efficacement le public au processus de décision.

• Mode opératoire du FSC

Le FSC rapporte au Comité de la Gestion des Déchets Radioactifs de l'AEN. Il est composé de représentants nommés par les organisations des pays de l'OCDE impliquées dans la gestion des déchets radioactifs, y compris les organismes de recherche. Il a pour mandat d'explorer et comprendre les facteurs qui influencent la perception et la confiance du public en la matière.

Les "parties prenantes" (*stakeholders*) comprennent les producteurs des déchets, les organismes de réglementation, et les autres groupes concernés (avec une préoccupation moins technique) tels les communautés locales, les élus, les ONG, et le public au sens large.

Le mode de fonctionnement du FSC est celui de l'interaction avec la "société civile", via des sessions de travail tenues dans un contexte national. Outre ces sessions, les membres du Forum se réunissent à fréquence régulière.

Les sessions de travail se sont tenues : à Paris en Août 2000 (réunion internationale de lancement); au Canada en Octobre 2002 ; en Belgique en 2003.

• Eléments résultant des débats du FSC en matière de communication et d'expertise sur le thème des déchets radioactifs

Les facteurs identifiés comme propices à la crédibilité des procédures sont les suivants (OCDE-AEN, 2003 c) :

- Les processus de décision devraient être éminemment accessibles. Les collectivités locales et les citoyens devraient être associés à ces processus dès le début.
- La conscience du fait que la crédibilité se fonde sur la confiance dans les institutions, laquelle dépend de leur comportement à long terme et de leurs actions proprement dites.
- Le fait d'admettre que d'autres opinions peuvent être valables, que l'organisation (Agence, etc) « n'a pas toutes les réponses ».
- En communiquant la décision finale, indiquer sur quels points et de quelle façon les opinions des parties prenantes ont été prises en compte.
- L'objectivité (examen des informations provenant de diverses sources, pas de situation acquise manifeste).
- Reconnaître qu'il est difficile, voire impossible, de remédier à des erreurs antérieures qui avaient nui à la crédibilité. On ne peut corriger ces erreurs qu'en revenant à un point précédant le moment où l'erreur a été commise.
- Des stratégies d'évacuation, concepts techniques et méthodologies d'évaluation de caractère exhaustif et rigoureux. Les changements doivent être convaincants et débattus avant d'être mis en œuvre.
- Le rôle prépondérant et, partant, la participation du gouvernement national, qui s'avèrent indispensables.
- Une compétence technique confirmée de l'exploitant et de l'autorité de sûreté.
- Des examens à l'échelon national et international par des experts indépendants.
- Une séparation claire des attributions de l'exploitant et de l'autorité de sûreté.
- Le fait de ne pas s'impliquer dans le débat plus général concernant les choix énergétiques et la place de l'énergie nucléaire.
- Un désir de laisser au processus le temps de se dérouler.

En revanche, certains autres éléments sont reconnus comme nuisibles à la crédibilité :

- L'absence de transparence dans les messages, la propension au secret, une démarche qui suit le mouvement plutôt qu'elle ne le précède.
- Une représentation excessive de points de vue ou d'intérêts particuliers.
- La minimisation de l'importance de l'opinion publique et des mouvements sociaux.
- Le fait de ne pas affecter un porte-parole à chaque domaine d'activité.
- Une attitude arrogante ou indifférente aux points de vue des parties prenantes, qui consiste à dire « nous sommes les experts ».
- Une prise en compte limitée des résultats de la participation lors la décision finale.

- Le manque apparent d'objectivité (attribué à l'existence d'un lien trop étroit avec des groupes d'intérêt).
- Des accidents ou incidents survenant n'importe où dans le monde.
- Des stratégies et processus de décision manquant de clarté.
- L'absence de consensus politique, et l'utilisation de la question des déchets radioactifs à des fins politiques.
- Une compétence technique contestable.
- La réticence à soumettre à un examen son propre travail.
- Le manque de clarté des rôles - le public ne peut dissocier l'exploitant de l'autorité de sûreté.
- L'amalgame entre les débats de politique énergétique et ceux concernant la sûreté de la gestion des déchets.
- Une priorité accordée au respect des échéances du calendrier plutôt qu'à la communication.

• Conclusions dégagées à ce jour par le FSC

Malgré la nouvelle dynamique de dialogue qui se fait jour, les experts techniques, les spécialistes de l'environnement et le grand public continuent à porter des jugements largement différents sur les possibilités actuelles d'application et sur le bien-fondé des méthodes de gestion des déchets radioactifs.

Quant aux enseignements que le programme de travail du FSC a permis de dégager, les aspects suivants paraissent offrir de larges possibilités d'application au plan international. Les facteurs susceptibles de contribuer grandement à asseoir la confiance des parties prenantes sont notamment :

- Un processus de décision ouvert, transparent, impartial et participatif. Celui-ci devrait être arrêté à l'échelon national et il faudrait que les acteurs nationaux témoignent de leur engagement à l'égard du processus ;
- Des rôles et des responsabilités claires assignés aux différents acteurs, y compris aux autorités locales ;
- Un comportement des acteurs principaux reflétant des valeurs telles que l'ouverture, la cohérence, la recherche du dialogue, ainsi que la démonstration des compétences techniques.

Ces facteurs indispensables constituent le cadre du dialogue et des discussions avec les parties prenantes.

4.6. CONCLUSIONS DE LA SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce travail bibliographique a eu pour objectif d'explorer la question de la perception sociale du risque, parallèlement au suivi d'un travail de thèse sur le traitement des incertitudes dans les évaluations des risques. Un aspect important de cette thèse a trait à la représentation et à la propagation à la fois de variabilité et d'imprécision (ignorance partielle) dans le calcul de risque.

Comme il a été souligné dans ce chapitre, le public profane ne raisonne pas en terme de « probabilité » d'apparition de dommage. Mais il paraît peu vraisemblable, au vu notamment de cette étude bibliographique, que les indicateurs de risque explorés dans le cadre du travail de thèse (possibilité, crédibilité, plausibilité, etc.) soient d'une plus grande utilité dans un contexte de communication en direction d'un tel public. Les ouvrages consultés dans le cadre de ce travail bibliographique mettent clairement en évidence le décalage entre, d'une part, l'information que peut détenir l'expert du risque (une prédiction quantifiée sur l'éventualité d'apparition ou de non-apparition d'un dommage) et qu'il souhaite communiquer à un public profane, et l'attente spécifique de ce public.

Une des principales difficultés tient à la différence d'implication émotionnelle entre l'expert et l'auditeur profane: Tandis que l'expert, qui n'est pas assujéti personnellement au risque, tend à rechercher une certaine objectivité scientifique et/ou méthodologique, l'auditeur profane cherche dans le discours transmis des éléments qui parlent plus à ses émotions (inquiétude, indignation, méfiance, espoir, confiance) qu'à son raisonnement logique. Il y a donc décalage entre la personne qui subit le risque sans pouvoir le mesurer et la personne qui évalue le risque sans le subir. Le profane aura tendance à associer un discours chiffré à un manque de sollicitude ou de solidarité par rapport à ses problèmes spécifiques, ce qui génère de l'incompréhension et de la méfiance.

Dans ces conditions, une des principales conclusions qui découle de cette revue bibliographique, a trait à une meilleure prise en compte de l'auditeur dans sa globalité lors des réunions de concertation sur les risques. Cette prise en compte nécessite un savoir-faire particulier qui n'est pas nécessairement à la portée des experts techniques.

5. Conclusions du projet IREA et perspectives

Le projet IREA a permis de progresser sur le traitement des incertitudes dans des situations où l'information disponible est de nature incomplète ou imprécise. La principale originalité des méthodes proposées tient au fait qu'elles permettent de représenter l'information de manière cohérente par rapport à la nature de cette information (variabilité/imprécision). Ces méthodes sont conçues en prenant en compte le fait que dans les situations réelles de terrain, les facteurs qui influencent le risque ne sont pas tous renseignés avec le même degré de précision. Certains paramètres peuvent être relativement bien connus (parce qu'on peut les mesurer) tandis que d'autres sont mal connus, auquel cas on peut faire appel à du jugement d'expert par exemple. Les méthodes proposées tentent d'amener des éléments de réponse à la question : « Comment combiner différents degrés de « richesse » de la connaissance dans l'évaluation des risques ? ».

Un travers classique du modélisateur en évaluation des risques consiste à supposer plus d'information que ce dont il dispose réellement, et à passer sous silence certaines lacunes. Le résultat est alors présenté sous la forme d'une distribution de probabilité « précise » (unique) qui apporte une illusion de précision et de confiance dans le résultat.

Les méthodes proposées évitent résolument l'utilisation de distributions de probabilité arbitraires (ou « subjectives » ; approche Bayésienne), approche jugée inadaptée au contexte des sites et sols pollués car restreignant de manière exagérée le champ des alternatives (approche non sécuritaire). Les méthodes proposées s'appuient de manière générale sur la notion de « probabilité imprécise » et l'utilisation de « familles » de distributions de probabilité, ces familles pouvant être décrites simplement par leurs bornes haute (la distribution de plausibilité) et basse (la distribution de crédibilité).

Ces différentes notions sont exploitées dans le didacticiel HyRisk, qui est téléchargeable gratuitement sur le site web du BRGM (<http://www.brgm.fr/hyrisk>).

Un des principaux intérêts des méthodes proposées tient au fait que les lacunes d'information demeurent bien visibles dans les résultats de l'évaluation : à savoir dans l'écart entre les distributions de probabilité haute (plausibilité) et basse (crédibilité). Si on a uniquement affaire à de la variabilité (sans imprécision), les distributions de plausibilité et de crédibilité se confondent en une distribution unique. Mais si on intègre de l'imprécision, alors il existe un écart entre ces distributions. Si cet écart paraît trop important pour une prise de décision quant à l'acceptabilité du risque, alors il peut être décidé de renforcer l'acquisition de connaissances, notamment par de la mesure. Lorsque des distributions uniques sont supposées « a priori » (sans justification par l'information disponible), nul besoin de renforcer le mesurage ; un résultat « précis » sera obtenu de toute manière.

Parmi les perspectives de recherche faisant suite au projet IREA, on citera les pistes suivantes :

- « Elicitation » de donnée d'expert dans un cadre possibiliste.

L'élicitation de données (Bonano et al., 1990) est une opération qui consiste à construire de l'information à partir de jugement d'expert. Jusqu'à présent, cette construction est faisant l'hypothèse arbitraire que l'information obtenue peut être représentée par une distribution de probabilité unique. Une représentation par des familles de distributions de probabilité semblerait plus appropriée.

- Définition de familles de distributions de probabilité à partir de moyennes et d'écart-types imprécisément connues.

On peut imaginer la situation où, même face à une information incomplète/imprécise, un expert sache (de par son expérience) que si des mesures relatives à une variable pouvaient être effectuées en nombre suffisant, alors elles montreraient telle ou telle forme de variabilité (normale, log-normale, etc.). Pour le cas d'une distribution normale par exemple, les méthodes de simulation Monte Carlo 2D consistent alors à supposer des distributions uniformes pour la moyenne et l'écart-type, puis à échantillonner ces distributions de manière aléatoire pour générer une distribution de probabilité sur la variable elle-même, qui est échantillonnée dans un deuxième temps. L'objection que l'on peut émettre par rapport à cette approche (voir en Annexe D) a trait au choix arbitraire de distributions uniformes pour la moyenne et l'écart-type. Il paraît plus cohérent (plus conforme à l'information que détient l'expert) d'aborder l'incertitude relative à ces paramètres à l'aide d'intervalles. On définirait ainsi des familles de distributions de probabilité qui peuvent ensuite être exploitées en appliquant une approche analogue à la méthode hybride.

- Définition de critères uniques à partir des indicateurs de plausibilité et de possibilité.

Dans un contexte d'aide à la décision, les décideurs préfèrent avoir affaire à des critères de décision uniques. On peut imaginer une combinaison des indicateurs de plausibilité et de crédibilité en un indicateur unique. Pour la proposition « le risque est inférieur au seuil de risque X » et dans un contexte d'aversion au risque, on donnerait naturellement un poids plus important à la crédibilité qu'à la plausibilité. On introduirait ainsi une subjectivité « a posteriori » par opposition à la subjectivité dite « a priori » introduite par les méthodes Bayésiennes.

On notera enfin que s'agissant d'un projet de recherche, il n'est pas attendu que les résultats du projet IREA ou de la thèse de M. Baudrit trouvent des applications immédiates dans le domaine de la gestion des sites et sols pollués. Sachant qu'en matière de communication il est déjà difficile d'introduire la notion de « probabilité », celle de « probabilité imprécise » risque de relever longtemps du domaine de la

recherche. Cela dit, si les notions présentées dans ce travail demeurent abstraites, elles devraient pouvoir être retranscrites dans un langage plus adapté à un contexte de communication, l'utilisateur in fine n'ayant nullement besoin de connaître les subtilités méthodologiques sous-jacentes. Par exemple, l'utilisation de la notion « d'indice de confiance » (voir Guyonnet et al., 2005) présente l'avantage de ne pas se référer à une école de pensée (probabiliste/possibiliste) et possède des connotations positives. Un lien pourrait être établi entre un « indice de confiance » et les indicateurs exploités dans le cadre d'IREA et de la thèse de M. Baudrit (la plausibilité et la crédibilité ; voir des exemples dans Guyonnet et al., 2005).

Pour ce qui concerne la communication sur les risques liés aux sites et sols pollués, il convient de garder à l'esprit le champ relativement restreint d'application de la méthodologie générale de l'évaluation des risques. Cette méthodologie semble particulièrement peu adaptée à de la communication avec des parties prenantes subissant directement des nuisances et se considérant en situation de victimes (voir Guyonnet et al., 2005). Il s'agit d'un outil certes indispensable pour la gestion des risques, mais qui ne constitue nullement une panacée pouvant être déclinée dans tous les cas de figure.

Références citées

- Baudrit, C., Guyonnet, D., Dubois, D. (2005) – Post-processing the hybrid approach for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering* (sous presse).
- Baudrit, C (2005) – Représentation et propagation de connaissances imprécises et incertaines : Application à l'évaluation des risques liés aux sites et aux sols pollués. Thèse de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.
- Baudrit, C., Dubois, D., Guyonnet, D., Fargier, H. (2004) – Joint treatment of imprecision and randomness in uncertainty propagation. Dans : *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems*, Perugia, Italie, 4-9 juillet 2004.
- Beck, U. (2001) - La société du risque, sur la voie d'une autre modernité, Aubier/Alto.
- Belsten, L (1996) - *Environmental risk communication and community collaboration*, Earthtalk, éd.Star Muir and Thomas Veenendall, Westport, CT : Praeger, 27-42.
- Bonano, E., Hora, S., Keeney, R., and von Winterfeldt, D. (1990). "Elicitation and use of expert judgement in performance assessments for high-level radioactive waste repositories." *Sandia National Laboratories Report SAND89-1821*, Albuquerque, New Mexico.
- Bonneuil, C., Gaudillère, J.-P. (2000) - Politique du risque et expertise plurielle: la technoscience au péril de la démocratie, *Mouvements*, n°7, janv-février, 2000.
- Bonneuil, C., Gaudillère, J.-P (1991) A quoi servent les avis du comité d'éthique ? *Autopsie d'un moratoire*, *La Recherche*, 22, n°230.
- Boole, G. (1854). *An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probability*. Walton and Meberly, London.
- Bourg, D., Schlegel, J.-L. (2000) - *Parer aux risques de demain, Le principe de précaution*, Seuil, Paris.
- Boy, D. (1995) - Les français, la science et la technologie, dans le paradigme informatique, technologie et évolutions sociales, sous la direction de Christopher Freeman et Henri Mendras, *Descartes et Cie*, Paris, pp.123-146.
- Boy, D. (1999) - « Science, démocratie et risques majeurs ».
- Callon, M., Lascomes, P., Barthe, Y. (2001) - *Agir dans un monde incertain ; essai sur la démocratie technique*. Paris, Seuil.
- Callon, M., Lascomes, P., Barthe, Y. (2001) - *Agir en situation d'incertitude*, Seuil, Paris.
- Casti, J. (1990) – *Searching for certainty*. William Morrow (Ed.), New York.

- Charlier, C. (1997) – dans : « De l'expertise scientifique au risque négocié, Le cas du risque en montagne ». Editions CEMAGREF.
- Chilès, J.-P., et Delfiner, P. (1999). – *Geostatistics : Modeling Spatial Uncertainty*. Wiley, New York.
- Collectif (2001) - Actes du colloque "Maîtrise des risques, Prévention et principe de précaution", les Entretiens de l'INRS, 6 nov.2001, Institut Pasteur, Paris.
- Conover, W. Iman, R. (1982) - A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. *Technometric*, 3, 311-334.
- Decrop, Galland, J.-P. (1998) - *Prévenir les risques : de quoi les experts sont-ils responsables ?*, Editions de l'Aube, 1998.
- Douglas, M. (1992) - *Risk and Blame*, London, Routledge.
- Dubois, D., Prade, H. (1992) - When upper probabilities are possibility measures. *Fuzzy Sets and Systems*, 49, 95-74.
- Dubois, D., et Prade, H. (1988) - *Possibility theory*. New York Plenum Press, 263 pp.
- Estades, J., Remy, I. (2003) - 2^e rencontres de l'INA, *Le risque dans nos activités de recherche et de développement*, 4 avril 2003, *Experts et profanes en situation d'expertise : duel ou duo ?* ».
- Ferson, S., Ginzburg, L. (1996). Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Reliability Engineering and System Safety*, 54, 133-144.
- Fischhoff, B (1995) : "Risk Perception and Communication Unplugged : Twenty Years of Process", *Risk Analysis*, vol 15, no 2, pp 137-145
- Fischhoff, B.(1989) - *Improving Risk Communication ; Risk : a guide to controversy ; Appendix C*, Washington, DC, National Academy Press.
- Fisher, R.A. (1973) – *Statistical methods of scientific inference*. Hafner Press, New York.
- Gil M.A. (2001). "Fuzzy Random Variables." Special issue of *Information Sciences*, 133, nos. 1-2
- Godard, O. (1997) - Le principe de précaution dans la conduite des affaires humaines, Coédition Editions de la Maison des Sciences de l'Homme et INRA.
- Godard, O. (2000) - Le principe de précaution : s'éloigner du positivisme scientifique pour civiliser les risques, *Les Cahiers Français, Science et Société*, 294, La Documentation française, janvier-février 2000.
- Guery, F. Lepage, C. (2001) - La politique de précaution, *Questions actuelles*, PUF, janvier 2001.
- Gzyl, H. (1995). The Method of Maximum Entropy. Dans : *Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences*, F. Bellomo and N. Brezzi (Eds.), Vol. 29, World Scientific Publishing Co.

- Guyonnet, D., Michel, P., Harpet, C., Volle, I., Dor, F. (2005) – Projet CREPS – Cartographie du risque. Exposition et perception sociale. Rapport BRGM RP 54030 FR.
- Guyonnet, D., Dubois, D., Bourguine, B., Fargier, H., Côme, B., Chilès, J.-P. (2003a) – Hybrid method for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering*, 129, 68-78.
- Harpet, C., Guyonnet, D., Dor, F. (2005) - Risk perception and communication on risks: a field survey. Conférence ConSoil 2005, 3-7 Octobre 2005, Bordeaux, France.
- InVS (2004) – Le stockage des déchets et la santé publique. Institut national de la Veille Sanitaire, version 3, Septembre 2003.
- Irwin, A. (1995) - *Citizen Science, A study of People, Expertise and Sustainable Development*, Coll. Environment and Society, Routledge.
- Johnson, B., Covello, V. (1987) - *The social and cultural construction of risk*, Dordrecht, Reidel, 1987.
- Jonas, H. (1998) - Le principe responsabilité, Champs-Flammarion, Paris.
- Lagadec, P. (1981) - La civilisation du risque, Seuil, Paris.
- Lagadec, P. (1991) - La gestion des crises, outils de réflexion à l'usage des décideurs, Eds. McGraw-Hill, Paris.
- Lagadec, P. (2003) – Risques, crises et gouvernance : ruptures d'horizons, rupture de paradigmes. *Réalités industrielles (Annales des Mines)* "Sciences et génie des activités à risque", Mai 2003, pp. 5-11.
- Lascoumes, P., Rabeharisoa, V. (2002), Faut-il tenir compte des profanes dans les décisions scientifiques et techniques ?. Séminaire de l'ENSMP.
- Le Bars, Y. (2003) – Dans une situation d'incompréhension, un processus très ouvert est nécessaire, où la dimension locale est clé – *Radioprotection*, Vol. 38, N° 4, pp. 467-482
- Le Breton, D. (1995) - La sociologie du risque, PUF, Editions « Que-sais-je ».
- Levine, R., Tribus, M. (1978) – The maximum entropy formalism. MIT Press, Cambridge.
- MEDD (2000) - Guide pour la gestion des sites et sols pollués – l'évaluation détaillée des risques. Site www.fasp.info.
- Mirel (1994) - Debating Nuclear Energy : theories of risk and purposes of communication, *Technical Communication Quarterly*, 3 ;45-65.
- Nifle, R. et al. (1998) - « Appropriation active de la prévention du risque d'inondation », Nicaya & Institut Cohérences, Collections du CERTU, 71 p.
- OCDE-AEN (1999) – Radioactive waste management - Confidence in the long-term safety of deep geological repositories : its development and communication. Presses de l'OCDE, Paris

- OCDE-AEN (2003 a) – SAFIR 2 : Belgian R&D programme on the deep disposal of high-level and long-lived radioactive waste. An international peer review. Presses de l'OCDE, Paris
- OCDE-AEN (2003 b) – The French R&D programme on deep geological disposal of radioactive waste. An international peer review of the "Dossier 2001 Argile". Presses de l'OCDE, Paris
- OCDE-AEN (2003 c) – Informer, consulter et impliquer le public dans la gestion des déchets radioactifs – Panorama international des approches et expériences. Rapport établi par le "Forum on Stakeholder Confidence". Presses de l'OCDE, Paris.
- Oreskes, N., Shrader-Frechette, Belitz, K. (1994) – Verification, validation, and confirmation of numerical models in the earth sciences. *Science*, Vol. 263, pp.641-646.
- Saporta, G., (1990) - Probabilités, Analyse des Données et Statistique – Editions Technip 1990.
- Shafer, G. (1976). A mathematical theory of evidence. Princeton University Press.
- Theys, J. et al. (1987) - *La société vulnérable*, Evaluer et maîtriser les risques, Editions de l'ENS, (E&H)
- Thomson, M. Ellis, R, Wildavsky, A.. (1990) - *Cultural Theory*, Boulder, Colorado, Westview Press.
- Trepos, J.-Y. (1996) - *La sociologie de l'expertise*, Paris, PUF, Editions « Que sais-je ? ».
- Vose, D., (1996) - Quantitative risk analysis - A guide to Monte-Carlo simulation modelling. Wiley, New York.
- Waddel C. (1996) - *Saving the great Lakes : Public participation in Environmental Policy ; Green Culture : environmental rhetoric in contemporary America*, éd. Carl Herndl and Stuart Brown, Madison, Univ. of Wisconsin.
- Wynne, B. (1996) - « May the Sheep Safely Graze ? A Reflexive View of the Expert-Lay knowledge Divide », in Lash, Szerszinski, Wynne. (eds) : *Risk, Environment and Modernity – Towards a New Ecology*, Routledge, 1996.
- Zadeh, L.. (1978) - Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 3-28.

Annexe A

Publications rédigées par Cédric Baudrit dans le cadre de son travail de thèse

Revue à comité de lecture

- C. Baudrit, D. Guyonnet, D. Dubois. Post-processing the hybrid method for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering* (Décembre 2005).
- C. Baudrit, D. Dubois, D. Guyonnet. Joint Propagation and Exploitation of Probabilistic and Possibilistic Information in Risk Assessment Models. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems* (accepté).
- C. Baudrit, D. Dubois, D. Guyonnet. Practical Representation of Incomplete Probabilistic Knowledge. Soumis à: *Computational Statistic & Data Analysis*.
- C. Baudrit, I. Couso, D. Dubois. Joint Propagation of Probability and Possibility in Risk Analysis : toward a formal framework. En preparation.

Conférences

- C. Baudrit, D. Guyonnet, H. Baroudi, S. Denys, Ph. Begassat. (2005) - Assessment of child exposure to lead on an ironworks brownfield: uncertainty analysis. Accepté à *Conference on Contaminated Soil (ConSoil'05)*. 2005.
- C. Baudrit, I. Couso, D. Dubois. (2005) - Probabilities of Events Induced by Fuzzy Random Variables. *Fourth Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT'05)*.
- C. Baudrit, D. Dubois (2005) - Comparing Methods for Joint Objective and Subjective Uncertainty Propagation with an example in a risk assessment. *Fourth International Symposium on Imprecise Probabilities and Their Application (ISIPTA'05)*.
- C. Baudrit, D. Dubois, H. Fargier.(2004) - Practical Representation of Incomplete Probabilistic Information. Dans : *special session in Soft Methodology and Random Information Systems in the '2nd International Conference on Soft Methods in Probability and Statistics'* (SMPS'04), Oviedo, Springer, p. 149-156.
- C. Baudrit, D. Dubois, D. Guyonnet, H. Fargier (2004) - Joint Treatment of Imprecision and Randomness in Uncertainty Propagation. Dans : *proc. of the 10th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU'04)*, Perugia, Italy, p. 873-880.
- C. Baudrit, D. Dubois, H. Fargier (2003) - Représentation de la connaissance probabiliste incomplète. Dans : *Actes Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA'03)*, Tours, France. Cepadues-Editions, p. 65-72.
- C. Baudrit, D. Dubois, H. Fargier (2003) - Propagation of uncertainty involving imprecision and randomness. Dans : *Proc. of the International Conference in Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT'03)*, Zittau, Germany, p. 653-658.

Exposés

- Journée des Doctorants de l'INERIS : *Prise en compte de l'incertitude dans l'évaluation du risque d'exposition de l'homme aux polluants*, Verneuil-en-Halatte, novembre 2004.
- Journée des Doctorants de l'IRSN : *Prise en compte des incertitudes dans l'évaluation du risque d'exposition de l'homme aux polluants*, Cadarache, septembre 2003.

Rapports

- C. Baudrit, E. Chojnacki, C. Rommens. *Influence de la Représentation Mathématique de la connaissance sur les résultats de calcul de risque*. Rapport I.R.S.N, DEI/SESURE n°04-20, 2004.

Annexe B

Cas « Eaux souterraines »

Propagation de l'incertitude. Cas d'un scénario "eaux souterraines"

Dominique Guyonnet

Service Environnement et Procédés

BRGM

e-mail: d.guyonnet@brgm.fr

Cédric Baudrit

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse

Université Paul Sabatier

e-mail: baudrit@irit.fr

1 Introduction

L'incertitude en évaluation des risques a surtout été appréhendée dans un cadre purement probabiliste. C'est à dire que l'on suppose que la connaissance sur les paramètres des modèles est toujours de nature aléatoire (variabilité). Cette approche consiste à représenter les paramètres incertains par des distributions de probabilité uniques et à transmettre l'incertitude relative à ces paramètres sur celle du risque encouru par la cible, en appliquant en général la technique dite Monte Carlo. Si cette approche est bien connue, toute la difficulté tient à une définition cohérente, par rapport à la connaissance disponible, des distributions de probabilité affectées aux paramètres. En effet dans un contexte d'évaluation des risques liés à l'exposition aux polluants, l'information dont on dispose concernant certains paramètres est souvent de nature imprécise. Le calage de distributions de probabilité uniques sur ce type de connaissance devient subjectif et en partie arbitraire. A titre d'exemple, dans leur analyse de l'incertitude de la propagation de polluants organochlorés dans les eaux souterraines, McNab et al. [18] définissent 12 distributions de probabilité pour les paramètres de leur modèle, parmi lesquelles 9 sont qualifiées de " postulées " ! Ou encore, Labieniec et al. déclarent dans [17] : "Since no data were available for assigning a distribution type to volumetric soil-water flux, a uniform distribution was used". Dans le calcul de risque, ces deux notions (variabilité-imprécision) sont souvent confondues. Ferson [9] explique clairement la différence entre les deux notions et les erreurs qui peuvent être engendrées par une telle confusion lors du processus de propagation. Des théories (plus récentes) comme la théorie des possibilités [7] ou des fonctions de croyances de Shafer [22] permettent de représenter de manière plus rigoureuse l'information incomplète, vague ou imprécise.

L'objectif de ce document est de traiter l'incertitude sur le calcul d'une concentration concernant un scénario d'exposition (Consommation d'eau souterraine pour l'eau de boisson) en distinguant l'information de nature aléatoire (variabilité) et l'information incomplète (imprécision). Nous nous intéressons à l'impact sur les eaux souterraines d'un déversement accidentel de trichloroéthylène. Ce composé appartient à la famille des solvants organochlorés et présente plusieurs caractéristiques qui en font un polluant qui pose souvent des problèmes :

- Il est toxique à faibles doses.
- Il est relativement soluble dans l'eau.
- Il est persistant (se dégrade peu).

Cette étude présente un intérêt à plusieurs titres :

- Il permet d'aborder le problème de la complexité du modèle pouvant être traité avec nos approches de traitement de l'incertitude (modèle semi-analytique).

- Le modèle de transfert proposé (voir plus bas) présente un intérêt méthodologique par rapport à ce qui est souvent pratiqué dans un contexte d'évaluation détaillée des risques.

Dans la Section 2, nous présentons le scénario d'exposition, le modèle de transfert et proposons, pour chaque paramètre influençant la concentration, un mode de représentation de l'information (probabiliste ou possibiliste) qui tente d'être cohérent avec le type d'information que l'on peut espérer avoir dans la pratique des évaluations des risques.

Dans la Section 3, nous étudions l'influence de la représentation mathématique de la connaissance sur l'incertitude relative aux résultats du calcul de la concentration en TCE en un point cible. Quatre techniques de propagation seront utilisées :

- le calcul d'intervalle consistant à appliquer le principe de précaution et à identifier les cas extrêmes "min-max".
- le calcul probabiliste avec hypothèse d'indépendance stochastique (Monte-Carlo).
- le calcul "hybride" consistant à combiner du calcul d'intervalle avec du Monte-Carlo [13].
- le calcul "homogène" consistant à représenter l'information de nature imprécise et de nature aléatoire dans un cadre unifié faisant appel à la théorie de Dempster-Shafer [22] puis à la propager [3] à travers le modèle du calcul de la concentration.

Nous pourrions ainsi selon la modélisation des paramètres et la technique de propagation choisies estimer dans quelle mesure la concentration en TCE dépasse le seuil fixé ($10 \mu\text{g.l}^{-1}$) par l'OMS.

2 Description du scénario et Représentation mathématique de l'information disponible sur les paramètres

Le scénario d'exposition traité est celui de l'émission de polluants dissous, par des sols pollués situés à l'aplomb d'une nappe d'eau souterraine. Dans la présentation ci-dessous, nous distinguerons ce qui se réfère à la source et au vecteur.

2.1 Terme Source

Un déversement accidentel (renversement d'un camion) de trichloroéthylène (TCE) a eu lieu sur un site industriel, situé dans la région de Toulouse, de fabrication de composants électroniques (le solvant est utilisé pour le nettoyage des pièces). Une tonne de TCE s'est infiltrée dans le sol. Le sol superficiel est constitué d'alluvions sablo-limoneux. La nappe d'eau souterraine se trouve à environ 3 mètres de profondeur. A la demande de l'administration (DRIRE ; Direction Régionale de l'Industrie de la Recherche et de l'Environnement), une évaluation des risques est réalisée pour établir si cette pollution est susceptible de générer des concentrations inacceptables dans les eaux souterraines. En concertation avec la DRIRE, le point de conformité est placé en bordure de site, à 300 m en aval hydraulique par rapport à la zone de déversement. Ce point de conformité est un point où il est exigé que la concentration n'excède pas une certaine limite de concentration ($10 \mu\text{g/l}$) jugé tolérable. Si ce niveau de concentration ne peut être respecté, alors la zone source (la zone de déversement) devra être traitée (excavation des terres polluées, incinération puis stockage en centre de déchets industriels spéciaux stabilisés).

Le déversement a eu lieu sur une surface de 7 m (dans le sens perpendiculaire d'écoulement des eaux souterraines) sur 3 m (dans le sens d'écoulement des eaux souterraines). Le volume de TCE déversé est de 667 litres (masse volumique du TCE : 1.5 g.cm^{-3}), soit environ 32 litres

par m^2 sur la zone de déversement. Ce TCE sera donc retenu dans le sol situé au dessus de la nappe (la zone dite non-saturée). En effet, les travaux de Schwille [21] ont montré que les sols sableux avaient une capacité de rétention de 3 à $30 l.m^{-3}$. Compte tenu de la nature du sol sur le site (sablo-limoneux), la capacité de rétention est située dans le haut de la fourchette.

On se place donc dans la situation d'une source située au dessus de la nappe d'eau souterraine, qui émet du polluant par dissolution dans l'eau d'infiltration (la pluie efficace). Le flux polluant qui en résulte vient se mélanger avec de l'eau souterraine.

Ce flux F dépend de deux paramètres : $F = C_s \times Q$ (note : le flux diffusif est négligé compte tenu des perméabilité du sol) où

F	Flux de masse (masse par unité de section et par unité de temps)
Q	Débit d'infiltration à travers la zone source (volume par unité de temps)
C_s	Concentration en TCE dissous dans l'eau d'infiltration

2.1.1 Concentration en TCE dans l'eau de percolation : C_s ($mg.l^{-1}$).

D'après Feenstra et Cherry [8], l'eau qui percole au travers de sols imprégnés par du TCE, se charge en TCE dissous à une concentration qui est en deçà de la limite de solubilité que l'on peut mesurer en laboratoire ($1100 mg.l^{-1}$). Il cite des valeurs inférieures à 10% de la valeur de solubilité. Des essais de percolation au travers de sols prélevés sur ce site ont donné des valeurs de percolation situées entre $1/7$ et $1/3$ de la valeur de solubilité. Etant donnée le caractère imprécis de l'information, on choisit de représenter la connaissance sur la concentration C_s en TCE par une distribution de possibilité π_{C_s} de support $[solubilité/10, solubilité]=[110, 1100]$ et de noyau $[solubilité/7, solubilité/3]=[157.1, 366.7]$ (voir Figure 1). On définit ainsi une famille

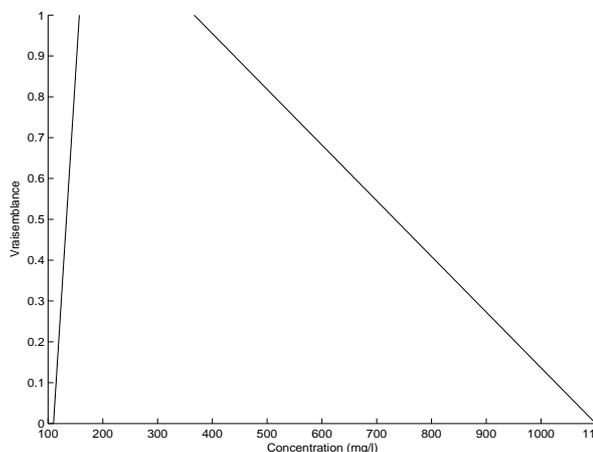


Figure 1: Distribution de possibilité trapézoïdale π_{C_s} pour C_s

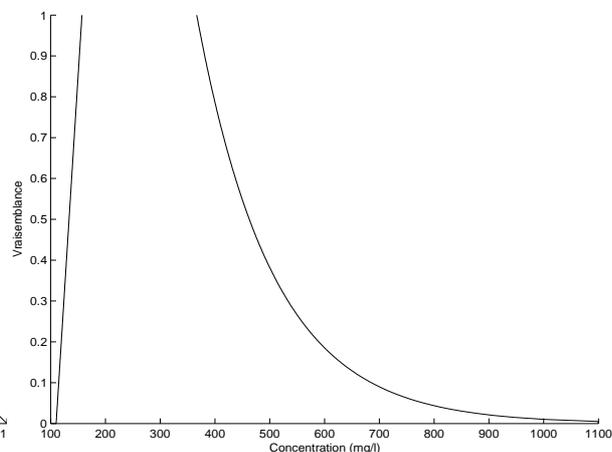


Figure 2: Distribution de possibilité convexe π_{C_s} pour C_s

de probabilités \mathcal{P}_{C_s} qui contient toutes les probabilités unimodales de Mode compris entre $[solubilité/7, solubilité/3]$ bornées par $[solubilité/10, solubilité]$ [2] dans le sens où :

$$\forall P \in \mathcal{P}, \forall A \subseteq [110, 1100], P(C_s \in A) \leq \Pi_{C_s}(A)$$

où \mathcal{P} est l'ensemble des probabilités unimodales de Mode compris entre $[157.1, 366.7]$ bornées par $[110, 1100]$ et Π_{C_s} est la mesure de possibilité associée à la distribution de possibilité π_{C_s} .

Cependant, on pourra exprimer le fait que les valeurs hautes situées en dehors du noyau sont considérées comme étant très peu vraisemblables (au vu des essais de percolation réalisés) en spécifiant une certaine convexité de la branche droite de la distribution de possibilité π_{C_s} (voir Figure 2). Si le choix du degré de convexité est relativement arbitraire, les conséquences sur les résultats seront nettement moindres que celles liées au choix d'une distribution de probabilité unique pour C_s malgré l'imprécision de l'information.

A titre comparatif, nous testerons la densité de probabilité trapézoïdale pour représenter cette connaissance afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

A noter qu'il sera fait l'hypothèse que la source émet à la concentration constante C_s pendant un temps très long. En effet, compte tenu de la masse déversée (une tonne) et des concentrations attendues, le temps nécessaire pour éliminer le polluant présent par lessivage est excessivement long. On se placera donc dans le cadre d'un régime stationnaire (source constante et de durée pseudo-infinie).

2.1.2 Débit d'infiltration Q .

Ce débit dépend du bilan hydrique (pluie efficace au travers de la zone source). La Figure 3 présente la distribution des fréquences relatives cumulées de la pluie brute, estimée à partir de 30 années de données météo provenant de la station de Toulouse-Blagnac. Afin de tenir compte du ruissellement et de l'évaporation, les données météo brutes seront multipliées par un facteur θ_Q où on propose de représenter θ_Q par l'intervalle $[1/4, 1/3]$. Nous testerons également la loi normale (voir Figure 4) qui a été calée à partir des données brutes après un traitement statistique. Pour obtenir le débit d'infiltration Q , les valeurs de

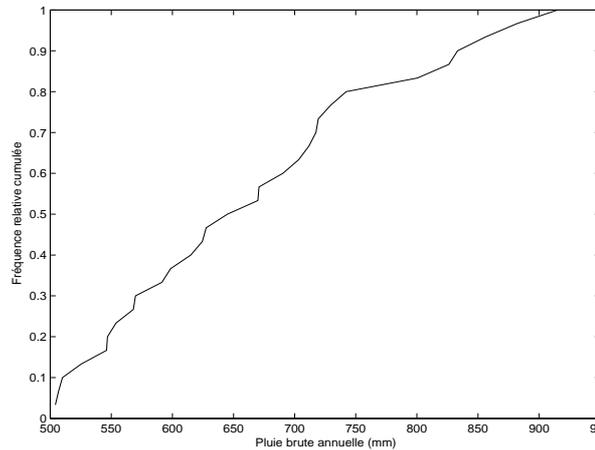


Figure 3: Fréquences relatives cumulées des pluies brutes annuelles. Historique sur 30 années.

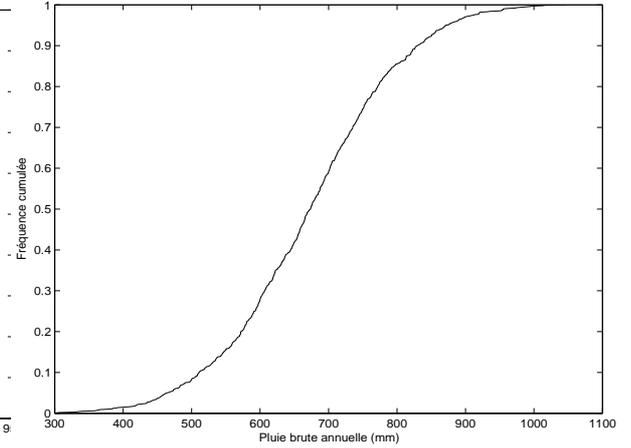


Figure 4: Fréquences relatives cumulées issue de la loi normale calée à partir des données de pluie brute annuelle.

pluies efficaces ($\theta_Q \times$ Pluie brute) sont multipliées par la surface d'infiltration ($7 \text{ m} \times 3 \text{ m}$).

Ainsi on :

$$Q = 7 \times 3 \times \theta_Q \times \text{Pluie brute}$$

La distribution uniforme sur $[1/4, 1/3]$ pour θ_Q sera testé à titre comparatif afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

2.2 Le vecteur

Le vecteur de contamination considéré est l'eau souterraine. On se place, compte tenu de la masse mobilisable, dans le cadre d'un régime stationnaire, et on s'intéresse à la concentration dans l'eau souterraine en un point situé à une distance de 300 m de la zone source.

Le "modèle" proposé est la solution analytique de Galya [11]. L'intérêt de ce modèle par rapport à d'autres solutions couramment utilisées dans un contexte d'évaluation des risques "eaux souterraines" (notamment la solution de Domenico [5]) réside dans le fait que la solution de Galya évite l'hypothèse (non physique) d'un mélange parfait entre le flux provenant de la zone source avec l'eau souterraine non polluée. Le schéma conceptuel sous-jacent à la solution de Galya est présenté en Figure 5. Ce schéma conceptuel est à comparer à celui de la solution

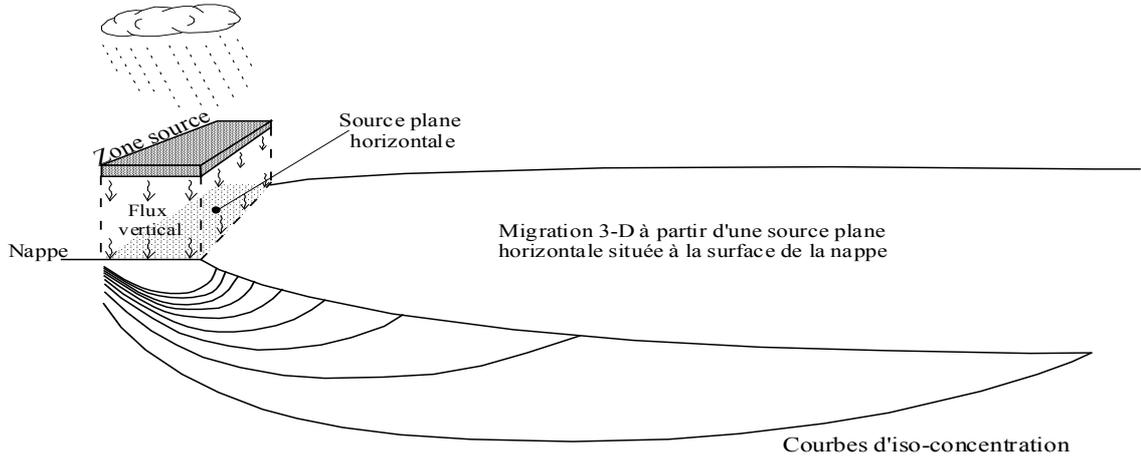


Figure 5: Schéma conceptuel correspondant à la solution de Gayla [11].

de Domenico [5] citée précédemment (Figure 6) et qui tend à surestimer l'effet de la dilution (mélange supposé instantané et parfait). La solution de Galya [11] fournit la concentration au point x, y, z et au temps t :

$$C(x, y, z, t) = \frac{1}{\phi R} \int_0^t F(\tau) X_o(x, t - \tau) Y_o(y, t - \tau) Z_o(z, t - \tau) T(t - \tau) d\tau$$

où :

- C = Concentration dans l'aquifère au point x, y, z et au temps t ($mg.l^{-1}$)
- X_o, Y_o, Z_o = fonctions de Green pour le transport dans les directions x, y et z
- t = Temps
- T = Fonction de dégradation : $T = C_o e^{-\lambda t}$ où λ = constante de dégradation (an^{-1}) et C_o = concentration à $t = 0$
- F = Flux massique à la surface de la nappe (sur l'aire $L \times B$) ($g.an^{-1}$)
- ϕ = Porosité de l'aquifère (sans unité)
- R = Facteur de retard dans l'aquifère (sans unité)
- τ = Variable d'intégration

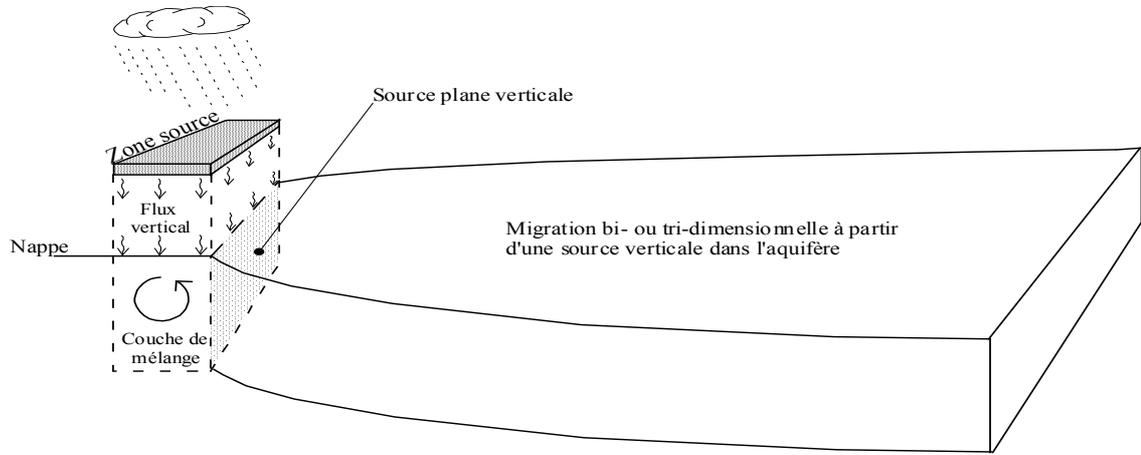


Figure 6: Modèle conceptuel souvent supposé dans les évaluations des risques "eaux souterraines".

Les fonctions de Green sont définies par :

$$X_o(x, t) = \frac{1}{2L} \left(\operatorname{erf} \left[\frac{L/2 + x - vt/R}{\sqrt{4D_x t/R}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{L/2 - x + vt/R}{\sqrt{4D_x t/R}} \right] \right)$$

$$Y_o(y, t) = \frac{1}{2B} \left(\operatorname{erf} \left[\frac{B/2 + y}{\sqrt{4D_y t/R}} \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{L/2 - y}{\sqrt{4D_y t/R}} \right] \right)$$

$$Z_o(z, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi D_z t/R}} e^{-\frac{z^2}{4D_z t/R}}$$

où :

- erf = la fonction erreur
- L = longueur de la zone source (dans la direction d'écoulement des eaux souterraines) (m)
- B = largeur de la zone source (dans la direction perpendiculaire à la direction d'écoulement des eaux souterraines) (m)
- v = vitesse de l'eau dans les pores ($m.an^{-1}$)
- D_x = coefficient de diffusion-dispersion longitudinale dans l'aquifère ($m^2.an^{-1}$)
- D_y = coefficient de diffusion-dispersion horizontale-transverse ($m^2.an^{-1}$)
- D_z = coefficient de diffusion-dispersion verticale-transverse ($m^2.an^{-1}$)

Comme on s'intéresse à la concentration en régime permanent, on attribue une valeur élevée au temps t , $t = 1000$ ans. Et on s'intéresse à la concentration dans l'axe du panache de pollution ($y = 0$) et à la surface de la nappe ($z = 0$).

Ci-dessous sont décrites les paramètres qui interviennent dans la solution de Galya.

2.2.1 Perméabilité de l'aquifère K ($m.s^{-1}$).

La perméabilité intervient dans le calcul de la vitesse de l'eau, au travers de la loi de Darcy

$$v = -\frac{Ki}{\phi}$$

où

- K = la perméabilité (ou conductivité hydraulique) ($m.s^{-1}$)
- i = le gradient hydraulique (sans unité)
- C'est la différence de charge hydraulique entre deux points que divise la distance séparant ces points
- ϕ = porosité de l'aquifère (sans unité)

(note : le signe moins est une convention : la vitesse est positive dans la direction du gradient négatif).

De nombreuses données témoignent d'une distribution log-normale de la perméabilité [16]. Mais la mise en évidence de la valeur de la distribution spécifique supposerait un nombre de mesures qui n'est pas réalisable dans la pratique. On supposera que sur la base de quelques (2 ou 3) mesures de la perméabilité dans des piézomètres et d'une dizaine de mesures en laboratoire, on arrive à une représentation de type distribution de possibilité (voir Figure 7) avec :

$$\begin{aligned} \text{Support} &= [10^{-5}, 10^{-4}] \text{ m.s}^{-1} \\ \text{Noyau} &= [3.10^{-5}, 6.10^{-5}] \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

A titre comparatif, nous testerons la densité de probabilité trapézoïdale pour représenter cette connaissance afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

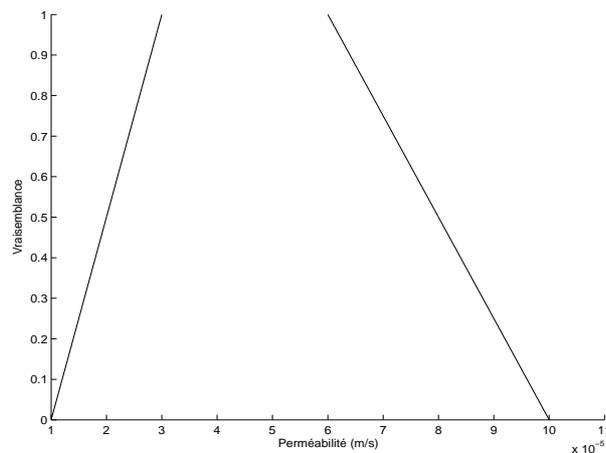


Figure 7: Distribution de possibilité trapézoïdale pour la perméabilité K ($m.s^{-1}$).

2.2.2 Gradient hydraulique i (-).

Ce gradient est déterminé par la mesure des niveaux d'eau dans des piézomètres. On représentera la connaissance de ce paramètre par l'intervalle min-max : $i \in [0.007, 0.01]$. la distribution uniforme sur $[0.007, 0.01]$ aurait été choisie dans le cadre classique de l'évaluation des risques, elle sera donc testée à titre comparatif afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

2.2.3 Porosité ϕ (-).

Comme précédemment, on représentera la connaissance de ce paramètre par un intervalle min-max : $\phi \in [0.22, 0.3]$. La distribution uniforme sur $[0.22, 0.3]$ sera testée à titre comparatif afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

2.2.4 Coefficients de dispersivité (-)

Ces paramètres entrent dans le calcul des coefficients de diffusion-dispersion. Compte tenu du niveau de perméabilité de l'aquifère, on négligera la contribution de la diffusion au coefficient D . On a donc :

$$D_x = \alpha_x v, \quad D_y = \alpha_y v, \quad D_z = \alpha_z v$$

où $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ sont les coefficients de dispersivité dans les directions x, y et z respectivement.

La manière " rigoureuse " de déterminer ces coefficients serait de réaliser un essai de traçage : un traceur est émis dans l'eau souterraine et l'évolution des concentrations en traceur en aval hydraulique est mesurée et calée à l'aide d'un modèle. Ce calage est obtenu en ajustant les valeurs de dispersivité.

Mais cette démarche n'est envisageable que dans un cadre de recherche. Dans la pratique des évaluations des risques, on sélectionne des valeurs en se basant sur les données de la littérature. Ces données montrent une corrélation entre l'échelle d'observation et la valeur de dispersivité. C'est à dire que si on s'intéresse à un panache de pollution sur une distance de 200 m par exemple, on utilisera une valeur de dispersivité longitudinale plus grande que si le panache a atteint une distance de 20 m. Les données compilées par Gelhar et al. [12] montrent bien cette corrélation (voir Figure 8). Bien que certains estiment que l'usage d'une dispersivité régionalisée

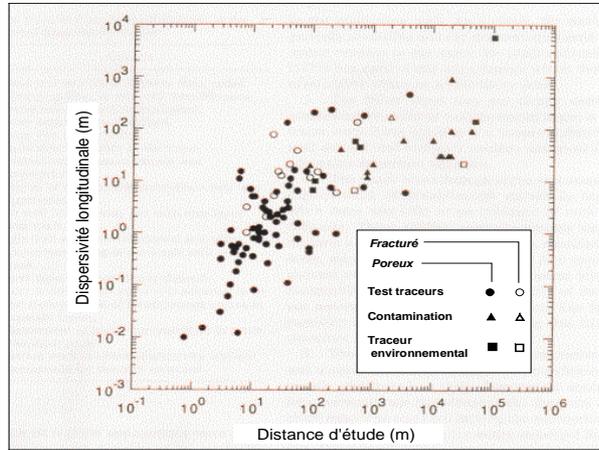


Figure 8: Dispersivité longitudinale α_x en fonction de la distance d'après Gelhar et al. [12]

n'est qu'un artefact de résolution numérique permettant de prendre en compte la succession d'hétérogénéités, le concept de régionalisation permet le développement de plusieurs formules de dispersivités longitudinales, parmi lesquelles les principales sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Neuman [19]} & \quad \alpha_x = 0.0175 \times (\text{Distance d'étude})^{1.46} \\ \text{Pickens et al. [20]} & \quad \alpha_x = 0.1 \times (\text{Distance d'étude}) \\ \text{Xu et al. [26]} & \quad \alpha_x = 0.83 \times [\log(\text{Distance d'étude})]^{2.414} \end{aligned}$$

La formule de Neuman (resp. Pickens et al., Xu et al.) donne une valeur de $\alpha_x = 72$ (resp. $\alpha_x = 30$ et $\alpha_x = 7$) pour une distance d'étude de 300 m. En se référant à ces informations et à la Figure 8 [12], nous décidons de représenter la connaissance sur la dispersivité longitudinale α_x par une distribution de possibilité π_{α_x} de support $[5,150]$ et avec un noyau égal à $\{50\}$. Comme pour la concentration C_s en TCE dans l'eau de percolation, nous considérons les valeurs proches des extrêmes du support $[5, 150]$ comme étant très peu vraisemblables en spécifiant une certaine convexité sur les branches de la distribution de possibilité π_{α_x} (voir Figure 9)

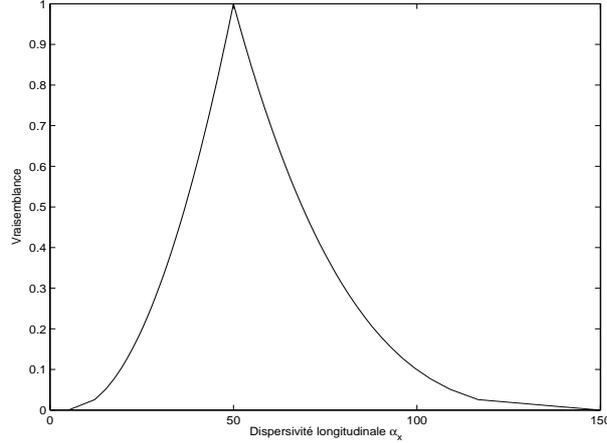


Figure 9: Distribution de possibilité π_{α_x} représentant la connaissance sur α_x

D'après Vance [25], la dispersivité horizontale transverse α_y correspond à a_1 fois la dispersivité longitudinale où $a_1 \in [0.1, 0.2]$.

De même, la dispersivité verticale transverse α_z correspond à a_2 fois la dispersivité longitudinale [25] où $a_2 \in [0.01, 0.02]$.

La distribution de probabilité de même forme que π_{α_x} sur $[5, 50, 150]$ aurait été choisie dans le cadre classique de l'évaluation des risques pour représenter l'information sur la dispersivité longitudinale α_x . Elle sera donc testée à titre comparatif afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste. Comme la dispersivité horizontale α_y et la dispersivité verticale α_z dépendent de la dispersivité longitudinale α_x , on impose la condition $\alpha_x > \alpha_y > \alpha_z$ lors de l'échantillonnage du Monte-Carlo afin d'éviter les combinaisons $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ physiquement impossibles.

2.2.5 Constante de décroissance du polluant dissous λ (an^{-1}).

C'est là un paramètre qui a une influence importante sur l'impact puisqu'il contribue à une véritable "disparition" du polluant (note : nous ferons abstraction ici des éventuels produits de dégradation). Les données de la littérature sont rares. Une demi-vie de 1653 jours est citée par Howard [14] pour le TCE. Cela donne une constante de dégradation de premier ordre $\lambda = 0.15 an^{-1}$. Compte tenu de l'incertitude importante sur ce paramètre, on supposera de manière sécuritaire un intervalle min-max avec min=un cinquième de cette valeur ($0.03 an^{-1}$) et max=($0.15 an^{-1}$), ie. $\lambda \in [0.03, 0.15]$.

Comme pour les autres paramètres La distribution uniforme sur $[0.03, 0.15]$ sera testée à titre comparatif afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

2.2.6 Facteur de retard $R (-)$

Ce facteur résulte de l'interaction entre le polluant dissous et la matrice solide du milieu poreux dans lequel il migre. Il dépend de la vitesse au travers de la porosité ϕ . Bien qu'on se place dans le cadre d'un régime de transport stationnaire, ce facteur a une influence dès lors qu'on inclut de la dégradation. Il est fonction du coefficient de partage sol-eau K_d :

$$R = 1 + \frac{\rho_s}{\phi} K_d$$

où ρ_s est la densité sèche du sol (poids de sol sec par unité de volume de sol humide ; $g.cm^{-3}$).

On supposera que sur la base de mesures d'isothermes d'adsorption (pour estimer le K_d) effectuées sur des sols prélevés sur le site, on arrive pour le K_d à un intervalle min-max=[0.4,1.2] $cm^3.g^{-1}$. De même, la distribution uniforme sur [0.4, 1.2] sera testée à titre comparatif. La densité sèche ρ_s peut être déterminée assez facilement. On prendra une valeur de 1.7 $g.cm^3$.

2.3 Synthèse

Pour résumer, on calcule une concentration de TCE en un point d'exposition situé à 300 m de la zone source dans l'axe du panache de pollution et à la surface de la nappe. Ce calcul fait appel à un modèle de transfert (la solution de Galya [11]) et à un scénario d'exposition (consommation d'eau souterraine pour l'eau de boisson). Le Tableau 1 synthétise les paramètres incertains du modèle.

Pour propager l'information de nature imprécise et de nature aléatoire à travers le modèle, nous allons utiliser deux méthodes, à savoir la méthode dite "hybride" [4] [10] [13], puis la méthode dite "homogène" (Dempster-Shafer) [3]. Ces deux méthodes nécessitent de connaître le minimum et le maximum de la concentration C_{pc} en TCE au point de conformité donnée par la solution de Galya [11]. Etant donnée l'expression analytique pour calculer la concentration C_{pc} , la monotonie de la concentration ne semble pas évidente à définir. Nous décidons donc d'utiliser un algorithme stochastique afin de déterminer le maximum et le minimum de la concentration C_{pc} . L'algorithme choisi est celui du Recuit Simulé [15]. Il est clair que pour minimiser une fonction dont on ne connaît pas la convexité, un algorithme de type gradient peut donner de très mauvais résultats. Si la fonction comporte beaucoup de minimas locaux, on est à peu près certain de rester bloqué sur l'un d'eux. La stratégie des algorithmes de recuit consiste, en effectuant une exploration aléatoire de l'espace d'état, à favoriser les descentes, mais sans interdire tout à fait les remontées. On suppose que notre espace d'état est fini après discrétisation de l'ensemble des contraintes.

Nous avons vu que des dépendances explicites existent entre certains paramètres. Il faudra en tenir compte lors de la procédure d'optimisation du Recuit Simulé et lors de l'échantillonnage du Monte-Carlo dans le cadre purement probabiliste. Nous avons ainsi :

$$\begin{aligned} \text{à } \phi \text{ fixé} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v = -\frac{Ki}{\phi} \\ R = 1 + \frac{\rho_s}{\phi} K_d \end{array} \right. \\ \text{à } \alpha_x \text{ fixé} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha_y = a_1 \times \alpha_x \text{ avec } a_1 \in [0.1, 0.2] \\ \alpha_z = a_2 \times \alpha_x \text{ avec } a_2 \in [0.01, 0.02] \\ \alpha_x > \alpha_y > \alpha_z \end{array} \right. \end{aligned}$$

Paramètre	Source d'information	Mode de représentation
Infiltration verticale au travers des sols pollués (pluie) déterminant le débit Q	Données Météo France	Loi de probabilité basée sur les données
Facteur de ruissellement et d'évaporation θ_Q déterminant le débit Q	Avis d'expert	Intervalle $[1/4, 1/3]$
Concentration C_s en TCE dissoute dans l'eau	Solubilité du polluant, littérature	Distribution de possibilité : support= $[110, 1100]$, noyau= $[157.1, 366.7]$
Conductivité hydraulique de l'aquifère K	Forages, géologie, essais laboratoires	Distribution de possibilité trapézoïdale : support= $[10^{-5}, 10^{-4}]$, noyau= $[3.10^{-5}, 6.10^{-5}]$
Gradient hydraulique i	Mesures piézométriques	Intervalle $[0.007, 0.01]$
Porosité ϕ	Mesures laboratoire	Intervalle $[0.22, 0.3]$
Dispersivité α_x	Littérature (Gelhar, Neumann ...)	Distribution de possibilité : support= $[5, 150]$ noyau= $\{50\}$
Dispersivité α_y	Littérature (Vance, D.B)	$a_1 \times \alpha_x$ où $a_1 \in [0.1, 0.2]$
Dispersivité α_z	Littérature (Vance, D.B)	$a_2 \times \alpha_x$ où $a_2 \in [0.01, 0.02]$
Constante de dégradation λ	Littérature	Intervalle $[0.03, 0.15]$
Coefficient de partage sol/eau K_d	Mesures d'isothermes d'absorption	Intervalle $[0.4, 1.2]$

Table 1: Tableau résumant les paramètres incertains du modèle et leur représentation

2.4 Présentation du Recuit Simulé pour les procédures d'optimisation du modèle

Nous rappelons que nous avons discrétisé l'ensemble des contraintes. Le Recuit simulé [6] [15] est un algorithme stochastique qui permet de déterminer des optimums de fonctions. La Table 2.4 présente la forme générale de l'algorithme du Recuit simulé. Pour fabriquer un acier de bonne qualité, on le recuit plusieurs fois en effectuant des fusions à des températures décroissantes. Le Recuit Simulé reprend cette idée.

Considérons une fonction $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ à minimiser et représentant l'énergie d'un système mécanique statistique où Ω est un espace d'état fini et $w \in \Omega$ est un état. La probabilité $P(w, w')$ pour que le système passe de l'état w à l'état w' à la température T est donnée par la distribution de Gibbs-Boltzmann $P(w, w') = e^{-\frac{f(w')-f(w)}{kT}}$ où k est la constante de Boltzmann. Quand T sera élevé (ce qui sera le cas initialement) un grand nombre de transformations (passage d'un état à un autre) seront acceptés. A l'inverse, quand T sera proche de zéro, seules les transformations avantageuses seront acceptées. La qualité de l'optimum de f dépend de la méthode utilisée pour décroître la température T . Il a été montré [6] qu'il existe une valeur K (dépendant du problème) pour laquelle une décroissance logarithmique de la température $T_n = \frac{K}{\log(n)}$ assure une convergence presque sûre vers l'optimum global. Cependant, pour une température minimale fixée T_{min} , le nombre d'itération pour atteindre T_{min} avec une décroissance logarithmique croît exponentiellement quand K diminue. Ainsi, pour une valeur faible de K , la recherche d'un optimum global par Recuit Simulé est équivalente à une recherche exhaustive dans tout l'espace d'états. Par conséquent, la méthode la plus souvent appliquée pour faire décroître la température est d'utiliser une suite géométrique décroissante : $T_n = r \times T_{n-1}$ pour $n > 1$ et $0 < r < 1$. Le choix de T_0 , T_{min} et r dépend du problème que l'on cherche à résoudre.

```

X = X0
T = T0
Tant que T > Tmin faire
  Y = tirage aléatoire d'un état voisin de X
  df = f(Y) - f(X)
  Si df > 0 alors // On ne rejette pas systématiquement la configuration augmentant l'erreur
    P = e-df/T
    A = Tirage aléatoire dans [0,1]
    Si A < P alors
      X = Y
    Fin si
  Sinon // on adopte la nouvelle configuration
    X = Y
  Fin si
  Décroissance de la température T
Fin tant que
retourne l'état X

```

Table 2: Algorithme du Recuit Simulé pour déterminer le minimum de f

En ce qui concerne notre problème, nous posons $r=0.99$ afin d'obtenir une décroissance de

```

X = X0
df0 = 0
dfmin = 100000
Pour n allant de 1 à 1000 faire
  Y = tirage aléatoire d'un état voisin de X
  dftp = f(Y) - f(X)
  Si dftp < 0 alors
    dftp = -dftp
  Sinon
    dftp = dftp
  Fin si
  Si dftp < dfmin alors
    dfmin = dftp
  Fin si
  df0 = df0 + dftp
  X = Y
Fin Pour
retourne dfmin et df0

```

Table 3: Algorithme permettant d'initialiser T_0 et T_{min}

T assez lente. Nous choisissons T_0 et T_{min} de sorte que

$$T_0 = -\frac{df_0/n}{\log(p_0)} \text{ avec } p_0 \text{ proche de } 1$$

où df_0 est défini à partir de l'algorithme présenté dans la Table 2.4 correspondant à la somme de n différences entre deux combinaisons aléatoires où $n = 1000$. Ce choix permet d'obtenir une probabilité élevée $P = e^{-\frac{df}{T_0}}$ au début de l'algorithme du recuit simulé quand on a $df > 0$ et ainsi d'accepter de nouvelles configurations.

$$T_{min} = \frac{df_{min}}{\log(p_1)} \text{ avec } p_1 \text{ proche de } 0$$

où la valeur df_{min} est déterminée à partir de l'algorithme présenté dans la Table 2.4 correspondant à la recherche de la valeur minimale de la concentration parmi 1000 combinaisons aléatoires.

3 Etudes des incertitudes sur le modèle de la concentration

Dans cette Section, l'incertitude sur le scénario d'exposition va être traitée en considérant les 2 modes de représentation de l'incertitude sur les paramètres.

- La variabilité, dûe au caractère aléatoire de l'information sur la pluie brute.
- L'ignorance partielle liée au caractère imprécis de l'information relative aux autres paramètres.

Dans un premier temps, nous calculons le minimum et le maximum du modèle considéré à l'aide du Recuit Simulé présenté dans la Section 2.4 répondant au principe de précaution. Cette approche permet de définir les cas extrêmes mais n'est pas suffisamment informative compte

tenu de notre état de connaissance sur les paramètres.

Dans un deuxième temps, nous supposons toute l'information concernant les paramètres de nature aléatoire et nous propageons celle-ci à travers le modèle considéré en utilisant la technique de Monte-Carlo avec hypothèse d'indépendance stochastique entre les paramètres (cadre purement probabiliste).

Pour finir, nous propageons l'information à travers le modèle considéré en essayant de rester fidèle à l'information réellement disponible et ainsi prendre en considération l'information de nature imprécise. Les méthodes de propagations utilisées seront la méthode dite "hybride" [4] [13] et "homogène" [3] combinant imprécision et variabilité.

Le but est de montrer les effets de la modélisation de la connaissance imprécise sur le résultat de la concentration C_{pc} au point de conformité comparativement au cadre purement probabiliste. Le point de conformité est défini à 300 m à l'aval hydraulique de la source, dans l'axe du panache et à la surface de la nappe, correspondant à la coordonnée (301.5,0,0,1000).

3.1 Calcul d'intervalles

Tous les paramètres sont modélisés par des intervalles (min-max), puis on calcule les extrêmes de la concentration C_{pc} à l'aide de la procédure d'optimisation du Recuit Simulé de la Section 2.4. Cette méthode permet d'obtenir un encadrement (min-max) de la concentration C_{pc} sans pour autant nous informer dans quelle mesure on peut atteindre telle ou telle valeur à l'intérieur de cet encadrement.

Le Tableau 4 présente le maximum et le minimum de la concentration C_{pc} en TCE au point de conformité (301.5,0,0,1000). Nous rappelons que la vitesse v et le facteur de Retard R (voir

	Contraintes des valeurs
F ($g.an^{-1}$)	[323.61,7046.193]
λ (-)	[0.15,0.03]
ϕ (-)	[0.3,0.22]
v ($m.s^{-1}$)	$[\frac{2.21}{\phi}, \frac{31.54}{\phi}]$
R (-)	$[1 + \frac{0.68}{\phi}, 1 + \frac{2.04}{\phi}]$
α_x (-)	[5.00, 150.00]
α_y (-)	$[0.1\alpha_x, 0.2\alpha_x]$
α_z (-)	$[0.01\alpha_x, 0.02\alpha_x]$
C_{pc} $\mu g.l^{-1}$	[0, 957]

Table 4: Résultat du maxima et du minima de la concentration C_{pc} en TCE au point de conformité (301.5,0,0,1000) à l'aide du Recuit Simulé.

Section 2.3) dépendent de la porosité ϕ . Ainsi, pour une valeur fixée de ϕ , l'optimum potentiel (pour ce ϕ fixé) sera atteint pour une vitesse $v \in [\frac{2.21}{\phi}, \frac{31.54}{\phi}]$ et un retard $R \in [1 + \frac{0.68}{\phi}, 1 + \frac{2.04}{\phi}]$. Il en est de même pour les coefficients de dispersivité α_x , α_y et α_z . Nous remarquons que la concentration minimale en TCE est nulle. Ceci est principalement dû à la valeur haute que peut atteindre le facteur de Retard $R = 10.27$ et à la présence de dégradation.

3.2 Calcul purement probabiliste

L'incertitude sur les paramètres du modèle, dans ce paragraphe, sera uniquement due au caractère aléatoire (supposé) de l'information (incertitude=variabilité). Nous utilisons la technique dite Monte-Carlo avec hypothèse d'indépendance pour estimer la concentration C_{pc} . La Figure 10 permet de mettre en évidence que l'utilisation des mesures pour la pluie annuelle ou de la loi normale calée sur les données fournit des résultats similaires. Par conséquent, nous décidons pour la suite de cette étude de travailler uniquement avec la pluie efficace déduite des mesures de la pluie. La Figure 11 représente la probabilité que la concentration en TCE dé-

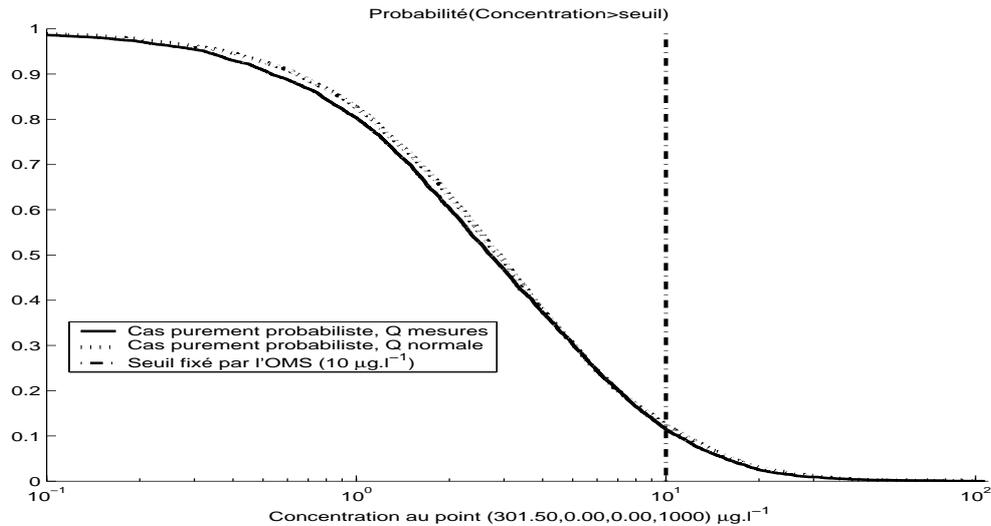


Figure 10: Comparatif des résultats sur la concentration C_{pc} selon la loi de probabilité utilisée (mesures - normale) sur la pluie déterminant la pluie efficace Q (voir Section 2).

passer un certain seuil et permet de faire une première comparaison avec l'approche sécuritaire consistant à déterminer les valeurs extrêmes (voir Section 3.1).

La variabilité des résultats concernant la concentration C_{pc} en TCE peut se caractériser par l'intervalle $[F_{C_{pc}}^{-1}(0.5), F_{C_{pc}}^{-1}(0.95)]$ où $F_{C_{pc}}$ est la fonction de répartition (probabilité cumulée) de la concentration C_{pc} . La Table 5 répertorie les fractiles à 5% et 95% de la concentration C_{pc} . L'approche sécuritaire nous informe que la concentration C_{pc} est certaine de se trouver dans l'intervalle $[0, 957] \mu g.l^{-1}$ alors que l'approche probabiliste nous informe que la concentration C_{pc} se trouve dans l'intervalle $[0.33, 15.57] \mu g.l^{-1}$ avec une probabilité de 90%. Nous avons donc une diminution de l'incertitude de 98% sur la concentration C_{pc} si l'on fixe notre prédiction à 90%. Nous pouvons également dire que la probabilité de dépasser le seuil fixé par l'OMS ($C_{pc} = 10 \mu g.l^{-1}$) est de 12% seulement. Toutes ces affirmations sont toutefois contestables dans la mesure on a supposé que toute l'incertitude sur les paramètres pouvaient être représentée par des distributions de probabilité uniques.

3.3 Calcul "hybride" et "homogène" combinant (imprécision - variabilité)

Nous considérons à présent que l'information, sur les paramètres $\theta_Q, C_s, K, i, \phi, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \lambda, K_d$ n'est plus de nature aléatoire mais de nature imprécise. Ces paramètres seront donc

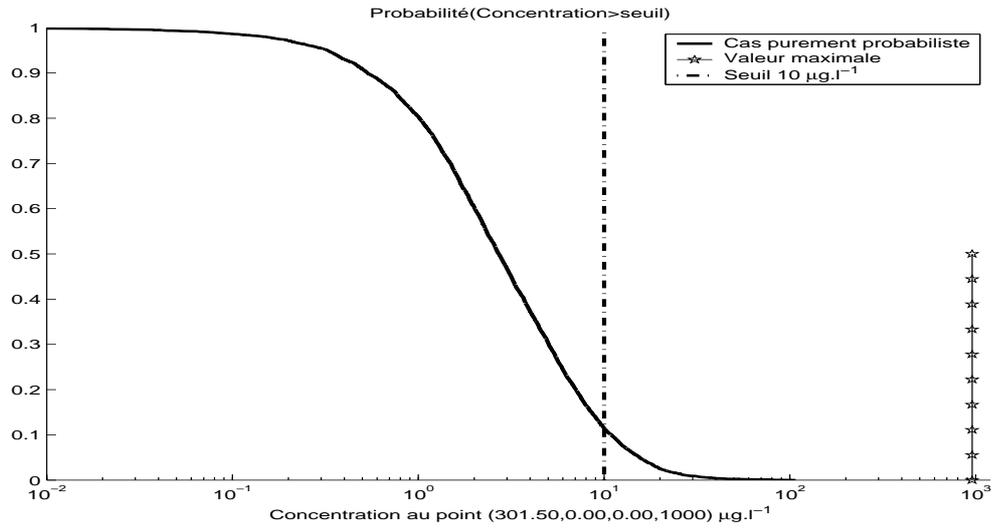


Figure 11: Comparatif sur la concentration C_{pc} en TCE entre un traitement purement probabiliste et un traitement sécuritaire (Intervalle).

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.33	15.57	47

Table 5: Fractiles de la concentration C_{pc} en $\mu\text{g.l}^{-1}$ dans le cadre purement probabiliste.

modélisés à l'aide d'un intervalle ou d'une distribution de possibilité qui sera plus cohérente avec notre état de connaissance sur ceux-ci. Nous allons donc combiner de l'information de nature aléatoire au travers de la pluie et de l'information de nature imprécise au travers des paramètres cités précédemment à l'aide du calcul "hybride" puis du calcul "homogène".

- La méthode "hybride" [13]. Dans cette méthode on modélise les dépendances entre les incertitudes stochastiques par des corrélations quand elles sont connues ou par une hypothèse d'indépendance. Pour les incertitudes épistémiques, on considère une dépendance totale sur les sources d'information des variables possibilistes : on va associer les valeurs des variables possibilistes prises au même niveau de confiance pour le calcul du risque. Enfin, on prend une hypothèse d'indépendance entre les incertitudes stochastiques et épistémiques.
- La méthode "homogène" [3]. On se ramène dans le cadre homogène de Dempster-Shafer [22] où toute probabilité et toute possibilité peut se représenter à l'aide d'une fonction de croyance. A la différence de la méthode "hybride", on prend une hypothèse d'indépendance entre les sources d'information des variables possibilistes. Cette méthode conduit donc à une incertitude plus faible sur les résultats que la méthode hybride. Par contre, l'incertitude sur le résultat est supérieure à celle obtenue par une modélisation purement probabiliste car modéliser les incertitudes épistémiques par une distribution de possibilité revient à relâcher l'hypothèse sur la forme de la distribution de probabilité.

3.4 Les effets du caractère imprécis de l'information sur le calcul de la concentration C_{pc} en TCE

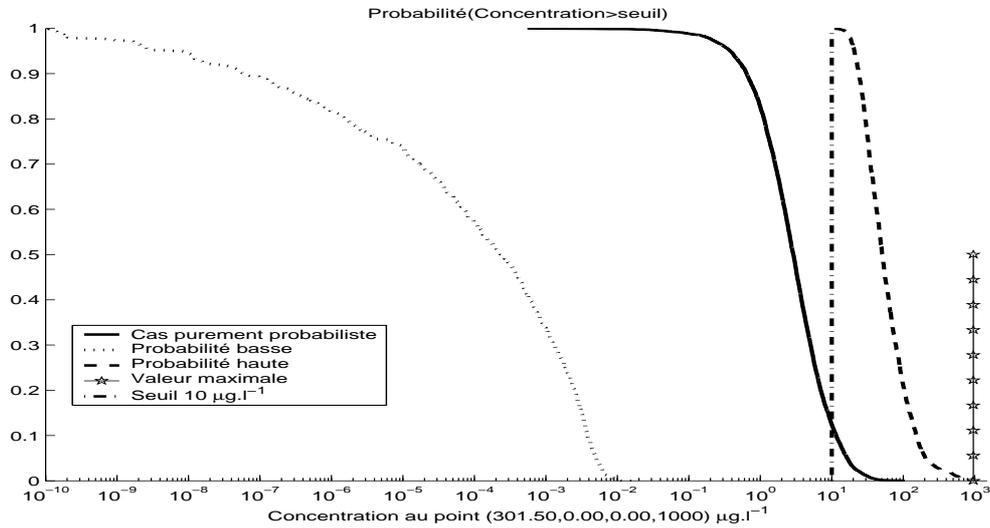


Figure 12: Impacts sur les probabilités de la concentration selon que l'on considère que l'information, sur C_s , K , i , ϕ , α_x , α_y , α_z , λ et K_d , est de nature aléatoire ou imprécise.

Nous considérons en premier lieu que la concentration C_s est représentée par la distribution de possibilité trapézoïdale (voir Figure 1). La Figure 12 permet d'observer les effets sur l'incertitude du modèle de la concentration C_{pc} en TCE au point de conformité selon que l'on

se place dans le cadre purement probabiliste ou dans le cadre où l'on tient compte du caractère imprécis de l'information. L'incertitude sur la concentration n'est plus uniquement due à de la variabilité mais est due à de la variabilité plus de l'imprécision. L'écart entre la probabilité haute et la probabilité basse reflète le caractère imprécis sous les conditions de (in)dépendances imposées dans le cadre de la méthode "hybride". Ainsi, à l'aide de la Table 6, on remarque que l'incertitude totale augmente de plus de 1235% dans le cadre du calcul "hybride". Dans le cadre purement probabiliste, nous aurions conclut que la probabilité de dépasser $10 \mu g.l^{-1}$ aurait été de 12%. Or dans le cadre de la méthode "hybride" où l'on tient compte du caractère imprécis de l'information, la seule chose que l'on puisse conclure est que cette probabilité se trouve entre 0 et 1. Ainsi, la probabilité que la concentration en TCE au point de conformité dépasse $10 \mu g.l^{-1}$ peut potentiellement atteindre 1 et on n'est absolument pas certain d'être en dessous de $10 \mu g.l^{-1}$. C'est à dire qu'il est tout à fait possible que :

$$P(\text{concentration en TCE} > 10 \mu g.l^{-1}) = 1$$

ce qui est jugé inacceptable en terme d'impact sur l'environnement.

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.33	15.57	47
Probabilité basse	$8e10^{-9}$	$5e10^{-3}$	$2e10^{10}$
Probabilité haute	20.7	203.5	

Table 6: Fractiles de la concentration C_{pc} en $\mu g.l^{-1}$.

3.5 Les effets de la convexité de C_s sur l'incertitude de concentration C_{pc} en TCE

Dans cette sous section, nous allons mettre en évidence que le fait de rajouter de la connaissance en jouant sur la convexité de la distribution de possibilité π_{C_s} (voir Figure 2) réduit l'écart entre la probabilité haute et basse. En effet, une certaine convexité imposée sur la branche droite de π_{C_s} , rendant ainsi la distribution de possibilité π_{C_s} plus informative, aura pour conséquence de fournir des résultats sur la concentration C_{pc} plus informatifs. La Figure 13 met en évidence les effets de la convexité de la concentration dans l'eau de percolation C_s dans la méthode "hybride". Nous pouvons observer que l'écart entre les probabilités haute et basse se resserre un peu quand la représentation de C_s est plus informative due à sa convexité à droite. Ceci semble naturel dans le sens où plus on est informatif et plus on obtient des résultats précis.

3.6 Les effets de la méthodologie choisie ("hybride"- "homogène") sur l'incertitude de la concentration C_{pc}

Cette section permet de mettre en évidence que l'incertitude sur la concentration C_{pc} diffère selon la méthode choisie ("hybride" ou "homogène") due notamment aux (in)dépendances imposées par chacune d'elle.

La Figure 14 permet de comparer les deux méthodes de propagation sous les conditions de (in)dépendances qui leur sont propres. Nous pouvons remarquer à l'aide de la Table 7 une diminution de l'incertitude de 14% dans le cadre de la méthode "homogène" comparativement à la méthode "hybride". Quelque soit la méthode utilisée, la probabilité que la concentration en TCE au point de conformité dépasse $10 \mu g.l^{-1}$ peut potentiellement atteindre 1 et on n'est

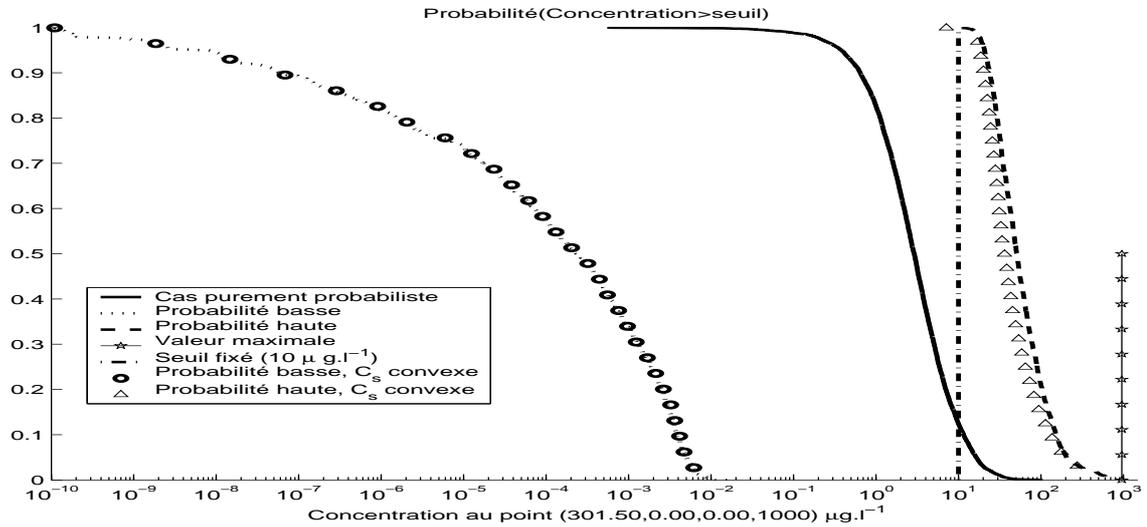


Figure 13: Impacts sur les probabilités de la concentration selon que l'on considère que l'information, sur θ_Q , C_s , K , i , ϕ , α_x , α_y , α_z , λ K_d , est de nature aléatoire ou imprécise et que la distribution de possibilité représentant C_s soit convexe à droite ou non.

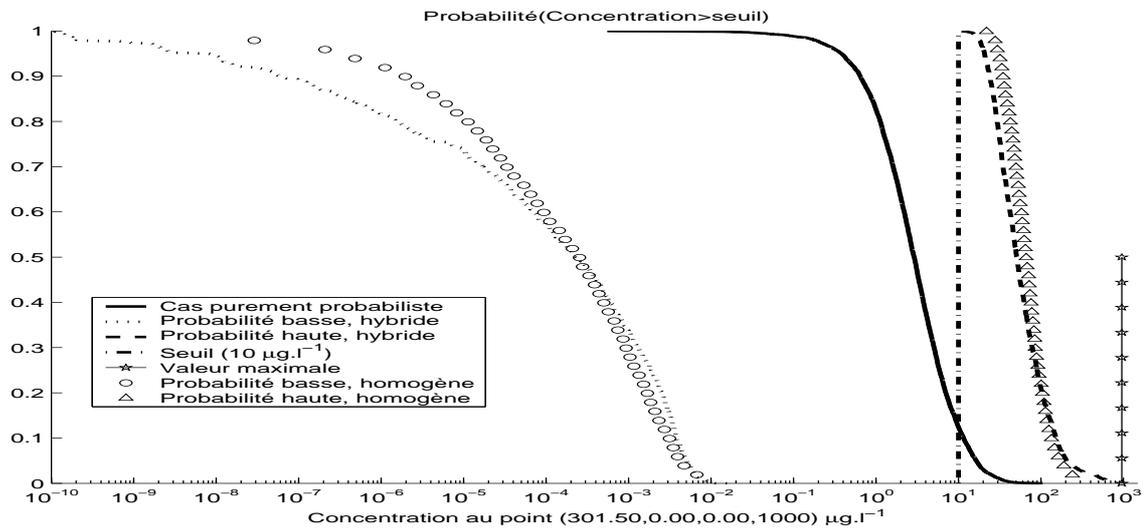


Figure 14: Impacts sur les probabilités de la concentration selon la technique de propagation utilisée.

absolument pas certain d'être en dessous de $10 \mu g.l^{-1}$. C'est à dire qu'il est tout à fait possible que :

$$P(\text{concentration en TCE} > 10 \mu g.l^{-1}) = 1$$

ce qui est jugé inacceptable en terme d'impact sur l'environnement.

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.33	15.57	47
Probabilité basse, hybride	$8e10^{-9}$	$5e10^{-3}$	$2e10^{10}$
Probabilité haute, hybride	20.7	203.5	
Probabilité basse, homogène	$3e10^{-7}$	$4e10^{-3}$	$6e10^8$
Probabilité haute, homogène	30.5	175	

Table 7: Fractiles de la concentration C_{pc} en $\mu g.l^{-1}$.

4 Conclusion

Cet exemple illustre les conséquences de l'utilisation de probabilité unique pour représenter notre état de connaissance sur les paramètres. Des théories alternatives comme les possibilités ou les fonctions de croyance permettent de définir des familles de probabilité et ainsi de mieux tenir compte du caractère souvent imprécis de notre information.

Le calcul d'intervalles répond au principe de précaution mais est peut être trop conservatif et pas assez discriminant compte tenu de l'information disponible souvent plus riche qu'un intervalle. A l'opposé, le calcul purement probabiliste peut générer des résultats trop optimistes dû au fait que l'on a modélisé de l'imprécision par de la variabilité. Ainsi, on conclut dans cette étude que l'on est sûr à 12% de dépasser le seuil fixé par l'OMS ($10 \mu g.l^{-1}$).

Les méthodes "hybride" et "homogène" permettent de prendre en considération de l'information de nature hétérogène (imprécision-variabilité) et de la propager à travers des modèles mathématiques. Le caractère imprécis de l'information ne permet plus d'obtenir une probabilité unique mais un encadrement de celle-ci. L'écart entre la probabilité haute et basse reflète notre état d'ignorance partielle sur les paramètres. Ainsi, il est tout à fait possible que la probabilité de dépasser $10 \mu g.l^{-1}$ soit égale à 1 ce qui n'est pas acceptable.

Tenir compte du caractère imprécis de l'information peut avoir un réel impact pour la phase décisionnelle. Supposons que la probabilité haute de dépasser un seuil fixé par les experts soit non négligeable comparativement au cadre purement probabiliste qui la jugerait quasi nulle. Le résultat obtenu par le calcul purement probabiliste est contestable dans le sens où l'on a été obligé de rajouter de l'information (sans justification) sur certains paramètres afin de leur affecter une probabilité unique comme représentant. Il serait alors peut être préférable de refaire quelques investigations de terrain afin d'obtenir plus d'information concernant les paramètres et réduire ainsi l'écart entre la probabilité haute et basse. Au contraire si la probabilité haute de dépasser le seuil est quasi nulle, cela nous réconforte dans le choix de ne pas dépolluer le site dans le sens où nous sommes restés fidèles à l'information réellement disponible.

References

- [1] Standard guide for risk-based action at petroleum release sites. *American Society for Testing and Materials, E1739095, Philadelphia, USA.*
- [2] Baudrit, C., D. Dubois, H. Fargier, H. (2004) - Practical representation of incomplete probabilistic information. *Advances in Soft Computing :Soft Methods of Probability and Statistics conference, Oviedo*, pp.149-156.
- [3] Baudrit, C., Dubois, D., Fargier, H.(2003) - Propagation of Uncertainty involving Imprecision and Randomness. *Proc.3^d European Conference on Fuzzy Logic and Technology, Zittau (Germany)*, pp.653-658.
- [4] Baudrit, C., Dubois, D., Guyonnet, D., Fargier H. (2004) - Joint Treatment of imprecision and Randomness in Uncertainty Propagation. *Proc. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Perugia*, pp.873-880.
- [5] Domenico, P. (1987) - An analytical model for multidimensional transport of a decaying contaminant species. *Journal of Hydrology*, v.91, pp.49-58.
- [6] Duflo, M. Algorithmes stochastiques. *Mathématiques et Applications*, Springer-Verlag, 1996.
- [7] Dubois, D., H. T. Nguyen, H. T., Prade, H. (2000) - Possibility theory, probability and fuzzy sets : misunderstandings, bridges and gaps. *Fundamentals of Fuzzy Sets*, Dubois,D. Prade,H., Eds : Kluwer , Boston, Mass, pp.343-438.
- [8] Feenstra, S., Cherry, J. (1988) - Subsurface contamination by dense non-aqueous phase liquid (DNAPL) chemicals. Dans : *Proceedings of the International Groundwater Symposium, International Association of Hydrogeologists*, May 1-4, Halifax, Nova Scotia, Canada.
- [9] Ferson, S., L.R. Ginzburg, L.R. (1996) - Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Reliability Engineering and Systems Safety*, v.54, pp.133-144.
- [10] Ferson, S., Ginzburg, L.R. (1995) - Hybrid Arithmetic. *Proceedings of ISUMA-NAFIPS'95, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, California*, pp.619-623.
- [11] Galya, D. (1987) - A horizontal plane source model for groundwater transport. *Ground Water*, V.25, no.6, pp.733-739.
- [12] Gelhar, L., Welty, C., Rehfeldt, K. (1992) - A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers. *Water Resources Research*, v.28, no.7, pp.1955-1974.
- [13] Guyonnet, D., Bourguine, B., Dubois, D., Fargier, H., Côme, B., Chilès, J.P. (2003) - Hybrid approach for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering*, v.126, pp.68-78.
- [14] Howard, P. (1989) - Handbook of environmental degradation rates. *Lewis Publishers, Chelsea, Michigan USA.*
- [15] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, 671-680, 1983.
- [16] Kosugi, K. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 32(9), 2697-2703, 1996.
- [17] Labieniec, P.A., D.A. Dzombak, and R.L. Siegrist. Evaluation of Uncertainty in a Site - Specific Risk Assessment. *J. Environmental Engineering*, 123(3) :234-243, 1997.
- [18] McNab, W., Rice, D., Bear, J., Ragaini, R., Tuckfield, C., Oldenburg, C. (1999) - Historical case analysis of chlorinated volatile organic compound plumes. *Rapport du Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL-AR-133361, Californie, USA.*
- [19] Neuman S.S.P. (1990) - Universal Scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geologic media. *Water Resources Research*, v. 26, no. 8, pp.1749-1758.

- [20] Pickens J.F., G.E. Grisak. (1981) - Scale-dependence dispersion in a stratified granular aquifer. *Water Resources Research*,v.17, no.4, pp.1191-1211.
- [21] Schuille, F. (1988) - Dense Chlorinated Solvents. *Lewis Publishing, Chelsea, Michigan, USA*.
- [22] G. Shafer. A Mathematical Theory of Evidence. *Princeton University Press*, 1976.
- [23] USEPA (2001) - Trichloroethylene health risk assessment : synthesis and characterization (external review draft). *USEPA EPA/600/P-01/002A. U.S. Environmental Protection Agency, Office of Research and Development, National Center for Environmental Assessment, Washington Office, Washington, DC*.
- [24] USEPA (1998) - Risk Based Concentration Table. *Superfund Technical Support Section, USEPA Region III. Philadelphia, PA. October 1998*.
- [25] Vance, D.B. The 4 Technology Solutions. Natural Attenuation Part IV : Transverse Dispersion As The Natural Driving Force. [http ://2the4.net/natat4disp.htm](http://2the4.net/natat4disp.htm).
- [26] Xu M., Eckstein Y. (1995) - Use of Weighted Least-Squares Method in Evaluation of the Relationship Between Dispersivity and Field Scale. *Groundwater*, v.33, no.6.

Annexe C

Cas « Pollution au Plomb »

ETUDE DE CAS - POLLUTION AU PLOMB

Cédric Baudrit

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
Université Paul Sabatier
e-mail: baudrit@irit.fr

Dominique Guyonnet

Service Environnement et Procédés
BRGM
e-mail: g.guyonnet@brgm.fr

Hafid Baroudi

Direction des Risques Chroniques, Déchets et sites Pollués
INERIS
e-mail: Hafid.Baroudi@ineris.fr, Sebastien.Denys@ineris.fr

Sébastien Denys

1 Introduction

Ce chapitre concerne une évaluation des risques associés à une ancienne fonderie de plomb. L'exploitation de cette fonderie qui a débuté en 1870 a principalement concerné la fabrication de plaques de cheminée, de carters, de matériel agricole, batteries, la récupération et transformation de métaux non ferreux ainsi que la fabrication de pigments pour peintures anticorrosion. Le rapport [2] indique également que 50 tonnes de rouleaux de cuivre provenant du centre CEA/CESTA auraient été brûlés à même le sol et que 200 kg de plomb en provenance du CEA auraient été fondus ponctuellement. A partir de 1984, les structures de l'ancienne fonderie sont progressivement détruites.

Les principaux procédés et activités associés au fonctionnement de la fonderie de plomb pouvant avoir un impact sur l'environnement sont :

- les eaux de traitement (chargées en plomb) stockées dans un petit bassin de décantation qui a connu plusieurs débordements en période de fortes précipitations.
- Le relargage à partir des cheminées de la fonderie des fumées et poussières non traitées impliquant une redéposition du plomb en surface des sols et sur les végétaux et ainsi la possibilité pour les populations d'inhaler le plomb véhiculé par ces poussières.
- La démolition de l'usine avec le brûlage sur site des matériaux souillés par le plomb ayant pour conséquence la redéposition du plomb sous forme de poussière sur le site et dans son environnement immédiat. Le plomb reste le principal polluant sur le site même si l'on trouve d'autres métaux à un degré moindre comme le cadmium, le cuivre, l'étain et l'arsenic.

En juillet 1997, le site clôturé, disposant d'une habitation, semble avoir été loué. Par ailleurs, il est signalé l'existence à court terme d'un projet d'occupation du site correspondant à une utilisation de la maison d'habitation et à la plantation d'arbres dans une partie du site. Un arrêté préfectoral d'exécution d'office en date du 16 décembre 1996, a confié à l'ADEME la mission de préciser l'impact du site et d'étudier différents scénarios de réhabilitation. Un des objectifs de la réhabilitation du site était la réduction de l'impact de la pollution des sols de surface en se fixant un seuil de dépollution pour la concentration de plomb dans le sol.

Pour évaluer les risques associés au site, dans l'état actuel, nous allons considérer que le site est utilisé pour l'habitat particulier. La voie d'exposition que nous allons considérer est

la possibilité d'ingestion de sols contenant du plomb. Ce scénario concerne les enfants qui, par exemple, en jouant peuvent ingérer directement les sols, soit volontairement soit accidentellement. Ils concernent les enfants lorsque en séjournant en plein air des particules du sol sont déposées sur des membres (mains le plus souvent) et d'une façon plus générale tout corps pouvant être mis au contact de la bouche. Le scénario d'exposition, ingestion directe des sols, est le seul retenu dans cette étude car il représente la contribution dominante dans le calcul de dose totale ??.

L'ingestion de sol, pollué par des retombées de plomb, peut s'évaluer à l'aide de l'équation suivante [7] [12]

$$D_{sol} = \frac{(C_{sol} \times Ir_{sol} \times (Fi_{interieur} + Fi_{exterieur}) \times (Efsol_{interieur} + Efsol_{exterieur}) \times Ed)}{Bw \times At \times 10^6}$$

- D_{sol} : La dose relative à l'ingestion de sol ($mg\ Pb/[kg\ \text{poid corporel} \cdot \text{jour}]$)
- C_{sol} : La concentration en polluant dans le sol (mg/kg)
- Ir_{sol} : Taux d'ingestion de sol ($mg\ sol/jour$)
- Fi : Fraction de sol ingérée(-)
- $Efsol$: Fréquence d'exposition (jours/an)
- Ed : durée d'exposition (ans)
- Bw : Poids de l'individu (kg)
- At : Période sur laquelle l'exposition est moyennée (jours)

Le risque se caractérise par un indice de risque IR qui est le ratio entre la dose D_{sol} de plomb absorbée par l'être humain par la voie d'exposition "ingestion de sol" et la valeur toxicologique de référence (VTR) du plomb pour la voie d'ingestion. Cette dernière valeur, fixée par l'Organisation Mondiale de la Santé (O.M.S), est égale à :

$$VTR = 3.5\mu g\ Pb/[kg(\text{poid corporel}) \cdot \text{jour}]$$

L'indice de risque est :

$$IR = D_{sol}/VTR$$

A partir de la dose ingérée D_{sol} , on peut également calculer la plombémie ($[Pb]$) attendue (concentration du plomb dans le sang) chez une personne qui est exposée à la teneur en plomb dans le sol par la relation [11] :

$$[Pb] = D_{sol} \times 1.6 \tag{1}$$

avec

- $[Pb]$: Plombémie attendue ($\mu g \cdot dl^{-1}$)
- 1.6 : Relation d'exposition - plombémie définie par l'O.M.S. ($\mu g \cdot l^{-1}$ par $\mu g \cdot j^{-1}$)

La connaissance concernant ces paramètres est typiquement entachée d'incertitude de deux natures différentes. La première source d'incertitude provient du caractère aléatoire de l'information, on parle alors d'incertitudes de variabilité ou d'incertitudes stochastiques. La seconde source d'incertitude est liée au caractère imprécis de l'information. On parle alors d'incertitudes épistémiques. L'information de nature aléatoire est représentée rigoureusement par des distributions de probabilité alors que l'information de nature incomplète ou imprécise est mieux représentée par des familles de probabilités au moyen de distributions de possibilité [3] [6]

(aussi appelées intervalles flous). En utilisant la théorie de Dempster-Shafer [14], l'ensemble des sources d'incertitudes (stochastiques ou épistémiques) est représenté sous forme de fonctions de croyance (généralisation de la notion de densité de probabilité ou de possibilité).

Dans la Section 2, nous proposons une représentation mathématique selon la nature de l'information (variabilité-imprécision) concernant chacun des paramètres du modèle (calcul de dose).

Dans la Section 3, nous traitons l'incertitude de la dose, et par conséquent celle de la plombémie en effectuant un calcul min-max calculant les valeurs extrêmes du modèle et répondant ainsi au principe de précaution. Nous traitons ensuite l'incertitude dans un cadre purement probabiliste où toute l'information concernant les paramètres est supposée être de nature aléatoire. Nous considérons dans un premier temps les valeurs de teneur en plomb C_{sol} recueillies sur le site puis dans un deuxième temps le seuil de dépollution fixé pour la réhabilitation du site. Nous pourrions ainsi dans cette deuxième phase observer si le seuil de dépollution fixé est suffisant pour la réhabilitation du site dans le cadre où l'information a été supposée de nature aléatoire. Pour finir, nous traitons l'incertitude sur la dose après réhabilitation du site (ie en se rapprochant de la valeur de dépollution pour C_{sol}) en prenant en compte le caractère aléatoire et imprécis de l'information à l'aide de 4 méthodes de propagation :

- Méthode dite "hybride" [4] [10] combinant du Monte-Carlo avec du calcul possibiliste.
- Méthode dite "homogène" [5] à l'aide de la théorie de Dempster-Shafer [14].
- Méthode dite "homogène conservatrice" [5] à l'aide de la théorie de Dempster-Shafer [14] avec optimisation.
- Probability bounds de Ferson [9]

qui seront comparées entre elles puis comparées à l'approche purement probabiliste.

2 Représentation de l'information concernant les paramètres du modèle

Nous allons utiliser les distributions de probabilité ou de possibilité pour tenter de représenter l'information disponible sur les paramètres du modèle.

2.1 Concentration en polluant (Plomb) dans le sol (C_{sol} ($mg.kg^{-1}$, sec))

Les concentrations en plomb dans les sols sont variables et fonction de plusieurs facteurs dont les caractéristiques physico-chimiques des sols, la nature du substratum. En France, la plage de valeurs de 15 à 77 $mg.kg^{-1}$ [2], pour un sol sur roche mère non chargée en métaux et éloigné d'une activité industrielle, sont jugées représentatives. La concentration en plomb peut atteindre 22 à 500 $mg.kg^{-1}$ [2] pour les sols agricoles au voisinage d'industries de métaux non ferreux et 100 à 250 $mg.kg^{-1}$ [2] pour les sols agricoles sur roche mère naturellement chargée en métaux. La Figure 2 présente la probabilité cumulée empirique de la teneur en plomb sur le site de l'ancienne fonderie à partir des données recueillies (voir Figure 1). Elle sera testée comme représentant de la concentration en polluant dans le sol C_{sol} afin d'observer les conséquences sur la dose D_{sol} dans le cas où le site ne serait pas dépollué.

Dans le rapport [2], l'objectif de qualité du sol est fixé à $C_{sol} = 300 mg.kg^{-1}$ pour ramener à un seuil acceptable l'exposition dans le cas de l'enfant et dans le scénario "habitat particulier sur le site". C'est typiquement cette valeur de 300 $mg.kg^{-1}$ qui est choisie pour une estimation déterministe du risque afin de vérifier si le seuil d'exposition devient acceptable. Or, il paraît

impossible de dépolluer à 300 mg.kg^{-1} de manière uniforme sur tout le site. Pour la réhabilitation du site, l'INERIS (information d'experts) estime que les teneurs en plomb dépassant 500 mg.kg^{-1} sont à proscrire et qu'il est impossible de dépolluer à moins de 40 mg.kg^{-1} . Cela signifie qu'après dépollution du site, la teneur en plomb égale à 300 mg.kg^{-1} (objectif à atteindre après dépollution) sera la plus vraisemblable. Cependant on ne peut pas garantir à 100% que cette valeur sera atteinte sur tout le site. Ainsi, on ne pourra pas exclure des teneurs en plomb comprises entre 40 et 500 mg.kg^{-1} sur le site. Nous sommes typiquement confronté à une information de nature imprécise qui sera mieux représentée par une distribution de possibilité triangulaire. Dans le cadre purement probabiliste, on aurait déduit une densité de probabilité triangulaire. Cependant, compte tenu de l'information réellement disponible sur la concentration de plomb dans le sol C_{sol} , l'utilisation d'une distribution de probabilité unique, à savoir triangulaire, ne se justifie pas. En effet, il existe en fait une infinité de distributions de probabilité de mode 300 mg.kg^{-1} bornées par 40 mg.kg^{-1} et 500 mg.kg^{-1} dont la distribution triangulaire est juste l'une d'entre elles. Ainsi, nous décidons de représenter la connaissance sur la teneur en plomb C_{sol} par la distribution de possibilité triangulaire $\pi_{C_{sol}}$ de noyau $\{300\}$ et de support $[40, 500]$ (voir Figure 3) qui a pour intérêt de définir une famille de probabilités qui contient toutes les probabilités unimodales de mode 300 bornée par 40 et 500.

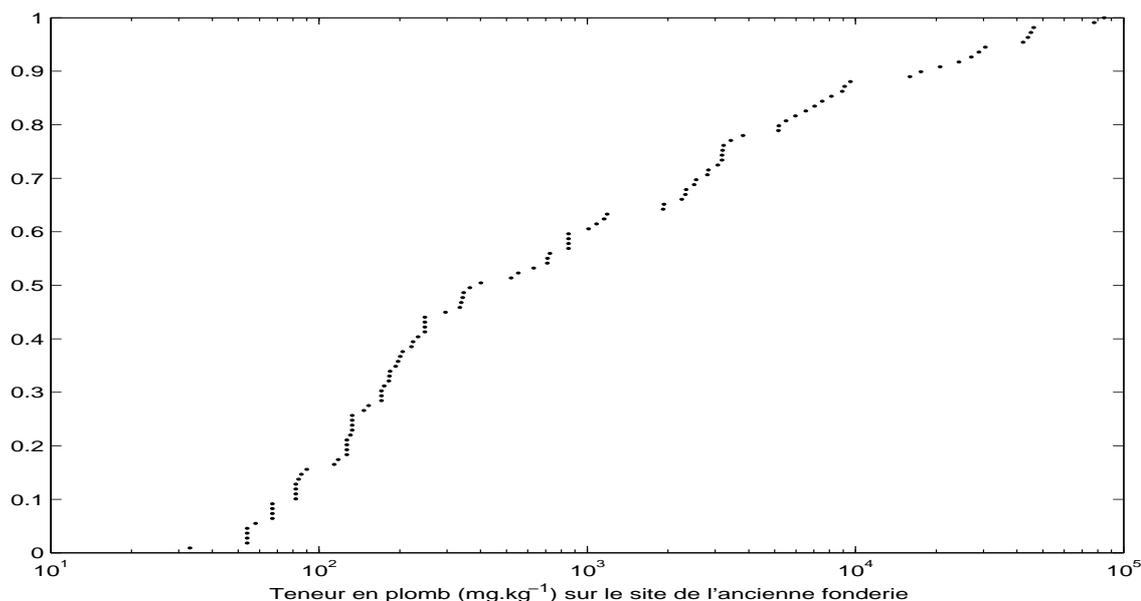


Figure 2: Probabilité cumulée de la teneur en plomb à partir des données de la Figure 1.

A titre comparatif, nous testerons la distribution de probabilité normale de moyenne 300 et d'écart type 50 (com. experts INERIS) afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste. Le tableau 1 synthétise les différents scénarii sur la représentation de l'objectif de dépollution à atteindre concernant la teneur en plomb dans le sol. Ces différents scénarii seront testés et on observera ainsi l'impact de chacun sur le calcul de dose et par conséquent sur celui de la plombémie.

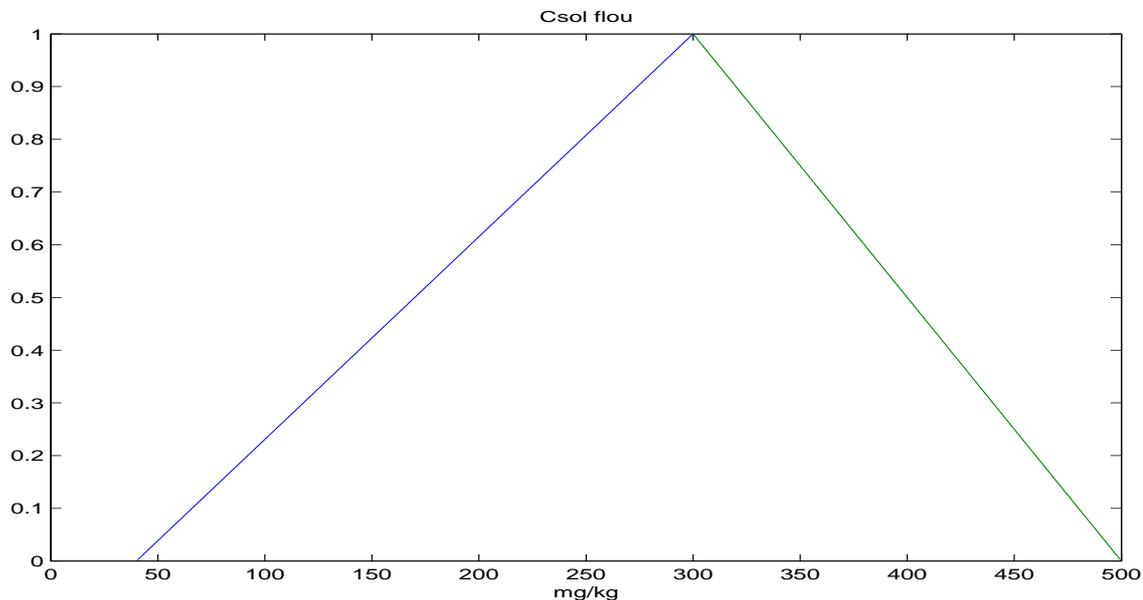


Figure 3: Distribution de possibilité triangulaire $\pi_{C_{sol}}$ représentant l'information sur la teneur en plomb à atteindre sur site après dépollution.

		Modèle mathématique
Scénario 1	On considère que l'objectif de dépollution à 300 mg.kg^{-1} sera atteint sur tout le site	$C_{sol} = 300$
Scénario 2	On est conscient que l'objectif de 300 mg.kg^{-1} ne sera pas atteint partout et on considère que l'incertitude sur l'objectif de la teneur en plomb est de la variabilité	Distribution de probabilité normale de moyenne 300 mg.kg^{-1} et d'écart type 50 mg.kg^{-1}
Scénario 3	On considère une représentation réaliste de l'information disponible sur l'objectif de dépollution à atteindre en teneur en plomb dans le sol	Distribution de possibilité triangulaire de noyau $\{300\}$ et de support $[40,500]$

Table 1: Synthèse des différentes représentations de l'objectif de dépollution à atteindre pour la concentration de plomb dans le sol C_{sol} .

2.2 Taux d'ingestion de sol $I_{r_{sol}}$ (mg sol/ $jour$)

On considère (com. experts INERIS) deux modèles possibilistes pour représenter le taux d'ingestion de sol $I_{r_{sol}}$ (Voir Figure 4) :

- Hypothèse 1 : Noyau=[100,150], support=[20,300].
- Hypothèse 2 : Noyau=[50,200], support=[20,300].

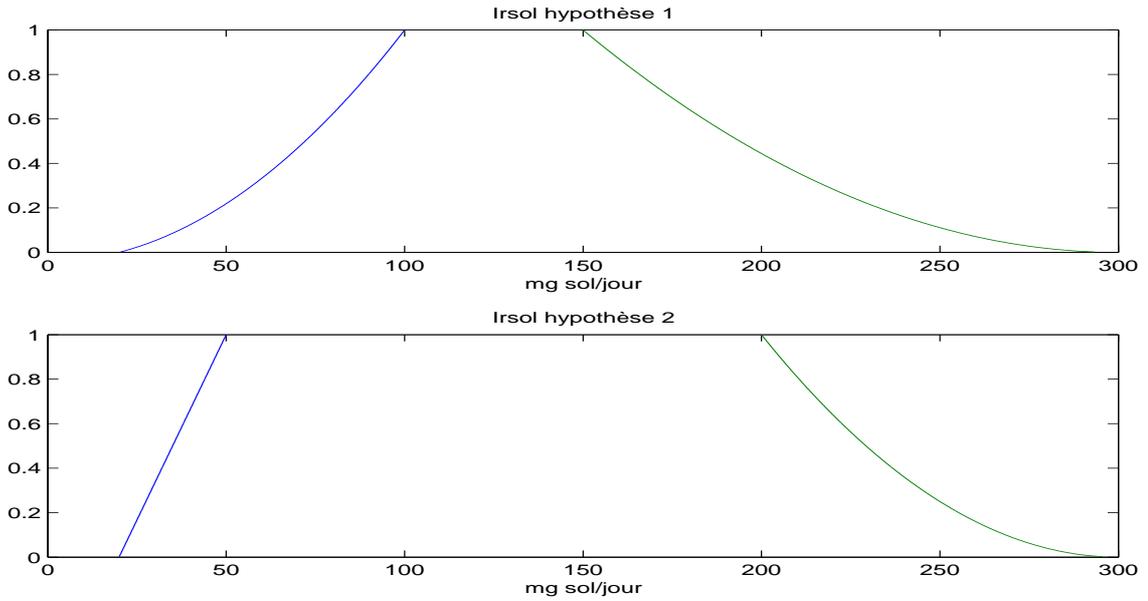


Figure 4: Distributions de possibilité $\pi_{I_{r_{sol}}}$ représentant le taux d'ingestion de sol $I_{r_{sol}}$.

Dans le premier modèle (hypothèse 1), l'expert juge que l'enfant sur site ingèrera vraisemblablement entre 100 et 150 mg de sol par jour mais n'exclut pas des valeurs comme 40 et 300 mg par jour. La convexité de la distribution de possibilité peut s'interpréter comme le fait que les valeurs extrêmes situées en dehors du noyau [100,150] sont jugées très peu vraisemblables dans le sens où plus la distribution est convexe plus les valeurs extrêmes en dehors du noyau sont jugées peu vraisemblables.

Dans la deuxième hypothèse, l'expert juge cette fois-ci que l'enfant ingèrera vraisemblablement entre 50 et 200 mg par jour où 200 mg est la valeur de référence issue des recommandations de l'US.EPA [7]. A titre comparatif, nous testerons la densité de probabilité conservant la forme de la distribution de possibilité de l'hypothèse 2 afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

2.3 Fraction de sol ingérée F_i (-)

La fraction de sol ingéré F_i se décompose en une fraction de sol ingérée à l'intérieur de l'habitat $F_{i_{interieur}}$ puis une fraction de sol ingérée à l'extérieur $F_{i_{exterieur}}$ de l'habitat. On considère d'une part que tout le sol pouvant être ingéré est un sol pollué et, d'autre part, qu'il peut être absorbé à 100% par l'organisme. Il s'agit là d'une hypothèse protectrice. Ainsi, la fraction ingérée à l'extérieur sera fixée à 1, ie $F_{i_{exterieur}} = 1$. En revanche, l'expert INERIS juge que la fraction ingérée à l'intérieur est vraisemblablement dans l'intervalle [0.5,0.7] et qu'il est impossible que la fraction de sol ingérée à l'intérieur soit en dehors de [0.2,0.9]. Ainsi,

on modélise le paramètre $F_{i_{interieur}}$ par une distribution de possibilité trapézoïdale de noyau $[0.5,0.7]$ et de support $[0.2,0.9]$ (voir Figure 5). A titre comparatif, nous testerons la densité de probabilité trapézoïdale afin de traiter l'incertitude dans le cadre purement probabiliste.

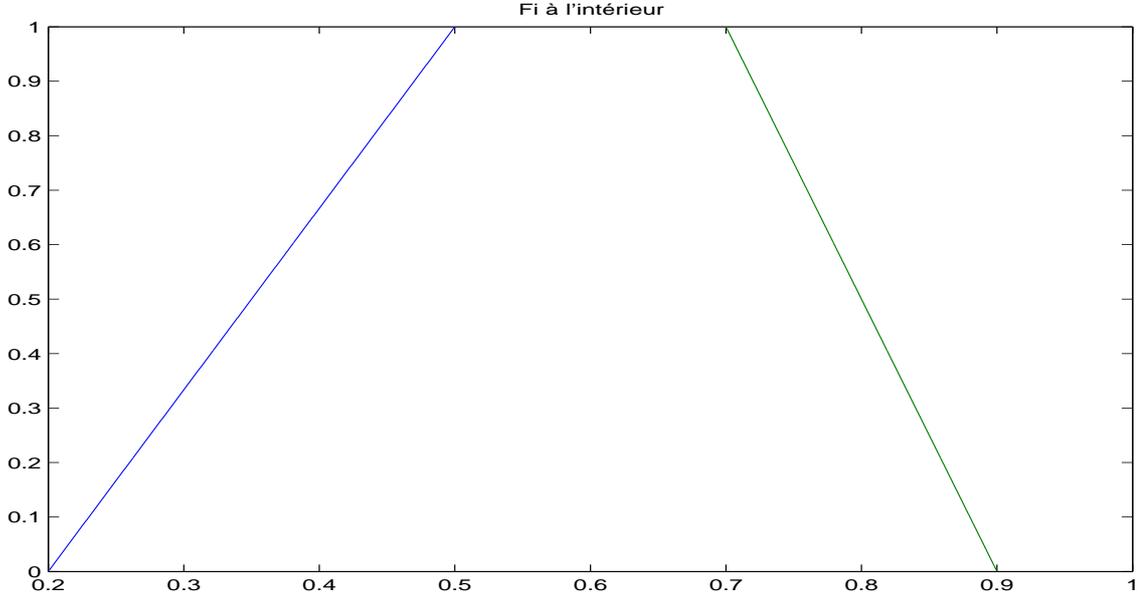


Figure 5: Distributions de possibilité trapézoïdale $\pi_{F_{i_{interieur}}}$ représentant la fraction de sol ingérée à l'intérieur de l'habitat $F_{i_{interieur}}$.

2.4 Durée d'exposition Ed (ans)

La durée de l'exposition ici est fixée à 6 ans.

2.5 Fréquence d'exposition $Efsol$ (jours/an)

Comme la fraction de sol ingérée, la fréquence d'exposition se décompose entre une exposition à l'extérieur $Efsol_{exterieur}$ fixée à 2 heures par jour et une exposition à l'intérieur $Efsol_{interieur}$ fixée à 16 heures par jour (com. experts INERIS).

2.6 Poids de l'individu Bw (kg)

On considère la cible (enfant) âgée entre 0 et 6 ans. La base de données CIBLEX fournit pour la classe d'âge [0-6] ans une moyenne de 17.4 kg, un minimum de 12.9 kg et un maximum de 21.5 kg.

On modélise le poids de l'individu Bw à l'aide d'une loi normale de moyenne 17.4 kg qui sera tronquée pour ne pas estimer des poids en dehors de [12.9,21.5]. Nous considérons que le fractile à 95% (resp. à 0.05%) correspondra à 21.5 kg (resp. 12.9 kg). L'écart type n'étant pas fourni, nous décidons d'estimer celui-ci en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\sigma} \max_{[G_i]} G_i(\sigma)$$

où $G_i(\sigma) = F_{th}(x_i, 17.4, \sigma) - F(x_i)$, F_{th} est la fonction de répartition normale théorique de moyenne 17.4, d'écart type σ , et F est la fonction de répartition donnée aux points 12.9, 17.4 et 21.5 (ie $F(12.9) = 0.05$, $F(17.4) = 0.5$, $F(21.5) = 0.95$). L'écart type σ minimisant le maximum de G_i est alors égale à 2.57 *kg*.

Un projet européen appelé "Expofacts" [8] fournit beaucoup plus de paramètres d'exposition et de pays que CIBLEX mais fournit des données moins précises que CIBLEX. Malheureusement la base de données de "Expofacts" [8] concernant le poids des enfants n'existe pas pour la France. Cependant, celle de l'Allemagne y est présente et le tableau 2 répertorie le poids moyen, l'écart type, la taille de l'échantillon et quelques fractiles pour différentes tranches d'âges. D'après ce tableau, on déduit une moyenne de 2.35 *kg* concernant l'écart type de chaque tranche d'âge sexe confondu. Supposant les enfants allemands relativement similaires aux enfants français, l'écart type évalué précédemment égal à 2.57 *kg* ne semble plausible.

2.7 Période sur laquelle l'exposition est moyennée At (*jours*)

L'exposition est moyennée sur 6 ans et donc $At = 2190$ jours.

3 Etudes des incertitudes sur la dose absorbée D_{sol} et la plombémie [*Pb*]

Dans cette Section, l'incertitude sur le scénario d'exposition va être traitée en considérant les 2 modes de représentation de l'incertitude sur les paramètres.

- La variabilité, due au caractère aléatoire de l'information.
- L'ignorance partielle liée au caractère imprécis de l'information.

Dans un premier temps, nous calculons le minimum et le maximum du modèle considéré par un calcul d'intervalles répondant au principe de précaution. Cette approche permet de définir les cas extrêmes mais n'est pas suffisamment informative compte tenu de notre état de connaissance sur les paramètres (souvent plus riche qu'un intervalle).

Dans un deuxième temps, nous supposons toute l'information concernant les paramètres de nature aléatoire. Chaque paramètre sera alors modélisé par une distribution de probabilité unique et l'incertitude stochastique sera propagée à travers le modèle considéré (calcul de dose) en utilisant la technique de Monte-Carlo avec hypothèse d'indépendance stochastique entre les paramètres (cadre purement probabiliste). Cette approche permet d'obtenir des résultats précis sur les probabilités de dépassement de seuil mais cette précision peut être jugée arbitraire dans le sens où l'on ne dispose pas d'assez de connaissance pour pouvoir justifier l'utilisation d'une distribution de probabilité unique pour chacun des paramètres.

Pour finir, nous propageons l'information à travers les modèles considérés en essayant de rester fidèle à l'information réellement disponible et ainsi prendre en considération l'information de nature imprécise. Les méthodes de propagations utilisées seront la méthode "hybride" [4], [10], la méthode "homogène", "homogène conservatrice" [5] puis la méthode des "probability bounds" [9] combinant imprécision et variabilité.

Le but est de montrer l'influence de la représentation mathématique de l'information et l'influence de la méthode utilisée pour propager l'information sur l'incertitude de la dose absorbée D_{sol} et par conséquent sur celle de la plombémie [*Pb*].

Les estimations réalisées ces dix dernières années dans plusieurs pays européens indiquent que l'apport alimentaire moyen en plomb serait compris entre 0.03 et 0.2 $mg.j^{-1}$ [2]. En 1987,

Sexe (m/f)	Age (year)	Moyenne (kg)	Ecart type	Nombre d'individu	Fractile à 5th (kg)	Fractile à 50th (kg)	Fractile à 95th (kg)
f	2,5y	13,05	1,56	283	10,6	13	15,7
m	2,5y	13,47	1,45	274	11,05	13,5	15,9
f	3,5y	15,19	1,93	368	12	15	18,5
m	3,5y	15,56	1,93	376	12,45	15,49	19
f	3y	14,3	1,77	524	11	14	17
m	3y	14,5	1,71	533	12	14,5	17,1
f	4,5y	17,49	2,33	384	14,1	17,1	21,5
m	4,5y	17,78	2,26	379	14,5	17,8	21,9
f	4y	16,53	2,23	364	13,54	16,2	20,5
m	4y	16,78	2,23	376	13,6	16,6	20,6
f	5,5y	20,05	2,89	491	16	19,9	25
m	5,5y	20,04	2,73	495	16,1	20	25
f	6,5y	21,89	3,2	584	17,35	21,6	27,4
m	6,5y	22,64	3,25	572	18	22,25	28
f	6y	21,2	3,21	554	16,5	20,9	26,4
m	6y	21,11	2,99	548	16,6	21	26,5
f	0m	3,16	0,35	105	2,58	3,15	3,74
m	0m	3,37	0,44	115	2,61	3,32	4,2
f	12m	9,14	1	346	7,6	9,1	10,78
m	12m	9,74	1,01	356	8,15	9,7	11,45
f	15m	9,74	1,07	216	8,2	9,76	11,5
m	15m	10,28	1,08	224	8,5	10,12	12,17
f	18m	10,44	1,36	227	8	10,5	12,78
m	18m	11,16	1,42	237	9	11,1	13,15
f	21m	11,26	1,48	254	9	11,22	13,7
m	21m	11,77	1,41	254	9,52	11,7	14,09
f	24m	11,86	1,54	255	9,5	11,79	14,5
m	24m	12,26	1,51	256	9,8	12,33	14,8
f	3m	5,61	0,7	115	4,4	5,55	6,8
m	3m	5,99	0,68	126	4,9	6,05	6,98
f	6m	7,35	0,8	142	6,1	7,33	8,5
m	6m	7,9	0,87	131	6,7	7,85	9,55
f	9m	8,34	0,93	160	6,92	8,34	9,95
m	9m	8,92	0,93	157	7,42	8,8	10,4

Table 2: Synthèse des informations sur le poids dans Expofacts pour différentes tranches d'âge concernant l'Allemagne.

l'Organisation Mondiale de la Santé a fixé à $25 \mu\text{g.kg}^{-1}$ (soit $3.5 \mu\text{g}/[\text{kg.jour}]$) la dose hebdomadaire admissible, par ingestion, pour des enfants. Ainsi, la dose de plomb D_{sol} susceptible d'être absorbée, après avoir ramené la concentration de plomb dans le sol C_{sol} à 300mg.kg^{-1} (seuil de dépollution à atteindre), ne devra pas dépasser $3.5 \mu\text{g}/[\text{kg.jour}]$. La comparaison du calcul de dose D_{sol} à ce niveau de référence est intéressante car elle peut, notamment, conclure à une situation acceptable en terme de santé publique si cette dose d'exposition calculée n'est pas supérieure à $3.5 \mu\text{g}/[\text{kg.jour}]$.

A l'heure actuelle, il est admis que la concentration dans le sang (Plombémie [Pb]), témoignant d'une exposition élevée chez l'enfant de moins de 6 ans, est de $100 \mu\text{g.l}^{-1}$ [11]. La dose hebdomadaire admissible correspond à une dose ingérée n'ayant pas d'effet sur la plombémie. En effet, on remarque le caractère sécuritaire de l'OMS en fixant la dose (D_{sol}) seuil à $3.5 \mu\text{g}/[\text{kg.jour}]$ puisque on obtient une plombémie de $5.6 \mu\text{g.l}^{-1}$ qui est 18 fois inférieure à celle jugée élevée : $100 \mu\text{g.l}^{-1}$. Cependant, lors d'un dépistage de plombémie chez l'enfant, le dépassement de $100 \mu\text{g.l}^{-1}$ justifiera une surveillance biologique de l'enfant et une enquête dans son environnement. Ainsi, il permettra éventuellement de conclure que l'enfant vit sur un site potentiellement pollué. On estime qu'en France, près de 2% des enfants de 1 à 6 ans présentent une plombémie supérieure à $100 \mu\text{g.l}^{-1}$ [11].

3.1 Calcul d'intervalles

Tous les paramètres sont modélisés par des intervalles (min-max), puis on calcule l'ensemble des valeurs possibles de la dose D_{sol} relative à l'ingestion de sol et par conséquent celles de la plombémie [Pb]. Cette méthode permet d'obtenir un encadrement (min-max) de la dose susceptible d'être absorbée D_{sol} sans pour autant nous informer dans quelle mesure on peut atteindre telle ou telle valeur à l'intérieur de cet encadrement.

Le Tableau 3 présente le maximum et le minimum de la dose susceptible d'être absorbée D_{sol} et de la plombémie [Pb]. Nous pouvons remarquer qu'en appliquant le principe de précaution, il est possible d'obtenir une dose 5 fois supérieure à celle préconisée par l'OMS. Cependant nous ne pouvons pas estimer dans quelle mesure cette dose risque d'être atteinte. Ainsi, dans une approche sécuritaire, nous déduisons que le seuil de dépollution fixé à 300mg.kg^{-1} est insuffisant. Cependant, nous pouvons escompter obtenir des résultats plus précis dans le sens où le calcul d'intervalles prend en compte l'information la plus pauvre à savoir l'intervalle. Or, l'information dont on dispose, sur les paramètres, est plus riche qu'un simple intervalle. Le dépassement de 5 fois la dose admissible implique une présence de plomb dans le sang de $26.6 \mu\text{g.l}^{-1}$ (voir 3) qui reste largement en dessous des $100 \mu\text{g.l}^{-1}$. Ainsi, nous décidons de focaliser notre étude des incertitudes sur la dose D_{sol} relative à l'ingestion de sol.

3.2 Calcul purement probabiliste

On suppose dans cette section que l'incertitude sur les paramètres du modèle sera uniquement due au caractère aléatoire (supposé) de l'information (incertitude=variabilité). Nous utilisons la technique dite Monte-Carlo avec hypothèse d'indépendance pour estimer la dose D_{sol} et la plombémie [Pb]. A titre indicatif, nous avons traité le scénario où le site ne serait pas dépolluer (voir Figure 1) et la Figure 6 présente la probabilité que la dose de plomb absorbée D_{sol} dépasse un certain seuil. Ainsi, on estime que dans 5% des cas la dose D_{sol} absorbée peut dépasser 85 fois la dose prescrite par l'OMS (voir Tableau 4) impliquant une plombémie de l'ordre de $476 \mu\text{g.l}^{-1}$. Ceci veut dire qu'un enfant, vivant sur ce site pollué pendant 6 ans, aurait potentiellement 5% de chance d'avoir une plombémie supérieure à $476 \mu\text{g.l}^{-1}$ ce qui correspondrait à un bilan hospitalier d'urgence [11].

$C_{sol} \text{ mg.kg}^{-1} \text{ sec}$	40	500
$Ir_{sol} \text{ mg sol/jour}$	20	300
$Fi_{exterieur} (-)$	1	1
$Fi_{interieur} (-)$	0.2	0.9
$Ed \text{ (ans)}$	6	6
$Ef_{sol_{exterieur}} \text{ (jours/an)}$	$2/24 \times 365$	$2/24 \times 365$
$Ef_{sol_{interieur}} \text{ (jours/an)}$	$16/24 \times 365$	$16/24 \times 365$
$Bw \text{ (kg)}$	12.9	21.5
$At \text{ (jours)}$	6×365	6×365
$D_{sol} \text{ (}\mu\text{g/[kg.jour])}$	3.3510^{-2}	16.6
$[Pb] \text{ (}\mu\text{g.l}^{-1}\text{)}$	0.056	26.6

Table 3: Résultat du calcul d'intervalles pour la dose D_{sol} et la plombémie $[Pb]$.

L'incertitude de la dose D_{sol} (variabilité) peut se caractériser par l'intervalle $[F_{D_{sol}}^{-1}(0.05), F_{D_{sol}}^{-1}(0.95)]$ où $F_{D_{sol}}$ est la fonction de répartition (probabilité cumulée) de la dose absorbée D_{sol} . La Table 4 répertorie les fractiles à 5% et 95% de la dose D_{sol} . Les fractiles de la plombémie $[Pb]$ se déduisent des fractiles de la dose D_{sol} en effectuant $F_{[Pb]}^{-1}(0.05) = F_{D_{sol}}^{-1}(0.05) \times 1.6$. La Figure 7 représente la probabilité que la dose susceptible d'être absorbée dépasse un certain seuil après une dépollution du site consistant à s'approcher au plus de 300 mg.kg^{-1} pour la concentration de plomb dans le sol (0-30 cm). Elle permet de mettre en évidence les différences de résultats entre l'approche sécuritaire (consistant à déterminer les valeurs extrêmes) et l'approche purement probabiliste. On remarque que les résultats sur la dose D_{sol} sont similaires que l'on considère la concentration C_{sol} fixe où variable. On peut en conclure à ce stade de l'analyse que la variabilité (supposée) du paramètre C_{sol} n'apparaît pas dans le calcul de la dose D_{sol} . Cela est dû au fait que la variabilité (supposée) de la concentration dans le sol C_{sol} est faible devant celle (supposée) du taux d'ingestion de sol Ir_{sol} et que l'utilisation de la loi normale tend à faire tendre ses valeurs vers sa moyenne à savoir 300 mg.kg^{-1} .

La Figure 7 nous indique que pour le scénario d'exposition retenu, la cible a 30% de chances de dépasser le seuil fixé par l'OMS ($3.5 \mu\text{g/[kg.jour]}$). Le tableau 4 nous indique que dans 5% des cas la dose D_{sol} sera supérieure à $5.1 \mu\text{g/[kg.jour]}$ soit une fois et demi supérieure à celle fixée par l'OMS. Dans l'approche sécuritaire (voir Section 3.1), nous avons conclu que la dose D_{sol} pouvait atteindre 5 fois celle fixée par l'OMS sans pour autant pouvoir estimer dans quelle mesure elle pouvait être atteinte. En revanche, l'approche purement probabiliste nous informe qu'il est quasi impossible d'atteindre la valeur de $16.6 \mu\text{g/[kg.jour]}$ (voir Figure 7). De même, il est jugé quasi impossible que la dose D_{sol} dépasse $6.25 \mu\text{g/[kg.jour]}$.

Tous ces résultats, pouvant paraître extrêmement précis, sont à exploiter avec prudence. En effet, nous avons supposé toute l'information de nature aléatoire en imposant une distribution de probabilité unique pour modéliser chaque paramètre. Cependant, nous avons déjà fait remarquer auparavant que le choix d'une distribution de probabilité unique pour certains paramètres était arbitraire compte tenu de l'information réellement disponible sur ceux-ci.

3.3 Traitement de l'imprécision et de la variabilité de l'information

Nous allons à présent essayer de rester fidèle à l'information, et ainsi considérer la connaissance sur les paramètres C_{sol} , Ir_{sol} et Fi de nature imprécise. Ces paramètres seront donc modélisés à l'aide d'une distribution de possibilité (voir Section 2) qui sera plus cohérente avec notre état de connaissance sur ceux-ci. Nous allons donc combiner de l'information de nature

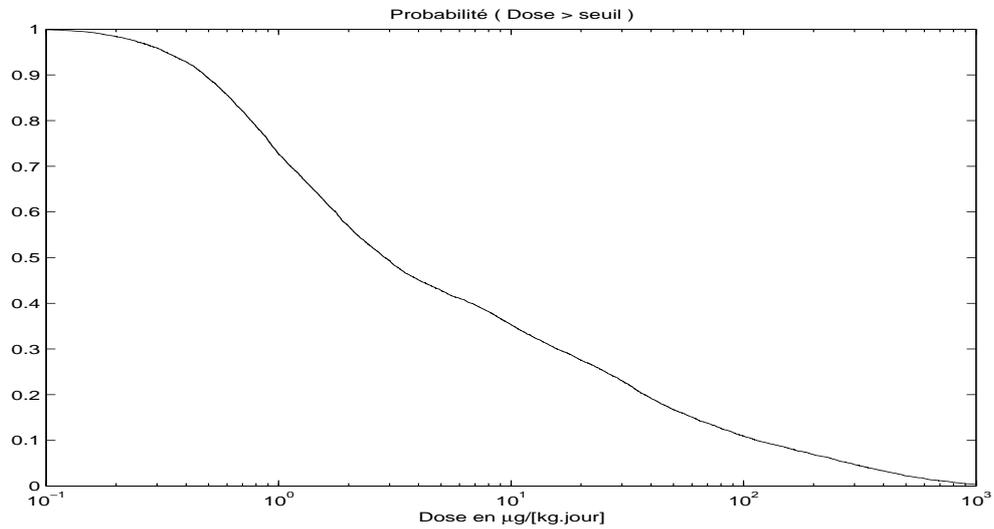


Figure 6: Probabilité que la dose absorbée dépasse un certain seuil avec un traitement purement probabiliste de l'incertitude dans le cadre où le site ne serait pas dépollué.

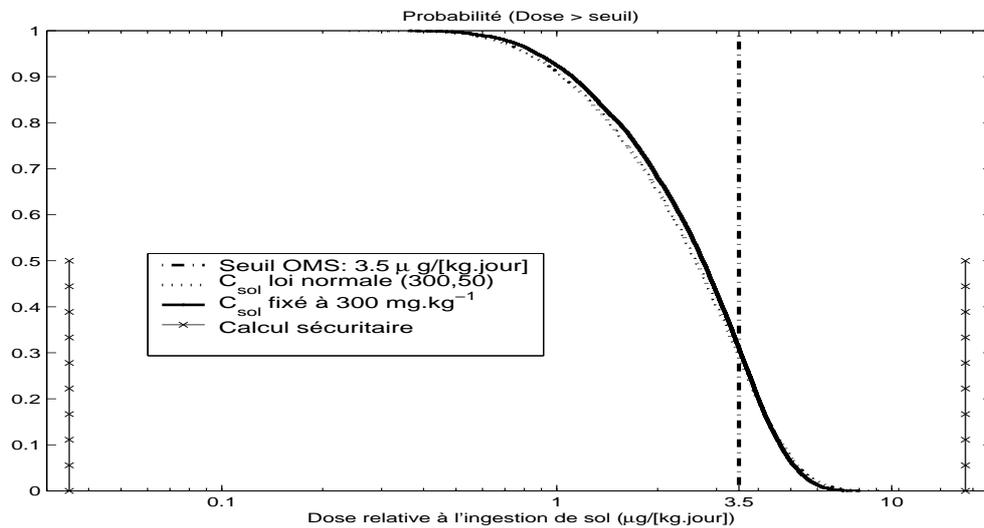


Figure 7: Comparatif sur la dose susceptible d'être absorbée D_{sol} après objectif de dépollution du site entre le traitement purement probabiliste et le traitement sécuritaire

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste avant dépollution	0.33	298	902
Cadre purement probabiliste après objectif de dépollution en fixant $C_{sol} = 300$	0.87	5.1	5.9
Cadre purement probabiliste après objectif de dépollution	0.84	5.41	6.5

Table 4: Fractiles de la dose D_{sol} ($\mu g/[kg.jour]$) dans le cadre purement probabiliste.

aléatoire au travers du poids de l'individu Bw et de l'information de nature imprécise au travers des paramètres C_{sol} , Ir_{sol} et Fi à l'aide de 4 méthodes qui ont été définies :

- La méthode "hybride" [10]. Dans cette méthode on modélise les dépendances entre les incertitudes stochastiques par des corrélations quand elles sont connues ou par une hypothèse d'indépendance. Pour les incertitudes épistémiques, on considère une dépendance totale sur les sources d'information des variables possibilistes : on va associer les valeurs des variables possibilistes prises au même niveau de confiance pour le calcul du risque. Enfin, on prend une hypothèse d'indépendance entre les incertitudes stochastiques et épistémiques.
- La méthode "homogène" [5]. On se ramène dans le cadre homogène de Dempster-Shafer [14] où toute probabilité et toute possibilité peut se représenter à l'aide d'une fonction de croyance. A la différence de la méthode "hybride", on prend une hypothèse d'indépendance entre les sources d'information des variables possibilistes. Cette méthode conduit donc à une incertitude plus faible sur les résultats que la méthode hybride. Par contre, l'incertitude sur le résultat est supérieure à celle obtenue par une modélisation purement probabiliste car modéliser les incertitudes épistémiques par une distribution de possibilité revient à relâcher l'hypothèse sur la forme de la distribution de probabilité.
- La méthode "homogène conservatrice" avec optimisation [5]. Dans cette méthode, on va chercher pour chaque valeur de la dose D_{sol} sa crédibilité minimale (probabilité basse) et sa plausibilité maximale (probabilité haute) sans prendre d'hypothèse sur les dépendances des incertitudes sources (stochastiques et épistémiques). Conséquemment, les hypothèses de dépendances ne sont pas les mêmes pour les différentes valeurs de la dose D_{sol} : pour chaque valeur de la dose, on détermine par optimisation numérique les dépendances entre les incertitudes sources qui minimisent la crédibilité puis les dépendances qui maximisent la plausibilité.
- La méthode "Probability Bounds" [9]. Cette méthode a été mise en oeuvre par Williamson et Downs [15] puis développée par Ferson [9]. Cette technique de propagation utilise uniquement les probabilités cumulées et modélise l'ensemble de toutes dépendances possibles

entre les variables à l'aide d'opérateurs appelé copulas [13]. Cette méthode est équivalente à la méthode "homogène conservatrice" dans le cas de 2 variables mais fournit des résultats trop conservatifs dans le cas de plus de 2 variables.

3.3.1 Effets de la représentation de la connaissance sur l'incertitude de la dose en utilisant la méthode "hybride"

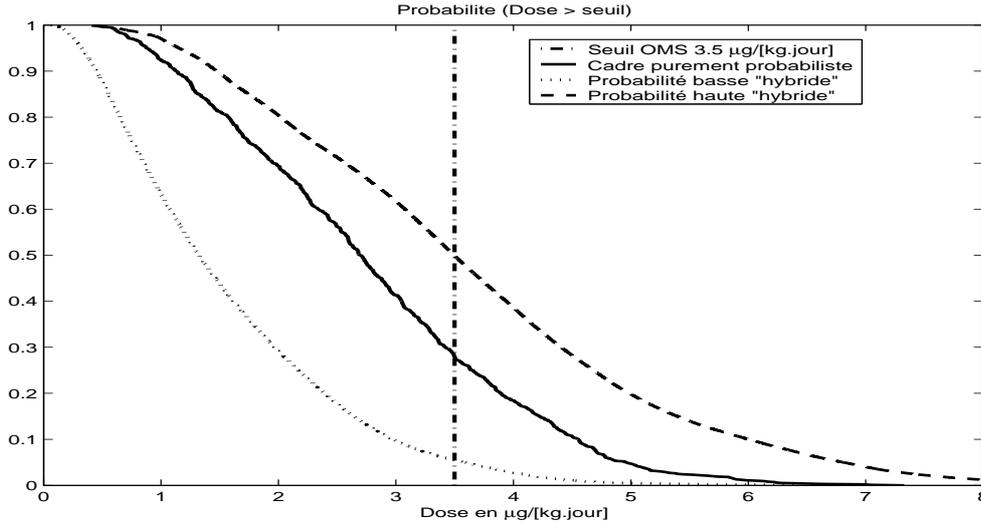


Figure 8: Influence de la représentation de la concentration C_{sol} sur la dose relative à l'ingestion de sol D_{sol}

La Figure 8 permet d'observer l'influence de la représentation de la concentration de polluant dans le sol C_{sol} . Nous avons considéré ici que seul l'information sur la concentration C_{sol} était de nature imprécise. Nous l'avons donc modélisée par la distribution de possibilité triangulaire (Voir Section 2) et utilisée la méthode "hybride" pour propager l'information à travers le modèle. Dans le cadre purement probabiliste, nous avons conclu que la variabilité de C_{sol} était sans effet sur la dose. Nous remarquons alors que cela n'est plus le cas quand l'imprécision sur la concentration C_{sol} est prise en compte. L'incertitude sur la dose D_{sol} n'est plus uniquement due à de la variabilité mais est due à de la variabilité plus de l'imprécision apportée par la connaissance imprécise de la concentration C_{sol} . L'écart entre la probabilité basse et la probabilité haute reflète le caractère imprécis de la concentration C_{sol} sur la dose D_{sol} . Il faut néanmoins être conscient que cet écart dépend également de la méthode de propagation choisie puisque chaque technique "hybride", "homogène", "homogène conservatrice" ou "probability bounds" ne modélisent pas de la même façon les dépendances entre les paramètres sources. Ainsi, le Tableau 5 nous indique que le fait de tenir compte de la nature de l'information concernant la concentration C_{sol} augmente l'incertitude totale de 42% dans le cadre de la méthode "hybride". La Figure 8 permet d'affirmer que l'on est sûr à 45% de ne pas dépasser la dose de $3.5 \mu g/[kg.jour]$ fixé par l'OMS ou qu'il est **possible** dans 55% des cas de la dépasser. On conclut que la prise en compte de l'information réellement disponible sur la concentration C_{sol} (à savoir de nature imprécise) apporte une contribution de 30% sur l'incertitude totale de la dose D_{sol} .

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.84	5.41	6.5
Probabilité basse "hybride", C_{sol} imprécis	0.3	3.6	22.7
Probabilité haute "hybride", C_{sol} imprécis	1.2	6.8	

Table 5: Fractiles de la dose D_{sol} ($\mu g/[kg.jour]$) selon que l'on considère l'information sur C_{sol} de nature imprécise (calcul hybride) ou de nature aléatoire.

Nous considérons à présent l'information réellement disponible concernant le taux d'ingestion de sol Ir_{sol} et la fraction de sol ingérée Fi . Ainsi, ces paramètres sont modélisés par les distributions de possibilité définies dans la Section 2. La méthode "hybride" sera dans un premier temps utilisée pour la propagation des incertitudes à travers le modèle. La figure 9 permet d'observer dans un premier temps les conséquences de l'apport d'information imprécise sur le modèle du calcul de la dose D_{sol} susceptible d'être absorbée en utilisant la méthode "hybride". Dans un deuxième temps, elle permet de mettre en évidence au travers de la modélisation du taux d'ingestion de sol Ir_{sol} que plus on est informatif plus l'écart entre probabilité haute et basse diminue. En effet, la distribution de possibilité (hypothèse 1 voir Section 2) représentant l'information sur le taux d'ingestion Ir_{sol} est plus informative que celle utilisée dans l'hypothèse 2 (voir Section 2) ce qui a pour effet de réduire l'écart entre la probabilité haute et basse. Ceci semble cohérent avec le fait que plus on est informatif et plus on obtient des résultats précis. La Figure 9 et le tableau 6 permettent de déduire que la prise en compte du caractère

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.84	5.41	6.5
Probabilité basse "hybride", Ir_{sol} hypothèse 1	0.11	1.93	100
Probabilité haute "hybride", Ir_{sol} hypothèse 1	3.31	10.64	
Probabilité basse "hybride", Ir_{sol} hypothèse 2	0.07	0.95	160
Probabilité haute "hybride", Ir_{sol} hypothèse 2	4.3	11.26	

Table 6: Fractiles de la dose D_{sol} ($\mu g/[kg.jour]$) selon que l'on considère l'information de nature imprécise (calcul hybride) ou de nature aléatoire et selon la modélisation de Ir_{sol} .

imprécis de l'information de départ contribue à plus de la moitié de l'incertitude totale sur la dose D_{sol} dans le cadre de l'approche "hybride". On remarque également, et ce quelque soit

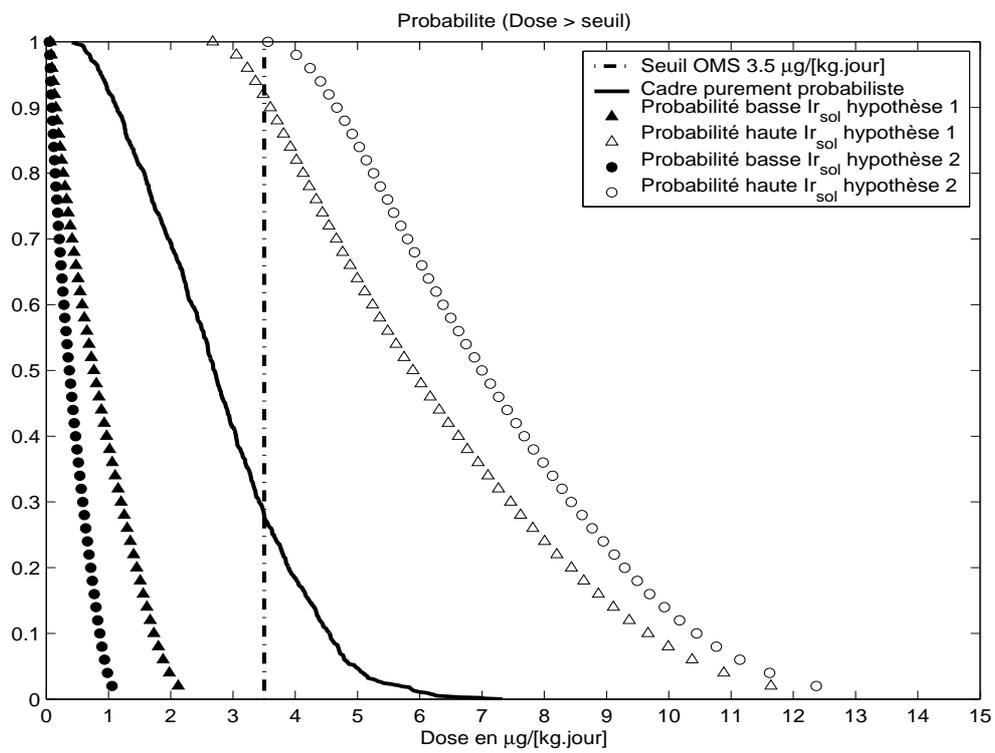


Figure 9: Impacts de l'imprécision due à C_{sol} , $I_{r_{sol}}$ et Fi sur l'incertitude de la dose relative à l'ingestion de sol D_{sol} avec la propagation "hybride"

la modélisation possibiliste du taux d'ingestion de Ir_{sol} , que la probabilité de dépasser le seuil fixé par l'OMS est comprise entre 0 et 1. Ainsi, il est tout à fait possible, pour le scénario d'exposition retenu, que la cible absorbe dans tous les cas une dose supérieure au seuil de $3.5 \mu g/[kg.jour]$ fixée par l'OMS. En d'autres termes, cela signifie qu'il est possible d'obtenir $P(D_{sol} > 3.5) = 1$, ce qui n'est pas acceptable en terme de risque sanitaire.

Après avoir étudié l'influence de la représentation de la connaissance sur les résultats de calcul de dose D_{sol} . Etudions à présent l'influence de la méthodologie utilisée pour propager l'information à travers le modèle. Nous restons dans le cadre où l'on considère l'information de nature aléatoire pour le poids de l'individu Bw et de nature imprécise pour la concentration C_{sol} , le taux d'ingestion Ir_{sol} et la fraction ingérée Fi . Nous allons alors étudier l'impact sur le calcul de la dose D_{sol} selon la techniques de propagation utilisée à savoir la méthode "hybride", "homogène", "homogène conservatrice" et "probability bounds". En ce qui concerne le taux d'ingestion de sol Ir_{sol} , compte tenu de la valeur de référence issue des recommandations de l'US. EPA [7] à savoir $Ir_{sol} = 200$, nous décidons de conserver la modélisation de l'hypothèse 2 (voir Section 2).

Nous pouvons conclure à ce stade de l'étude que la représentation mathématique de l'information influe fortement sur le résultat du calcul de la dose D_{sol} et donc sur le risque IR puis sur la plombémie $[Pb]$. Nous allons à présent étudier les effets sur les résultats du modèle considéré (calcul de dose) selon la méthode de propagation utilisée dans le cadre d'information hétérogène (variabilité-imprécision).

3.3.2 Effets de la méthode de propagation sur la dose relative à l'ingestion de sol

Dans cette section, nous mettons en avant l'influence de la méthodologie utilisée pour propager l'imprécision et la variabilité sur l'incertitude de la dose D_{sol} . Chaque méthode impose ses hypothèses d'(in)dépendances entre les paramètres du modèle. La Figure 10 présente la probabilité de dépasser une certaine dose relative à l'ingestion de sol selon la méthode de propagation utilisée (on utilisera l'hypothèse 2 pour représenter Ir_{sol}). Elle confirme ainsi que la méthode "homogène" conduit à une incertitude sur la dose D_{sol} plus faible que la méthode "hybride". C'est à dire que l'on observe une diminution de 23 % l'incertitude totale de la dose par rapport à la méthode "hybride" (voir Tableau 7). On remarque que dans le cadre de la non connaissance des dépendances, la méthode des "probability bounds" est plus conservatrice que la méthode "homogène conservatrice". Ceci est due au fait que la méthode des "probability bounds" traite la non connaissance des dépendances entre les variables de façon itérative deux à deux, ce qui a pour conséquence d'accroître de façon arbitraire les pires cas. La méthode "homogène conservatrice" est plus rigoureuse pour estimer les incertitudes de la dose dans le cas où l'on ne suppose rien sur les dépendances entre les paramètres. Ainsi, dans ce cas de figure, l'incertitude totale de la dose augmente de 192% par rapport au cadre purement probabiliste. On remarque de plus que quelque soit la méthode utilisée pour propager l'information, il est tout à fait plausible que la cible dépasse le seuil fixé par l'OMS sans pour autant en être certain. C'est à dire que l'on peut potentiellement obtenir $P(D_{sol} > 3.5) = 1$ ce qui n'est pas acceptable en terme de santé publique. Ce dernier paragraphe met bien en évidence que la méthode utilisée pour propager l'information de nature aléatoire et de nature imprécise à travers le modèle influe sur l'incertitude du résultat en l'occurrence la dose.

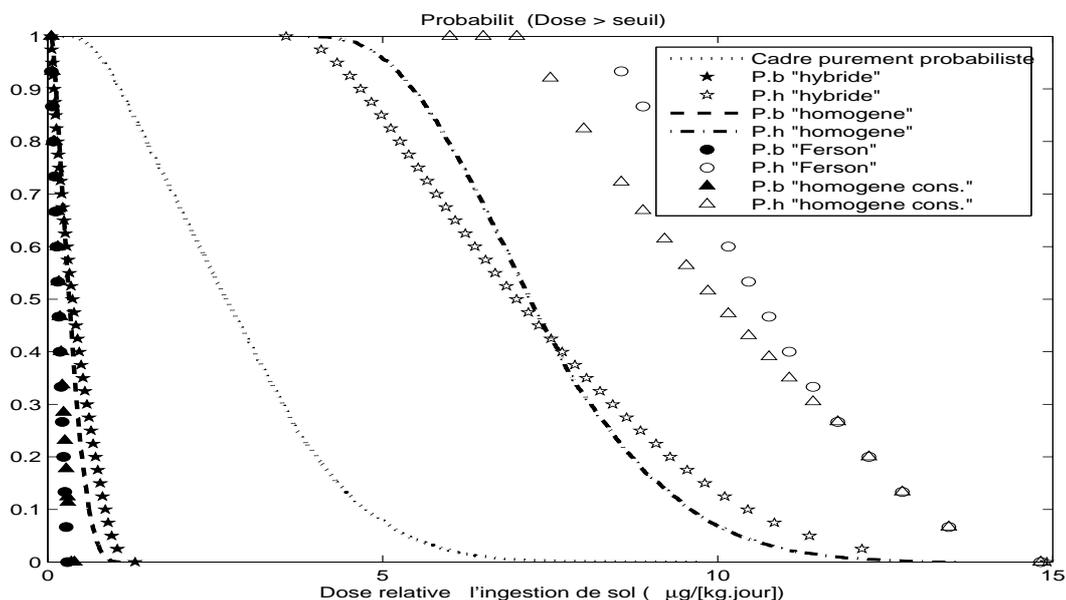


Figure 10: Probabilité que la dose absorbée dépasse un certain seuil selon la méthodologie de propagation utilisée, P.b = probabilité basse, P.h = probabilité haute.

	Fractile à 5%	Fractile à 95%	Rapport Fractile 95%/5%
Cadre purement probabiliste	0.84	5.41	6.5
Probabilité basse "hybride"	0.07	0.95	160
Probabilité haute "hybride"	4.3	11.26	
Probabilité basse "homogène"	0.09	0.7	115
Probabilité haute "homogène"	5.1	10.32	
Probabilité basse "probability bounds"	0.05	0.27	268.8
Probabilité haute "probability bounds"	8.5	13.44	
Probabilité basse "homogène conservatrice"	0.07	0.3	192
Probabilité haute "homogène conservatrice"	10	13.44	

Table 7: Fractiles de la dose D_{sol} relative à l'ingestion de sol ($\mu\text{g}/[\text{kg}\cdot\text{jour}]$) selon la méthodologie de propagation utilisée.

4 Conclusion

Ce document a principalement traité l'incertitude de la dose de plomb absorbée relative à l'ingestion de sol chez l'enfant associée à l'ancienne fonderie de plomb. Nous avons mis en évidence que l'approche classique des probabilités pour représenter la connaissance peut être jugée arbitraire dans certains cas compte tenu du caractère souvent imprécis de l'information. Des théories alternatives comme les possibilités ou les fonctions de croyance permettent de définir des familles de probabilité et de représenter de façon plus rigoureuse l'information de nature imprécise.

Après le choix des modèles mathématiques pour représenter la connaissance, nous avons répertorié plusieurs approches pour propager l'information à travers le calcul de la dose et ainsi traiter son incertitude. Bien que le calcul d'intervalles réponde au principe de précaution, il peut paraître trop conservatif et pas assez discriminant compte tenu de l'information disponible souvent plus riche qu'un intervalle. A l'opposé, le calcul purement probabiliste peut générer des résultats trop optimistes dû au fait que l'on a modélisé de l'imprécision par de la variabilité. La méthode "hybride", "homogène", "homogène conservatrice" et "probability bounds" permettent d'estimer l'incertitude de la dose de plomb absorbée tout en considérant le caractère aléatoire et imprécis de l'information des paramètres sources. Même si chaque méthode de propagation impose ses propres hypothèses d'(in)dépendances entre les paramètres sources, elles ont l'avantage de propager de façon rigoureuse de la méconnaissance. Le caractère imprécis de l'information ne permet plus d'obtenir une probabilité unique mais un encadrement de celle-ci. L'écart entre la probabilité haute et basse reflète notre état d'ignorance partielle sur les paramètres. Dans le cadre de notre étude, il est tout à fait possible d'atteindre une probabilité, de dépasser $3.5 \mu g.l^{-1}$, égale à 1 ce qui n'est pas acceptable en terme de santé publique. Ainsi, tenir compte du caractère imprécis de l'information peut avoir un réel impact pour la phase décisionnelle. Supposons que la probabilité haute de dépasser $3.5 \mu g.l^{-1}$ soit non négligeable comparativement au cadre purement probabiliste qui la jugerait quasi nulle. Il serait alors peut être préférable de refaire quelques investigations de terrain afin d'obtenir plus d'information concernant les paramètres et réduire ainsi l'écart entre la probabilité haute et basse. Au contraire, si la probabilité haute de dépasser $3.5 \mu g.l^{-1}$ est quasi nulle, cela nous réconforte dans le choix de l'objectif de dépollution à atteindre de $300 mg.kg^{-1}$ dans le sens où nous sommes restés fidèle à l'information réellement disponible.

References

- [1] ADEME. (2001) - Ancienne Usine RTM - Belin-Beliet (33). Sondages et Prélèvements de Sols. Compte-Rendu d'Execution. *Dossier/31/01428/001/CR/01/A. GESTER/21.01.0167.*
- [2] KREBS. (1997) - Compléments de Diagnostic de Pollution - Evaluation des Risques et Etude des Scénarios de Réhabilitation. *FG/REHA/607.76/97.003b. KREBS/Division Réhabilitation de Sites.*
- [3] Baudrit, C., D. Dubois, H. Fargier, H. (2004) - Practical representation of incomplete probabilistic information. *Advances in Soft Computing :Soft Methods of Probability and Statistics conference, Oviedo*, pp.149-156.
- [4] Baudrit, C., Dubois, D., Guyonnet, D., Fargier H. (2004) - Joint Treatment of imprecision and Randomness in Uncertainty Propagation. *Proc. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Perugia*, pp.873-880.
- [5] Baudrit, C., Dubois, D., Fargier, H.(2003) - Propagation of Uncertainty involving Imprecision and Randomness. *Proc.3^d European Conference on Fuzzy Logic and Technology, Zittau (Germany)*, pp.653-658.
- [6] Dubois, D., H. T. Nguyen, H. T., Prade, H. (2000) - Possibility theory, probability and fuzzy sets : misunderstandings, bridges and gaps. *Fundamentals of Fuzzy Sets*, Dubois,D. Prade,H., Eds : Kluwer , Boston, Mass, pp.343-438.
- [7] EPA, U.S. (1989) - Risk Assessment Guidance for Superfund. *Volume I : Human Health Evaluation Manual (Part A). (EPA/540/1-89/002). Office of Emergency and Remedial Response. U.S EPA., Washington D.C.*
- [8] [http ://www.klt.fi/expofacts/](http://www.klt.fi/expofacts/)
- [9] Ferson, S. RAMAS Risk Calc 4.0 Software : *Risk Assessment with Uncertain Numbers.* Lewis Publishers, Boca Raton, Florida.
- [10] Guyonnet, D., Bourguine, B.,Dubois, D., Fargier, H., Côme, B., Chilès, J.P. (2003) - Hybrid approach for addressing uncertainty in risk assessments. *Journal of Environmental Engineering*, v.126, pp.68-78.
- [11] InVS (2002). Dépistage du saturnisme infantile autour des sources industrielles de plomb. Tome 1 : Analyse de la pertinence de la mise en oeuvre d'un dépistage : du diagnostic environnemental à l'estimation des expositions.
- [12] Labieniec, P. (1994) - The risk implications of approaches to setting soil remediation goals at hazardous waste contaminated sites. *Ph.D Dissertation, Carnegie Mellon University.*
- [13] Nelson, R.B. An Introduction to Copulas. *Lecture Notes in Statistics*, Springer-Verlag, New York, v.139, 1999.
- [14] G. Shafer. A Mathematical Theory of Evidence. *Princeton University Press*, 1976.
- [15] Williamson, R.C., Downs, T. Probabilistic arithmetic I : Numerical methods for calculating convolutions and dependency bounds. *International Journal of Approximate Reasoning*, 4, 8-158, 1990.

Annexe D

Rapport de Scott Ferson sur les possibilités et limites des méthodes bayésiennes en évaluation des risques

Bayesian methods in risk assessment

Prepared for

Dominique GUYONNET
Head of Waste & Storage Unit
BRGM – Service Environnement & Procédés
3 avenue Claude GUILLEMIN
BP 6009
45060 Orléans cedex 2
FRANCE
02.38.64.38.17, fax 02.38.64.30.62
d.guyonnet@brgm.fr

by

Scott Ferson
Applied Biomathematics
100 North Country Road
Setauket, New York 11733 USA
scott@ramas.com
1-631-751-4350, fax 1-631-751-3435

Table of contents

Table of contents.....	2
Executive summary	3
Introduction.....	4
The subjectivist versus frequentist debate	5
Bayesians are like snowflakes	6
Derivation of Bayes' rule.....	7
Numerical example: disease testing.....	8
Numerical example: paternity.....	9
Numerical example: waiting for a bus.....	9
Bayes' rule for distributions	10
Numerical example: updating with sample values	12
Numerical example: model uncertainty	13
Numerical example: updating with only constraints	14
Numerical example: multinomial sampling.....	16
Advantages of the Bayesian approach in risk analysis	17
Limitations and disadvantages of Bayesian methods	20
Controversy.....	20
Bayes' rule doesn't tell you anything you didn't already believe.....	21
Need for a prior.....	22
Subjectivity	26
Determining the likelihood function.....	28
Zero preservation problem.....	30
Computational difficulty.....	30
Bayesian model averaging masks uncertainty	31
Structural omniscience.....	32
Bayes' rule says more than is justified	35
Bayesian rationality does not extend to group decisions	37
Fixing the Bayesian paradigm: robust Bayes.....	37
Intervalizing Bayes' rule for events.....	38
Trivial case of Bayes' rule on p-boxes	40
Parametric classes.....	41
Other distribution classes.....	43
Caveats about robust Bayes	43
Two-dimensional Monte Carlo simulation.....	44
Disadvantages	46
Conclusions.....	49
Acknowledgments	51
References.....	52

Executive summary

Empirical data are almost always lacking in real-world risk analyses. In fact, some risk analysis problems try to forecast what risks may be associated with situations that are, at the time of the assessment, only hypothetical. It may therefore be unethical or even impossible to collect relevant empirical data. To make matters worse for the analyst, the situations of concern in risk analyses are often novel and have never been studied before. This means that scientific understanding of the underlying processes may itself be in doubt. Because of these facts, computational problems in risk analysis are often characterized by three issues:

- (i) there may be little or even zero empirical data available for some variables,
- (ii) it may be necessary to employ subjective information from the analyst's judgment or expert opinion, and
- (iii) uncertainty about the mathematical model used in the assessment may be substantial.

These issues complicate or impede the assessment, and they can call into question any conclusions or inferences drawn from the assessment.

A Bayesian approach might be useful in addressing these issues. By design, Bayesian methods natively consider the uncertainty associated with the parameters of a probability model (even if those uncertain parameters are believed to be fixed numbers). Bayesian methods are often recommended as the proper way to make formal use of subjective information such as expert opinion and personal judgments or beliefs of an analyst. An important advantage of Bayesian methods, unlike frequentist methods with which they are often contrasted, is that they can always yield a precise answer, even when no data at all are available. Finally, recent Bayesian literature has focused on the potential significance of model uncertainty and how it can be incorporated into quantitative analyses.

This report reviews the technical and interpretational limitations of using Bayesian methods in risk and uncertainty analyses. It argues that the methods produce sometimes extreme overconfidence and arbitrariness in the computed answers. These deficiencies are illustrated using various computational problems including projecting uncertainty through predictive expressions, analyzing sample data, updating estimates based on new information, and accounting for model uncertainty. There are three main causes of this overconfidence and arbitrariness: (1) misuse of equiprobability as a model for incertitude, (2) overuse of averaging to aggregate information, which tends to erase variation rather than propagate it, and (3) reliance on precise values and particular distributions when available information does not justify such specificity.

Frequentists use two-dimensional Monte Carlo (2MC) simulation to account for uncertainty associated with the parameters of a probability model that Bayesian methods handle natively. Because of their mathematical simplicity, many risk analysts now routinely use and recommend 2MC simulation as a convenient and natural approach to account for incertitude—as distinguished from variability—in an assessment. It is clear, however, that 2MC has many of the same disadvantages as Bayesian methods, and harbors some problems of its own as well.

The methods most commonly employed by Bayesians and users of 2MC often rely on untenable or dubious assumptions. Robust methods are needed that can produce reliable projections even without precise and complete statistical information. Such methods produce bounding answers which seem more appropriate for the risk analysis problems considered.

Introduction

There are three ways that Bayesian methods might be employed in risk analysis for scientific or regulatory purposes. The first way is to take over the assessment and decision process entirely. The Bayesian approach would be used to **frame the scientific or regulatory decision problems**. The decision problems faced in risk analysis include questions like

- Should the manufacture of a dangerous product be banned or limited?
- Should we clean up a site of environmental contamination?
- How much should it be cleaned up? and
- Should the *Cassini* spacecraft be allowed to fly?

Bayesians would argue that their approach is a comprehensive scheme for inference and decision making, and that the only way to guarantee rational and coherent decisions to the problems is by expressing and solving them within a Bayesian framework. This use of Bayesian methods essentially puts the Bayesian analyst in charge of the entire endeavor. Some decision makers might prefer to use a formal infrastructure to arrive at decisions, but such uses have apparently been rare among prominent risk assessments.

On the other hand, Bayesian methods could be used merely to **estimate risk distributions**. This use of Bayesian methods puts the Bayesian analysts in the center of the issue, although not in charge of the entire process. Bayesian methods could be used to answer questions like

- What are the probabilities that contaminant doses will be large?
- What is the uncertainty about the mean radiation exposure?
- How likely is the stress to exceed a critical value?
- How long is an endangered species likely to persist?

The distributions and quantities that result from the analyses would be the primary fodder for the decision making, but the decision process itself would be insulated from the Bayesian analysis. Some decision makers might think this preferable if the decision involves horse trading or sensitive political implications.

Finally, Bayesian methods could be used as a tool to **select or parameterize input distributions** for a risk model. This use relegates Bayesian analysts to the roles of technicians and support analysts, because the form of the risk model and the overarching decision process are developed without appeal to Bayesian methods. In practice, however, it appears that Bayesian methods are invading risk analysis in a gradual way from this technical level first. In such uses, the methods are applied to estimation problems too, but in these cases one is estimating the inputs to models rather than estimating the answers directly. The questions that Bayesian methods might answer would be similar to

- What is the distribution for contaminant concentrations a receptor will experience?
- How much Perrier do people drink per day?
- What is the uncertainty about the probability of a critical event? and
- How can we characterize uncertainty about the mean of the body mass distribution?

Bayesian methods certainly provide an important way to select inputs for a risk analysis. Many would argue that they are the only formal way to make use of subjective information such as the analyst's judgments or experts' opinions in fashioning inputs. Because data are commonly so scarce in risk analysis that there may not be any other kind of information, the proper handling of subjective information can be critical.

This document will review the advantages and disadvantages of Bayesian methods, focusing mostly on the second and third ways they can be applied in risk analysis.

The subjectivist versus frequentist debate

Probability theory was invented three and a half centuries ago in a long series of letters between French mathematicians Blaise Pascal and Pierre de Fermat as a means to settle questions involving gambling. The first flowering of the discipline occurred two hundred years ago, when Pierre-Simon de Laplace (1820) realized that the methods of inference developed for questions about the possible outcomes of throwing dice and drawing playing cards could also be used to answer other kinds of questions. This realization allowed probability theory to accumulate a great variety of applications in many areas beyond gambling, particularly in mathematics, science and engineering. From the earliest correspondence between Pascal and Fermat, and essentially in the turn made by Laplace, there has been an element of controversy about just what ‘probability’ should mean. The crucial question is whether probability should measure something with a *physical reality*, or something that reflects a *person’s beliefs* about the physical world.

The debate about the meaning of probability has continued to the present day. Neapolitan (1992) reviewed the use of three* different interpretations of probability to address three kinds of questions. The classical theory of probability applies to situations in which all possible outcomes are equally likely. It is used to answer questions like “What is the probability that two dice will land showing at least an eight?” Everyone accepts this interpretation of probability and agrees that it is appropriate to answer such questions. But the success of the theory in handling situations in which uncertainty plays a central role tantalizes people who, naturally, wanted to extend this capacity. Two schools of thought emerge about how this can be done. The first school is composed of the frequentists, who maintain that probability can be applied to all repeatable, random phenomena, even if the possible outcomes are not equally likely. The frequentist theory of probability can be used to answer more complicated questions such as “What is the probability that we’d see farm yields like those observed if the fertilizer we used had no effect?”

The second school of thought is composed of the subjectivists who maintain that probability can be applied to any event about which one is uncertain. The subjectivist theory of probability can be applied to questions like “What is the probability that the fertilizer has no effect?” Note that this question is actually closely akin to questions like “Is there a God?” and “Is OJ guilty?” in that the fact of the matter is, presumably, either true or false. That is, there is no random process in which there is sometimes a God and sometimes not. Frequentists think such questions are meaningless, or at least that they cannot be addressed by probability theory because there is no underlying random process. God either exists or doesn’t exist; the fertilizer either has an effect or it doesn’t. By asking about the probability that the fertilizer has an effect (when it either does or doesn’t), subjectivists are not asking a question about the real world, but rather one about their own brains. They are really asking “How much should I believe that the fertilizer has an effect?” The probabilist de Finetti (1970, page x) famously proclaimed “probability does not exist” by which he meant that, because probability measures a rational agent’s degree of belief, there is no single “correct” probability. Naturally, frequentists question the relevance of such questions, but subjectivists counter that the tortured way frequentists must approach simple questions (like whether the fertilizer is any good) make their approach unworkable. Subjectivists feel there is no compelling reason to limit the powerful methods of probability to asking about random events, subjectivists can ask about *any* event.

*Other possible interpretations of probability have also been proposed (see Hájek 2003).

In statistics, a frequentist draws inferences about data given unknown parameter, while a subjectivist updates beliefs about uncertain parameters given new data. It happens that a frequentist analysis of a data set often agrees in large part with a parallel analysis based on a subjectivist interpretation of probability (Lindley 1965). Such situations appear to conform with the old joke that the reason academic arguments are so intense is because there is so little at stake. One might certainly regard the debate between the two schools as purely philosophical, and therefore of no real consequence to engineers or any practically minded person, if the numerical results of the analyses based on the different interpretations do not differ substantially. However, there can be numerical differences—and sometimes big ones—between the two kinds of analyses. The differences tend to be greatest when data are the scarcest, which is of course the typical case in risk assessment problems. For this reason, it seems that modern-day risk analysts do have to enter the fray of this debate and consider which school they will subscribe to or how they will try to bridge between the two of them. However, given its perennial nature, we shouldn't expect to completely resolve the dispute, even for a highly circumscribed domain such as risk analysis.

Bayesians are like snowflakes

Despite assertions that the Bayesian approach provides a unified theory for inferences and decision making, in fact there is a great diversity among Bayesian practitioners. Like proverbial snowflakes, it seems that each Bayesian is a unique assemblage of opinions about the proper methodology for statistics. For instance, most Bayesians regard all statistical problems as part of decision theory and consider the decision context to be an essential element of a properly framed problem. But not all Bayesians hold to this opinion. Although most Bayesians subscribe to a subjectivist interpretation of probability and affirm the fundamental importance of subjectivity within a general scheme for inference, there are some “objective Bayesians” who reject the subjective interpretation of probability. Most Bayesians feel obliged to reduce the distributions of parameters to their means to obtain single values, but many Bayesians have no qualms about reporting entire distributions to characterize the uncertainty about parameters. Most Bayesians believe that a precise probability model can and should be elicited, but practitioners of robust Bayes methods (Berger 1985) permit the use of classes of probabilities rather than insisting that a particular probability model. Perhaps most surprisingly, not all Bayesians regularly employ Bayes' rule to update priors with incoming data. Some analysts (e.g., Vose 2000, page 150) prefer to re-evaluate the prior whenever new data becomes available, and tend to defer the application of Bayes rule to the indefinite future. Because of this wide variation in practice, comments and criticisms about Bayesian methods must to a large degree follow a moving target. Indeed, some schools of Bayesians would agree with certain of the criticisms spelled out in this report, and they would offer their own approach as a fix for the problem or limitation. The review below intends to describe standard Bayesian methods (if such exist) as they might be used in risk analysis problems.

The next two sections introduce Bayes' rule for events and distributions. They include seven numerical examples that illustrate how a Bayesian approach would work in risk analysis. The next section briefly reviews the advantages of the Bayesian approach. The section after that reviews the disadvantages, using the numerical examples as touchstones to argue the Bayesian solutions are inadequate or overconfident in particular ways.

Derivation of Bayes' rule

For two events A and B , having probabilities $P(A)$ and $P(B) \neq 0$ respectively, the definition of the conditional probability of A given B is

$$P(A | B) = P(A \& B) / P(B)$$

where $A \& B$ denotes the event where both A and B occur and $P(A \& B)$ denotes that event's probability. The quantity $P(A | B)$ describes* the chance that event A will occur, given the fact that B has already occurred.

Consider the Venn diagram below. So long as neither A nor B is impossible, i.e., if $P(A) \neq 0$ and $P(B) \neq 0$, then symmetry implies that the probability of the conjunction $A \& B$ is equal to two things,

$$P(A | B) P(B) = P(A \& B) = P(B | A) P(A),$$

which must therefore equal each other. Rearranging a little bit, we see immediately that

$$P(A | B) = P(A) P(B | A) / P(B)$$

which is Bayes' rule. It is just a way of converting a probability like $P(B | A)$ into one like $P(A | B)$, that is, the probability that B occurs given A has occurred to the probability that A occurs given B . This means, for instance, that the probability that you have a disease given that you've tested positive for it can be computed from the probability that you'd test positive for the disease if you had it. The confusion of these two quantities is not only common among beginning students of probability theory, but has found its way into the publications by some of the greatest names in its history, including de Morgan**, Boole, and even Laplace himself. Bayes' rule converts from $P(B | A)$ to $P(A | B)$ simply by multiplying by $P(A)$ and dividing by $P(B)$.

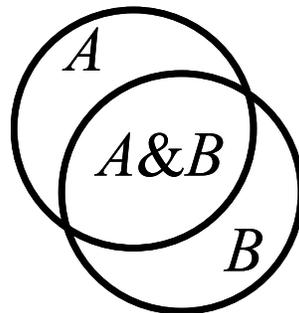


Figure 1. Venn diagram of two events.

*Jeffreys introduced the notation using the vertical line, but it was popularized by Feller. Like many things in probability theory, it is somewhat illogical. One expects the argument of $P(\cdot)$ to be an event as A , B or $A \& B$ are, but $A | B$ is not an event, i.e., it is not a subset of the sample space.

**Rice (2004) argued that de Morgan, who wrote the first treatise on probability theory in the English language, completely *abandoned* the field of probability because of its difficulty and because such errors are so easy to make. Peirce acknowledged the intrinsic and unique difficulty of probability among mathematical disciplines (quoted in Hamming 1991, page 41).

In this formulation, $P(A)$ is called the prior and $P(B | A)$ is called the likelihood. $P(B)$ is called the normalization factor. It is often computed using the law of total probability as

$$P(B) = \sum_i P(B | C_i)P(C_i)$$

where C_i is some partition of the sample space. For instance, it might be computed as

$$P(B) = P(B | A) P(A) + P(B | \text{not } A) P(\text{not } A) = P(B | A) P(A) + (1 - P(\text{not } B | \text{not } A)) (1 - P(A)).$$

The calculation of the normalization factor is often the most computationally demanding aspect of the use of Bayes' rule.

It is important to understand that there is nothing whatever controversial about Bayes' rule in itself. It is a theorem based on the axioms of probability theory. Probabilists of all stripes consider it valid and routinely use it their arguments and calculations. The controversy around Bayes' rule arises, not from the rule itself, but from the applications that have sometimes been made of it. In the next and following sections, we shall review some of these applications.

Numerical example: disease testing

Suppose that the prevalence of a disease in the general population is 1 in 10,000 people (0.01%). Suppose that a test for the disease has been developed which has excellent characteristics. In particular, the sensitivity of the test, which is the probability that the test is positive when it is applied to a person with the disease, is 99.9%. The specificity of the test, which is the probability that the test is negative if the person does not have the disease, is 99.99%. If a person from the population with no other known risk factors tests positive for the disease, what is the chance that the person actually has the disease? When the question is asked this way, almost everyone, including medical professionals, think the answer is some value over 99%, even though this answer is completely wrong (Casscells et al. 1978; Cosmides and Tooby 1996; Gigerenzer 1991; 2002).

Bayes rule allows us to compute the probability $P(\text{disease} | \text{positive})$ that the person has the disease given a positive test as the ratio

$$P(\text{disease} | \text{positive}) = \frac{P(\text{disease}) \times P(\text{positive} | \text{disease})}{P(\text{positive})}$$

where $P(\text{positive})$ is computed as the sum

$$P(\text{disease}) \times P(\text{positive} | \text{disease}) + (1 - P(\text{disease})) \times (1 - P(\text{negative} | \text{healthy})).$$

We use this formula by plugging in the numbers

$$\begin{aligned} \text{prevalence} &= 0.01\% = P(\text{disease}), \\ \text{sensitivity} &= 99.9\% = P(\text{positive} | \text{disease}), \text{ and} \\ \text{specificity} &= 99.99\% = P(\text{negative} | \text{healthy}), \end{aligned}$$

and computing

$$\begin{aligned} & \text{prevalence} \times \text{sensitivity} / (\text{prevalence} \times \text{sensitivity} + (1 - \text{prevalence}) \times (1 - \text{specificity})) \\ & = 0.01\% \times 99.9\% / (0.01\% \times 99.9\% + (1 - 0.01\%) \times (1 - 99.99\%)) \end{aligned}$$

which yields 0.4998. Thus, the probability that the person who tested positive for the disease actually has it is only about 50%. To see why this is so, imagine a population of 10,000 people without any specific risk factors. The prevalence of 0.01% suggests that about one person from this group has the disease. The sensitivity of the test (99.9%) suggests that this person will test positive almost certainly. The specificity of 99.99% suggests that, of the 9,999 people who do not have the disease, another will also test positive. Thus, we'd expect roughly two people to test positive for the disease, but only one of them actually has it.

Numerical example: paternity

Berry (1997) offers an example of using Bayes' rule to compute the probability that a man is the father of a girl given the results of (non-DNA) blood tests on the individuals involved. The girl has type B blood and her mother has type O. Genetics of the ABO allele system tell us that the girl could not have inherited the B allele from her mother. She must have inherited it from her father. The alleged father has type AB and, therefore, could have been the donor of the B allele. To apply Bayes' rule to compute the probability of the man's paternity given the blood results, we need

P(B | F) probability the girl would inherit the B allele if the man were her father,
P(B | not F) probability she could inherit the B allele from another man, and
P(F) prior probability the man is the father of the girl.

Because the man's blood type is AB, he will contribute either an A or a B allele to his progeny, with equal frequency, so basic Mendelian genetics tells us that $P(B | F) = \frac{1}{2}$. The frequency of the B allele in the general population is about 0.09, so that means $P(B | \text{not } F) = 0.09$. If we don't know what the prior should be, we might set $P(F) = \frac{1}{2}$. Applying Bayes' rule, we compute

$$\begin{aligned} P(F | B) &= \frac{P(F) \times P(B | F)}{P(F) \times P(B | F) + (1 - P(F)) \times P(B | \text{not } F)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (1 - \frac{1}{2}) \times 0.09}, \end{aligned}$$

so $P(F | B)$ is about 0.847. If we were unsure about the paternity before seeing the blood results, we ought to be somewhat more sure afterward. Certainly, this would seem to be a relevant argument for civil litigation alleging paternity.

Numerical example: waiting for a bus

A rather less biological example concerns the problem of whether you should continue to wait for an already late bus, or give up on it and start walking. Suppose that you arrived at the bus stop in plenty of time before its scheduled stop and have been waiting so that, now, it is 10 minutes late. Buses sometimes don't show up at all, and the next scheduled bus is two hours away. To make your appointment, you might have to walk. You're told that 90% of buses observe their rounds,

and that 80% of those that do are no more than 10 minutes late. This means that there's a 10% chance that bus won't show up at all, and, if it does, it might be more than 10 minutes late. Given that it's already 10 minutes late, what is the probability the bus will come, or, to phrase it as a risk analysis question, what is the probability that the bus won't come and you'll need to walk?

Consider two events B and W. Event B is that the bus does come, and event W is that it never does and you have to walk to your appointment. The prior probabilities are

$$\begin{aligned} P(B) &= 90\%, \\ P(W) &= 10\%. \end{aligned}$$

The likelihoods of the observation that the bus is 10 minutes late given these two events are

$$\begin{aligned} P(10 \text{ min} | B) &= 20\%, \\ P(10 \text{ min} | W) &= 100\%. \end{aligned}$$

Because 80% of buses that show up are no more than 10 minutes late, our assuming that the bus will eventually come would mean that it would be one of the 20% that are even later. The second likelihood comes from the fact that, if the bus isn't coming at all, then we're sure it will be 10 minutes late. Applying Bayes' rule, we can see the probability that the bus will come given the observation that it's already 10 minutes late is

$$\begin{aligned} P(B | 10 \text{ min}) &= P(B) \times P(10 \text{ min} | B) / (P(B) \times P(10 \text{ min} | B) + P(W) \times P(10 \text{ min} | W)) \\ &= 90\% \times 20\% / (90\% \times 20\% + 10\% \times 100\%) \\ &= 18 / 28 \\ &\approx 0.643. \end{aligned}$$

The probability the bus won't come given the observation is

$$\begin{aligned} P(W | 10 \text{ min}) &= P(W) \times P(10 \text{ min} | W) / (P(B) \times P(10 \text{ min} | B) + P(W) \times P(10 \text{ min} | W)) \\ &= 10\% \times 100\% / (90\% \times 20\% + 10\% \times 100\%) \\ &= 10 / 28 \\ &\approx 0.357. \end{aligned}$$

So, despite your growing frustration with the bus company, it looks like it's still more likely that the bus will come than not.

Bayes' rule for distributions

Bayes' rule for events can be extended to define a Bayes' rule for random variables and their distributions functions in a straightforward way. It can be used to combine a prior distribution and a likelihood function to produce a posterior distribution. The posterior distribution might then be used as an input in a risk analysis. We can write Bayes' rule as

$$P(\theta | E) = P(\theta) P(E | \theta) / P(E)$$

where P denotes probability mass (or density), θ is a value of the random variable in question, and E denotes the evidence being considered. P(θ) is the prior probability that the random variable takes on the value θ . Because P(θ) is a distribution of θ , its integral with respect to θ is

one. $P(E | \theta)$ is the conditional likelihood function that expresses the probability of the evidence given a particular value of θ . The likelihood function is the probability of observing a value if the value were actually θ , interpreted as a function of θ . It is not a distribution, so its integral need not be one. The normalizing factor $P(E)$ corresponds to the probability of having obtained the observed evidence. This divisor is the sum (or integral) with respect to θ of the product of the prior and the likelihood. Bayes' rule is applied for all values of θ to obtain $P(\theta | E)$, which is the posterior distribution of θ given the evidence. Both the prior and the likelihood are functions of θ , and Bayes' rule for distributions is essentially their product for each possible value of θ . The normalizing factor is not a function of θ , but has a single value such that the resulting posterior distribution integrates to unity.

For most Bayesians, the prior distribution is derived from the opinions or beliefs of the analyst. It is intended to represent, at least initially, the analyst's subjective knowledge before any specific evidence is considered. Thus, it may be the result of amorphous preconceptions, mechanistic reasoning, hearsay, or some combination of these things. The likelihood function represents a model, also perhaps taken from the subjective knowledge of the analyst, of what data implies about the variable in question. The normalizing factor is often difficult to compute analytically, but the use of conjugate pairs (see page 29) may greatly simplify the problem. When these computational shortcuts can't be used, recently developed software programs may be able to solve the problem using computer-intensive methods.

Although statistics and probabilistic modeling in general are focused primarily on assessing or accounting for uncertainty about parameters, there may also be substantial uncertainty about the *model* in which the parameters are bundled. In analytical parlance, a 'model' consists of those aspects of the description of a problem or calculation which are regarded as given and not at present in question (Edwards 1972, page 3). This is not to suggest, however, that a model is forever beyond doubt. Indeed, the correctness of a model in its choices of distributions and structural assumptions may sometimes be the most dubious element of an analysis. Bayesian model averaging (Draper 1995; Raftery et al. 1997; Hoeting et al. 1999; Clyde and George 2003) is used to characterize model uncertainty so it can be incorporated into a risk analysis. Until very recently, analysts chose a single model and then acted as though it had generated the data. Bayesian model averaging recognizes that conditioning on a single selected model ignores model uncertainty, and therefore can lead to underestimation of uncertainty in forecasts. The Bayesian strategy to overcome the problem involves averaging over all possible models when making inferences about quantities of interest. Draper (1995) suggested employing standard techniques of data analysis, but when a good model is found, embedding it in a richer family of models. By assigning prior probabilities for the parameters of this family of model and treating model selection like other Bayesian parameter estimation problems, this approach produces a weighted average of the predictive distributions from each model, where the weights are given by the posterior probabilities for each model. By averaging over many different competing models, this approach incorporates model uncertainty into conclusions about parameters and predictions. In practice, however, this approach is often not computationally feasible because it can be difficult to enumerate all possible models for problems with a large number of variables. However, a variety of methods for implementing the approach for specific kinds of statistical models have been developed. The approach has been applied to many classes of statistical models including several kinds of regression models (Hoeting et al. 1999).

The sections below illustrate three more applications of Bayes' rule. In the section that follows the examples, we will review the limitations and deficiencies of such applications in risk analysis.

Numerical example: updating with sample values

Suppose that your prior for θ is a normal distribution with a mean of 6 and unit variance, and that you have an observation $x = 13$ which is normally distributed with mean θ equal to the parameter of interest and a variance of 2. (The central limit theorem is often used as a justification for assuming that observations might be normally distributed.) Recall that a normal distribution on y with mean μ and variance σ^2 has probability density

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

In this case, we have

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\theta-6)^2}{2}\right)$$

and

$$P(x|\theta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\theta)^2}{4}\right),$$

so, when we multiply these functions, expand the squares, and omit constants of proportionality, we obtain

$$P(\theta|x) \propto P(\theta)P(x|\theta) \propto \exp\left(\frac{-3\theta^2 + 2(12+x)\theta}{4}\right).$$

Plugging in the observed value $x = 13$, we find the posterior density is proportional to $\exp((-3\theta^2 + 50\theta)/4)$. It can be shown that this is a normal distribution with a mean of 8 and a variance of $\frac{4}{3}$. The graph below depicts the prior distribution, the likelihood function and the posterior distribution they yield.

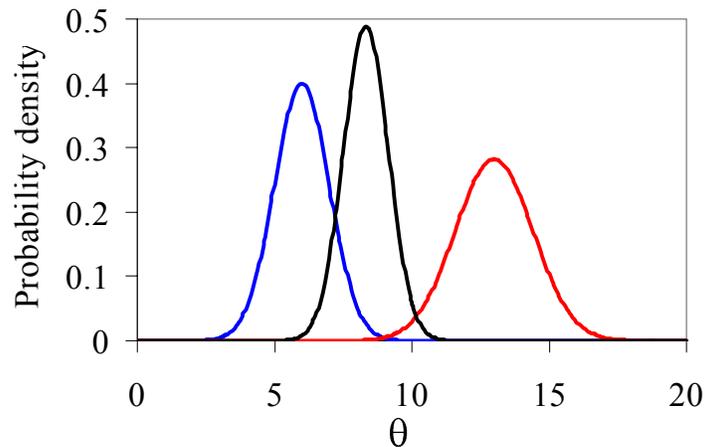


Figure 2. Prior distribution (blue), likelihood function (red) and the resulting posterior distribution (black) for θ .

This application of Bayes' rule is called updating because we have updated the prior to account for the evidence represented by the sample value. The calculation can be repeated for additional sample values by using the posterior as the prior for each next application of Bayes' rule for new sample values. The order in which the sample data arrive generally does not matter, nor does whether the sample values come singly or in groups. The posterior distribution we eventually obtain is the same, regardless of order and grouping of the data. As data accumulates during sequential updates, the initial choice of the first prior has a smaller and smaller influence on the final posterior, assuming the prior was reasonable to start with (see the section below on zero preservation). Because analysts typically have different prior information, their posteriors will likely differ. But as new data are collected and shared among the analysts, their posteriors will tend to converge.

Numerical example: model uncertainty

Suppose we're not sure whether a binary function f should be modeled as an addition or a multiplication. This would mean that either

$$f(A, B) = f_1(A, B) = A + B$$

or

$$f(A, B) = f_2(A, B) = A \times B$$

where, say, A is normally distributed with mean zero and unit standard deviation, and B is normally distributed with mean 5 and unit standard deviation, which we denote as

$$\begin{aligned} A &\sim \text{normal}(0, 1), \\ B &\sim \text{normal}(5, 1). \end{aligned}$$

One sample of $f(A, B)$ has been taken and observed to have the value 7.59. This single piece of evidence can be used to compute the likelihood for each of the two models. The likelihood associated with the first model is the probability density associated with the value 7.59 for the convolution $A+B \sim \text{normal}(5, \sqrt{2})$. This value can be computed in Excel with the expression “=NORMDIST(7.59, 5, SQRT(2), FALSE)” and is about 0.05273. The likelihood associated with the other model is the density at the same x -value of the distribution for the multiplicative convolution $A \times B$, which is approximately normal in shape with zero mean and standard deviation of $\sqrt{26}$. This value is about 0.02584. These likelihoods are then to be multiplied by the respective priors. Suppose the prior probabilities are given as 0.6 that f is the additive model and 0.4 that it is multiplicative. From these, we can compute the (normalized) Bayes factors for the two models,

$$\begin{aligned} \text{Additive:} & \quad 0.6 \times 0.05273 / (0.6 \times 0.05273 + 0.4 \times 0.02584) = 0.7538 \\ \text{Multiplicative:} & \quad 0.4 \times 0.02584 / (0.6 \times 0.05273 + 0.4 \times 0.02584) = 0.2462 \end{aligned}$$

In this case, the sample datum tends to confirm that the additive model is more likely, which was the prior belief as well. These values represent the weights that we should associate with the additive and multiplicative models respectively. Bayesians would use the Bayes' factors as weights to construct a stochastic mixture distribution of the two convolutions $A+B$ and $A \times B$. The mixture would thus combine the additive model with probability of about $\frac{3}{4}$ and the multiplicative model with probability of about $\frac{1}{4}$. The resulting mixture distribution is depicted as the black curves in Figure 3. This distribution is the posterior distribution for $f(A, B)$ that

incorporates model uncertainty, the relative beliefs about the two models, and the available sample data. If there had been no sample data at all available, the posteriors would be taken to be the unmodified priors for the two models, so the mixture weights would have been 0.6 and 0.4.

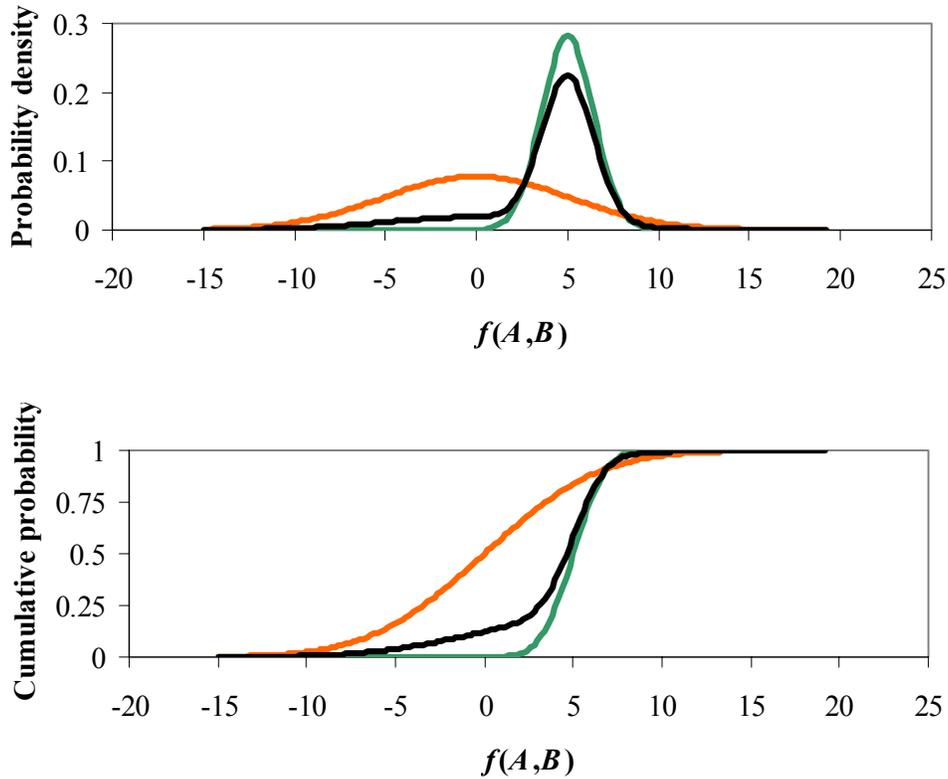


Figure 3. Mixture (black) of $f(A, B)$ distributions for additive model (green) and multiplicative model (orange), with Bayes' factors used as weights. Both density and cumulative displays are given.

Numerical example: updating with only constraints

Bayesian updating does not require the information be in the form of sample data. Suppose we have three continuous random variables W , H , and A , and there is very little information available about these variables, except it is known that their ranges are surely constrained to the intervals

$$\begin{aligned} W &\in [23, 33], \\ H &\in [112, 150], \text{ and} \\ A &\in [2000, 3200]. \end{aligned}$$

Suppose these variables correspond to width, height and their product, area*. Does knowing these variables are related as $W \times H = A$ allow us to say more about the variables?

To use Bayes' rule to answer this question, we need to construct a likelihood function that expresses what the knowledge about their relationship says about the random variables. This can be done with the likelihood

$$L(A = W \times H | W, H, A) = \delta(A - W \times H)$$

where $\delta(\cdot)$ is the Dirac delta function that is positive when its argument is zero and zero everywhere else. This likelihood function concentrates all of the probability mass onto the manifold of feasible combinations of W , H , and A . Any triples such that $W \times H \neq A$ have a likelihood of zero, so they will be excluded by the updating process.

Because of the paucity of specific information about the random variables, a Bayesian analysis would use an "uninformative" prior to model them that doesn't prefer any values within the respective intervals. The most common choice is the uniform distribution over the volume described by the three intervals. This uniform distribution is

$$\Pr(W, H, A) = \frac{I(W \in [23,33])}{33 - 23} \times \frac{I(H \in [112,150])}{150 - 112} \times \frac{I(A \in [2000,3200])}{3200 - 2000}$$

where $I(\cdot)$ is the indicator function equaling one when its argument is true and zero otherwise. The probability density is equal for all triples within the constraints, and zero for all triples such that any of the random variables lies outside its range.

The density of the posterior distribution is proportional to the product of the prior and the likelihood

$$f(W, H, A | A = W \times H) = \delta(A - W \times H) \times \Pr(W, H, A).$$

The integration necessary to solve for the posterior is cumbersome but straightforward. The cumulative distribution functions of the marginal distributions of the three random variables implied by the resulting posterior are displayed in Figure 4. The ordinate for each of the three graphs is cumulative probability. In addition to the distribution functions shown as black curves, also shown are intervals resulting from a naïve constraint analysis that about the possible range of each variable given what was known about the ranges of the other two. It is clear that the distributions are much more precise than intervals are. Because the distributions are not uniform within the intervals, they offer a much more detailed picture of how using knowledge of how variables are related has improved their estimates.

*Or they might be electrical current, resistance and voltage, or perhaps the concentration of an environmental contaminant, a receptor's intake rate and the corresponding exposure.

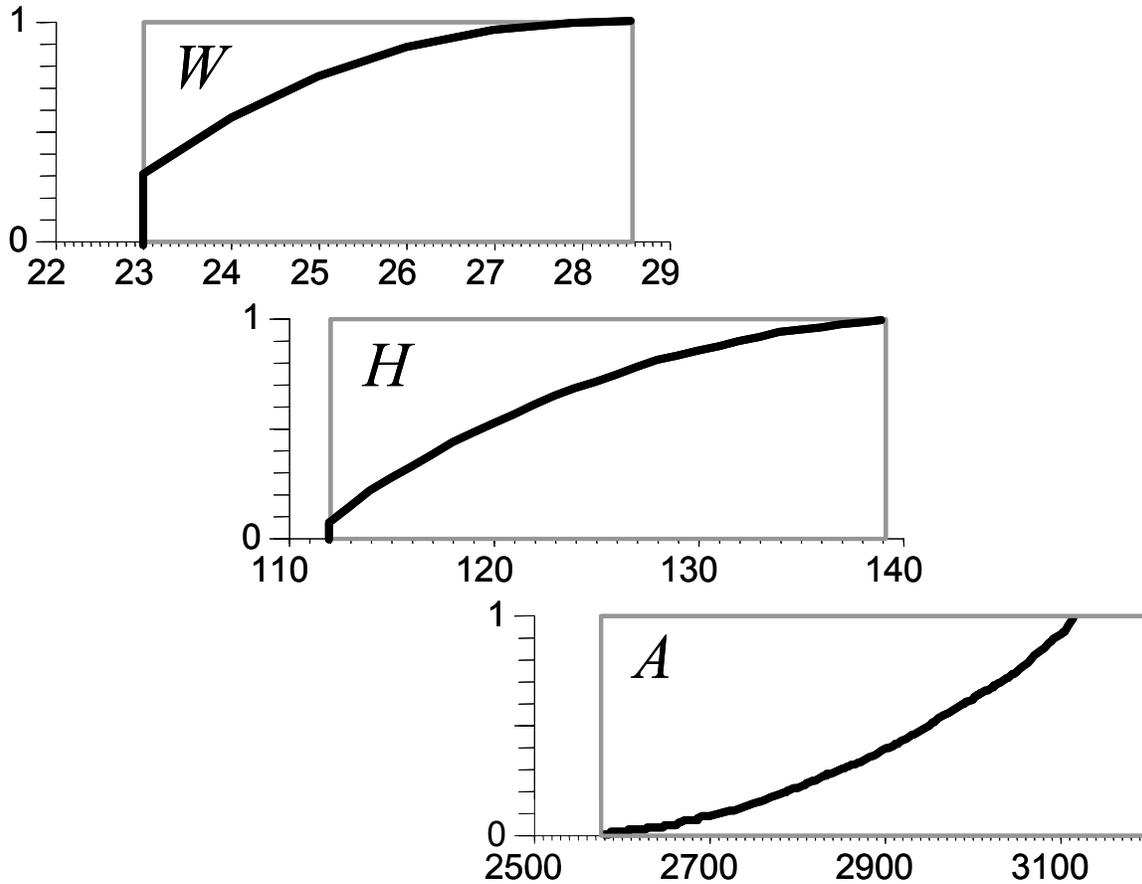


Figure 4. Posterior marginal cumulative distributions (black) for the random variables width, height and area along with their possible ranges (gray).

Numerical example: multinomial sampling

Suppose there is a bag of colored marbles and we want to know the probability that a marble drawn at random from the bag is red. After each marble is drawn from the bag, it is placed back in the bag which is then thoroughly shaken. If we could examine all the marbles in the bag and see what color each is, we could compute the probability as the number of red marbles divided by the total number of marbles in the bag. If, however, we can't examine all the marbles at the beginning, and can only see the color of each marble as it is drawn from the bag, we will accumulate sample data about the bag's marbles that will enable us to estimate the probability that the next marble drawn from it would be red.*

Consider a model with N random observations sampled with replacement. As each of the N marbles is drawn, we see its color $\omega_j \in \Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$, where k is the number of colors of the marbles in the bag. This is a multinomial model with the probability of drawing a marble colored

*It should be obvious that this problem is an exemplar for a wide variety of statistical and risk-analytic problems involving independent and identically distributed trials with finitely many possible outcomes.

ω_j is $P(\omega_j) = \theta_j$, where $j = 1, \dots, k$, $0 \leq \theta_j$, and $\sum \theta_j = 1$. The θ_j are unknown. Given the observed number n_j of marbles that were colored ω_j in the first $N = \sum n_j$ trials, the statistical likelihood function is proportional to

$$\prod_{j=1}^k \theta_j^{n_j}.$$

A Dirichlet prior is convenient to use here. The Dirichlet distribution is a multivariate generalization of a beta distribution. It has density proportional to

$$\prod_{j=1}^k \theta_j^{st_j-1}$$

where s is some fixed positive number, $0 < t_j < 1$ for each j , and $\sum t_j = 1$. This corresponds to the Dirichlet(s, t_j) distribution. The value of s is often taken to be one. The values t_j are the means for θ_j . In this case, the posterior has density proportional to

$$\prod_{j=1}^k \theta_j^{n_j+st_j-1}.$$

This corresponds to the Dirichlet($N+s, (n_j+st_j)/(N+s)$) distribution. Suppose the sample space is $\Omega = \{\text{red, blue, green, white, yellow}\}$. In this case, there are five possible colors.

If we initially have no information about the relative probabilities of drawing a marble of any particular color, Laplace's "principle of insufficient reason" might be used to select the prior. This would result in using uniform distributions. The predictive probability that the next marble is colored ω_j would be the posterior mean of θ_j , which is $(n_j + st_j)/(N + s)$. If the observed sequence of marble colors from the first six independent draws happened to be

blue, green, blue, blue, red, green, red,

the probability the next marble drawn is red would be computed as $(2 + 1 \times 0.2) / (7 + 1) = 0.275$.

What can be said before any marbles have been drawn? An important feature of the Bayesian approach is that it yields a precise value for the probability the next marble is red even *before any data have been collected*, that is, when $N = 0$. This value is, of course, just the mean of the prior probability (0.2). This could be a great advantage in the context of risk analysis where data are scarce or even nonexistent.

Advantages of the Bayesian approach in risk analysis

Many proponents of the Bayesian approach praise it with almost religious zeal, and, to be sure, the approach has several significant advantages that recommend it for wide use. This section summarizes the most important of these advantages for its use in risk analyses. Insofar as statistics is part of risk analysis, we should also consider the advantages of Bayesian statistics over traditional frequentist statistics against which it is usually contrasted and with which scientists are most familiar. Although the frequentist school of statistical inference developed by

Fisher, Neyman, Pearson, Gosset and others is still dominant in science, the Bayesian school has grown enormously over the last quarter century. Berry (1996; 1997) compares Bayesian statistics with the frequentist perspective, and finds many advantages for the former. The following paragraphs highlight some of these advantages. They are listed in order of increasing interest to risk analysts.

Naturalness. By redefining probability as a subjective quantity rather than a measure of limiting frequencies, Bayesians can compute “credibility intervals” to characterize the uncertainty about parameter estimates. They argue that credibility intervals are more natural and easier to work with than traditional Neyman-Pearson confidence intervals whose interpretations make them hard to understand and for which there is no calculus permitting their use in subsequent calculations. Bayesians use probability distributions for both the data and the parameters of their models. In contrast, frequentists do not permit distributions to be used as models of fixed quantities, so they usually cannot use distributions to represent their model parameters. Frequentists can only consider only the probabilities for random data they collect. As a result, frequentist models and inferences have to be fashioned in a way that seems contorted to many. For example, the measures that frequentists compute depend on the experimental design and can only take account of information collected in that experiment. Bayesians can use all the available information, even if that information came from sources outside the experiment. Frequentist measures consider the probabilities of data sets that were possible but that didn’t actually occur. (This is how they can tell whether the data they have are surprising enough to reject the null hypothesis.) The Bayesian posterior depends on data only through the likelihood. The likelihood is calculated from real data which were actually observed. Frequentist measures depend on experimental design and require the experimental design be followed. Results measure the probability of observing data as or more extreme than those actually seen and therefore depend on the rule employed to terminate data collection. Inference is impossible within a frequentist approach when one uses the “scientific stopping rule” (stop collecting data when you have enough information to draw a conclusion). Bayesians, of course, update continually as data accumulates; they don’t need to choose their sample sizes in advance and can stop collecting data whenever they like. Unlike frequentist inference, their calculations and the interpretation of their results do not depend on their having carried out the experiment according to its original plan. This means that Bayesian methods enjoy great flexibility and can benefit from unplanned windfalls and serendipity.

Data mining. Another important advantage of the Bayesian approach is that it allows peeking at the data. The classical Neyman-Pearson school of statistics holds that data mining is scientifically improper. Because one cannot legitimately compute p -values after having examined the data, one should not peek at the data without having already formed an a priori hypothesis. In this conception, data contaminates the mind of the scientist. Under this philosophy, a person should take a graduate-level course in statistics as preparation, then collect one data set, compute the p -value for a single a priori hypothesis, and then retire from science. The Neyman-Pearson school also holds that it is inappropriate to create models with a large number of parameters for data sets with relatively few samples. Likewise, one should not try to estimate more than a few parameters at a time. Of course, scientists in practice do not—and could not—follow these strictures. Data are always in short supply and, in the process of collecting them, scientists inevitably peek at the data values. Hypotheses occur to us only as we see the world revealed in new data, and models invariably get more and more complex as we know more about the world they represent. Every practicing scientist engages in multiple hypothesis tests, and we generally do not make use of any multiple-test corrections (such as suggested by Bonferroni or Scheffé) simply because doing so would make statistical significance impossibly elusive. Users of Bayesian statistics have no guilt about peeking at the data. This is

perfectly proper under the Bayesian approach. They don't hesitate to estimate a lot of parameters all at once, and they don't worry too much about having few data samples.

Decision making. Bayesian methods are tailored to decision analysis which in principle could allow analysts and decision makers to construct a consistent set of decisions about the risk assessments and their proper management. In fact, it is possible to guarantee that decisions are sensible in that they meet the axioms of coherent decision theory by expressing all uncertainties with probabilities and employing the Bayesian approach (Savage 1954; Fishburn 1981; 1986). Traditionally, the only decision made by frequentists is whether a data set is sufficiently extreme to justify rejecting a null hypothesis or not. In making this decision, frequentists don't usually balance the twin costs of making a wrong decision either way, but control only the so-called Type I error of falsely rejecting the null hypothesis and thereby admitting an unsupported (positive) conclusion into the scientific canon. There are two costs: the cost of thinking something is true when it's actually not, and the cost of thinking something is false when it's actually true. In practical decision making, it is generally essential to consider both these costs and balance them against each other in making reasoned decisions. Decision analysis does just this and Bayesian methods are integrated into decision analysis at a fundamental level. As mentioned in the introduction, it is possible express the entirety of risk management within a Bayesian decision context. Although risk analysts have not yet called for this, the intellectual infrastructure necessary to do it already exists in the Bayesian approach.

Rationality. Bayesian often tout the "rationality" of their approach. Their claims refer to a series of rather technical mathematical theorems (Cox 1948; Savage 1954; de Finetti 1970; Fishburn 1981; 1986; Dawid 1982; inter alia). Bayesian rationality is tied to the idea of maximizing expected utility, and, to operationalize this idea, probabilities are interpreted in terms of betting. A gambler is said to be incoherent if bookies who cover his bets can choose terms that assure they can always reap a positive payoff from the gambler whatever way the outcome of the bet. (Remember that having a probability means you have to take all bets at some odds.) Essentially, such gamblers are falling for the line "heads I win, tails you lose". The beliefs and preferences that led the gambler to this fate are said to be irrational because they cause the gambler to act against his own interests. This sorry state of affairs is called "sure loss" and, in principle, the gambler can be made into a money pump. If their probability assignments are coherent, gamblers can avoid sure loss. This is one of the basic features of rationality. The estimates could be wrong, but they ought to at least make sense by not contradicting each other. Many adherents (e.g., Jaynes 2003) suggest that Bayesian methods provide the *only* consistent approach possible for handling uncertainty in calculation and inference. Bayesians also argue that updating via Bayes' rule supports the accumulation of knowledge. Different people will typically have different preconceptions, and would therefore be likely to draw rather different inferences when data are sparse. Applying Bayes' rule to incoming (well behaved) data creates an almost Millian convergence to the truth as information accumulates. Dawid's theorem suggests that rational people given the same information will come to agree about probabilities for convergent sequences of trials, and that these probabilities will be the same as the observed frequencies. Although different analysts might start out with very different priors, if they both see the same data, usually their posteriors will eventually come to agree about their conclusions.

Subjective information. The Bayesian approach formalizes—and to some extent legitimizes—the explicit use of subjective information, including personal judgments made by the analyst and expert opinions that the analyst may elect to adopt. It gives the analyst a way to factor subjective judgments into the objective equations. This is an extremely attractive feature to risk analysts because, in many practical assessments, most of the available information is partly or entirely subjective. Although it would probably be preferable to have validated empirical information, it

seems unreasonable to deny the usefulness of the knowledge in the heads of the analysts and their consulting experts. Ignoring this subjective knowledge would be profligate in situations where information of any provenance is highly limited. Bayesians acknowledge that frequentists also use subjective knowledge, but complain that they do so in a cryptic way, such as by modifying the model structure or by altering parameter choices. Bayesians argue that an explicit accounting for such information is better than the frequentists' adopting it implicitly in a way that prevents the tracing of its effects on the computational results.

Working without data. A seminal advantage of Bayesian methods over frequentist methods is that Bayesian methods can in principle always yield an answer, even in situations where frequentist methods cannot be used. Specifically, they can produce answers even when there is no sample data at all. The trick is of course to use the unmodified prior instead of the posterior. Because there are no data, the application of Bayes' rule would not alter the prior. In this sense, the initial prior is the zeroth posterior. The legitimacy of this feature of the Bayesian approach has been questioned on scientific grounds. The next section discusses this and various other criticisms of the Bayesian approach.

Limitations and disadvantages of Bayesian methods

This section reviews the drawbacks, disadvantages and limitations of using Bayes' rule in risk analysis and uncertainty propagation. It finds the most salient of these to be (i) the inadequacy of the Bayesian model of ignorance which doesn't distinguish between incertitude and equiprobability, (ii) the consequent overconfidence (or apparent overconfidence) of conclusions, and (iii) the acceptance (or necessity) of using subjectivity even in public policy decision making. On top of these issues, would-be users of Bayesian methods have to contend with the often considerable analytical and computational difficulty that hampers the derivation of solutions and computation of numerical answers, as well as the controversy engendered in some quarters by using Bayesian methods.

The subsections below review several of these issues in turn. Where possible, the discussions refer to the numerical examples offered earlier to explain precisely where the deficiencies of the methods appear. The topics of the first sections are those about which the most clamor has arisen, whereas the topics of the latter sections are those that represent perhaps the gravest problems for the use of Bayesian methods in risk analysis.

Controversy

There is nothing controversial about Bayes' rule per se. Bayes' rule is a *theorem* of probability theory that provides a computational formula by which conditional probabilities of different forms can be interconverted. There is nothing controversial about the need to convert conditional probabilities, nor about the propriety—and necessity—of using Bayes' rule to effect the conversion. The controversy arises in applications of Bayes' rule to situations in which there is no underlying random process. Such an application is called the “method of inverse probability” (Edwards 1972). According to this method, the deductive argument leading from hypothesis to probability of results is inverted to form an inductive argument from results to probability of the hypothesis. Especially when combined with the use of subjectively determined probabilities as inputs, this method is commonly called the “Bayesian approach”. Although the mechanics of the inverse argument originated with Bayes (1763), the idea was really developed by Laplace (1820) and championed by Jeffreys (1961) and Jaynes (2003). Although it has never lacked proponents

of great authority, the idea has always been controversial. In fact, Edwards (1972, page 51) suggests that Bayes himself probably would not have subscribed to the idea because he was well aware of the assumptions required to make it work. The idea withered under criticism during the 19th century (Cournot 1843; Boole 1854; Venn 1866; Peirce 1931-1935; 1958), but has enjoyed a renaissance during the past several decades. In the last fifteen years or so, vigorous proposals have been made to extend the Bayesian approach into various arenas of science, engineering and policy studies. Adherents of the Bayesian approach argue, often with great fervor, that it is the *only* rational scheme for probabilistic modeling and inference, and that it alone provides intuitive structures and natural reasoning schemes for accumulating and synthesizing knowledge (Jaynes 2003; see Malakof 1999; Jaffe 2003). This claim has left dumbstruck many scientists with traditional statistical training. Needless to say, some of the enthusiasm of Bayesians has been criticized by non-Bayesians as overstated, exaggerated, or downright misleading (Fisher 1956; Edwards 1972; Feller; Glymour 1980; Mayo 1996; Walley 1999; Simon 2003). The wellspring for the controversy has not been the *philosophical* objections to the ideas behind Bayesianism, although they are numerous, but rather the many limitations and disadvantages of the approach as it has been applied *in practice*. The following sections describe these issues.

Bayes' rule doesn't tell you anything you didn't already believe

Scientists need theories that are rich enough to be capable of explaining or accounting for a wide variety of phenomena. On the other hand, a theory that says anything is possible is not scientifically useful. This section illustrates how setting the prior totally determines the outcome of a Bayesian analysis. In the numerical example estimating the probability of paternity on page 9, we used $\frac{1}{2}$ as the prior probability the man was the girl's father. We chose this value mostly because we really weren't sure, in the absence of more information about the lives of the man and the woman, what other value to use. But what is the impact of using $\frac{1}{2}$ for the prior probability? Certainly the prior could have many other values. Is setting it to one half really the proper way to denote ignorance? It is easy to compute the posteriors that could have been obtained by varying the prior over all possible values between zero and one. The result is the graph shown in Figure 5. This display is interesting and very telling about how Bayes' rule really works. It says that you can get any value for the probability of paternity at all just by wiggling the prior you use. Moreover, it also says that, if you genuinely don't know what the prior probability that he is father ought to be, then you don't know after considering the blood evidence either. In other words, if you'd say the prior could be any value between zero and one, then you are left with a vacuous posterior probability of paternity given the blood results, that is, it could likewise be any value between zero and one.

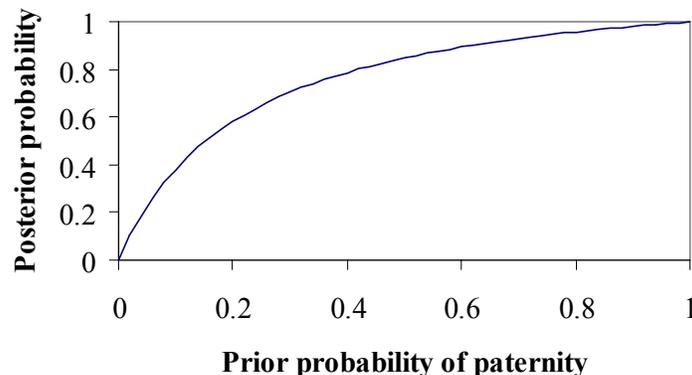


Figure 5. Posterior probability of paternity as a function of its prior probability.

Critics of Bayesian methods complain that Bayes' rule doesn't tell us anything new so much as merely suggest which direction our prejudices should skew. Bayesians are often lampooned as the mathematicians who ask what you think before an experiment in order to tell you what to think afterwards. Proponents of the Bayesian approach counter that this flexibility and ability to reflect preconceptions is entirely appropriate. If the man knows he didn't have sexual intercourse with the woman, then he knows he could not be the father, and the girl's blood type would be totally irrelevant to this conclusion. If the woman knows she's only ever had sexual intercourse with this one man, then she knows he is the father. Genetic testing that purported to prove he is not (such as finding he had type A blood and could not have donated the B allele to the girl) would probably lead her to doubt the genetic testing before doubting his paternity.

Bayesians maintain that if I know the coin is biased, my knowledge better be reflected in my decisions about how to bet on it. Kyburg (1999) argued that when the prior is justified, then Bayesian methods are just right for computing posterior probability, but "sometimes we don't have a prior probability, and sometimes we want a conclusion concerning frequencies or distributions or facts" rather than merely beliefs. Mayo (1996) has argued compellingly that Bayesian methods fail to provide the critical connection with empirical reality which is the hallmark of most sciences (if they deserve that name). She likens Bayesians to people who scrupulously balance their checkbooks but never bother to look at their bank statements. Cooke (2004) has conducted thousands of experiments to check the *consistency* of the experts whose opinions he employs in Bayesian analyses. Interestingly, however, he does not check whether the experts are actually *correct* in their predictions about the real world.

Of course, it's really only the degree of curvature of the function in Figure 5 that represents the evidentiary contribution of the blood data to the question about the man's paternity. If its second derivative is strongly negative, the evidence is saying that his paternity is likely. If it's strongly positive the evidence is telling us otherwise. It is important to understand, however, that the import of the evidence is entirely contained in the likelihood function, and, as Edwards (1972) has argued, we don't need to use Bayes' rule or Bayesian methods to wield likelihood as a way to understand data.

Need for a prior

The first issue about which novice Bayesian analysts become agitated is their responsibility to select a prior. The selection is supposed to be subjective, so, in principle, no one should be able to complain about one's choice for a prior, but even seasoned analysts may often be anxious about these selections. The reason they may be concerned is that the choice often *matters*. Although proponents of the Bayesian approach often argue that data will quickly overwhelm and obviate the choice of the prior (Jaynes 2003), this is not always so in practice. Analysts are left with a serious conundrum. Hamming (1991, page 298) wrote bluntly "*If the prior distribution, at which I am frankly guessing, has little or no effect on the result, then why bother; and if it has a large effect, then since I do not know what I am doing how would I dare act on the conclusions drawn?*" [emphasis in the original]. The advice given to Bayesian analysts on selecting priors is two-fold: (i) justify assumptions and evaluate their plausibility in view of what is known, and (ii) explore the sensitivity of the results of the analysis to the assumptions and the prior. (The sensitivity of the results can be explored comprehensively using robust Bayes techniques; see page 37).

So where should priors come from? How should they be determined? To what extent can they be justified? Many approaches for the selection of priors have been suggested, including

conjugate priors, maximum entropy priors, uninformative priors, such as uniform priors, Jeffreys' priors, and reference priors, empirical Bayes methods, empirical distribution functions, personal and subjective priors, and distributions based on a betting rate interpretation of probability. The following paragraphs consider each of these approaches.

Conjugate priors. One could adopt as one's prior any probabilistic characterization that leads to the most convenient mathematical properties. As explained on page 29, selecting a conjugate prior for a given sampling model allows us simply write down the characterization of the resulting posterior, without the necessity of performing any integrations or complicated mathematics. These choices for priors often have little to recommend them except their mathematical convenience, and are often deprecated for this reason.

Maximum entropy priors. Alternatively, one could employ the maximum entropy criterion (Jaynes 1957; 2003; Levine and Tribus 1976; Grandy and Schick 1991), in which constraints known for a random variable are used to identify a class of possible distributions and the distribution from the class with the greatest Shannon-Weaver entropy is selected as the prior. Using this approach, analysts can avoid the need to select the prior subjectively if the constraints on the random variable can be identified in some objective fashion. The maximum entropy criterion is a generalization of Laplace's "Principle of Insufficient Reason" (sometimes called the "Indifference Principle") which was used to motivate the selection of uniform distributions when only the range of the random variable was known. The criterion uses whatever information may be available about the variable. It makes no shape assumptions and specifies the prior distribution in an optimal way. In summary, the approach suggests the following priors be used (Lee and Wright 1994):

<i>When you know</i>	<i>Use this shape*</i>
{minimum = m , maximum = M }	uniform(m, M)
{mean = μ , variance = σ^2 }	normal(μ, σ)
{minimum = 0, mean = μ }	exponential(μ)
{minimum = m , mean = μ }	exponential($\mu - m$) + m
{min = m , max = M , mean = μ , var = σ^2 }	beta1($(\mu - m)/(M - m), \sigma/(M - m)$)($M - m$) + m
{minimum = 0, p^{th} quantile = q }	exponential($-q / \ln(1 - p)$)
{minimum > 0, p^{th} quantile = q }	gamma1($-q / \ln(1 - p), 2$) + m
{discrete, minimum = m , maximum = M }	discreteuniform($M - m$) + m
{minimum = m , maximum = M , mean = μ }	$(M - m) \times$ beta1(λ, ρ) + m

where $\lambda = (\mu - m)/(M - m)$ and $\rho = \lambda(0.99 - 0.4\lambda - 1.15\lambda^2 + 0.55\lambda^3)$ are fitted to maximize entropy. Solana and Lind (1990) describe an approach to formulating an empirical distribution function to a collection of sample data that is based on the maximum entropy criterion. Abbas (2003) derived the maximum entropy solution for a random variable about which only constraints on its percentiles are known. Such constraints define stepwise bounds on the distribution function in the form of a p-box (Ferson 2002). The solution is the "taut string" distribution whose shape follows the shortest path lying totally within a p-box and connects its far corners. Of course, if absolutely nothing is known about constraints on the random variable, then the maximum entropy criterion cannot specify a distribution to use as the prior.

Many objective Bayesians argue that using maximum entropy is better than simply guessing at a prior, and many consider it the state of the art. The maximum entropy criterion is controversial

*The formulations use the syntax of RAMAS Risk Calc (Ferson 2002).

however. Among several different kinds of criticisms, perhaps the most serious problem with the approach is that the model of uncertainty it uses is inconsistent through changes of scale. For instance, suppose we are interested in a prior for the half-life of some environmental contaminant, which we know only to be within, say, 6 and 12 days. The maximum entropy criterion would suggest using a uniform distribution over this range to represent this state of knowledge. Now consider the related variable degradation rate. If all we know about the half-life is its range, then surely all we know about the degradation rate is its range, which would be between 1/12 days and 1/6 days. Yet, if we had employed the maximum entropy criterion to find a prior on the degradation rate directly, we'd have obtained another uniform distribution over its possible. It is clear, however, that these two uniform distributions are not consistent with each other. (The reciprocal of a uniformly distributed variate is not itself uniformly distributed.) Other changes of scale, such as going to or from logs, produce similarly inconsistent characterizations of uncertainty. The difficulty with the practical use of the maximum entropy criterion, therefore, is that the distribution it recommends depends on the scale in which the random variable is expressed. The inconsistencies mean that analysts must arbitrarily pick a scale on which to express their uncertainty and resist comparing it across different scales.

There have been many other criticisms of the maximum entropy criterion. One fundamental criticism is that it seems wrong to treat some information such as range or moments as perfect in determining constraints while other kinds of information is regarded as entirely absent or completely unreliable (Uffink 1997). It would rather seem that all such information would be tentative to varying degrees. Other criticisms are of a more technical nature. For instance, Hamming (1991, page 269f) points out that there are distributions with infinite entropy. Cases exist for both discrete and continuous distributions with both unbounded or even finite supports (the latter case depending on Dirac-like infinite probabilities values). A criterion based on maximizing entropy could hardly exclude such distributions. If the class of constraints admits multiple distributions with infinite entropy, it is unclear how one would select the prior from among them.

Uninformative priors. Prior distributions are often selected to represent complete ignorance about the parameter. Such a prior is said to be “uninformative” or “noninformative”. They are also sometimes called “flat”, “conventional”, “default”, “neutral”, “non-subjective”, “objective”, “formal”, or “reference” (Syversveen 1998; Irony and Singpurwalla 1997). Amusingly, Vose (2000) calls them “uninformed” priors. Typically, uniform distributions are used for this purpose, following Laplace’s principle of insufficient reason. But the use of a uniform prior can be problematic. A uniform with an infinite range is called an improper prior. Although improper priors are not distributions themselves (because their areas are not unity), they can sometimes lead to posteriors that are proper distributions. Improper priors are commonly used in practice although some Bayesians frown on their use (Irony and Singpurwalla 1997). The main problem with uniform priors (whether they are proper or improper) was foreshadowed in the discussion of the maximum entropy criterion above. Complete ignorance about a parameter would seem to imply complete ignorance about functions* of the parameter (Fisher 1956, page 16f; Edwards 1972, page 58). What constitutes an uninformative prior for θ is typically not uninformative for transformations of the parameter such as $1/\theta$, θ^2 , or $\sqrt{\theta}$. One may, however, be able to select a prior that is invariant to transformations of interest. For example, a loguniform prior (i.e., a distribution such that $\ln(\theta)$ is uniformly distributed) is invariant to any linear transformation of θ . A Jeffreys prior is constructed to be a prior that is invariant to any one-to-one transformation. For instance, the beta($1/2, 1/2$) distribution is the Jeffreys prior for the probability parameter of a binomial distribution. This beta distribution, whose density is shaped like a deep bathtub,

*Interestingly, Jaynes (2003) denies this extension.

certainly doesn't *seem* uninformative however. Paradoxically, which prior is uninformative depends on the likelihood the prior will be combined with. In general, there isn't a unique uninformative prior for a model; there will be different ones for different parameters of interest.

Struggling out of the conundrum that there is no such thing as *the* uninformative prior distribution, Bernardo (1979; Bernardo and Smith 1994, chapter 2; Irony and Singpurwalla 1997) argued that the purpose of an uninformative prior is not to represent ignorance anyway (no prior can do that). Indeed, it's not intended to describe the beliefs of the analyst in the first place. Rather, it is merely a technical device that allows us to minimize the influence of the prior and thus discover what the data themselves are saying about the posterior. In this sense, using an uninformative prior is just a part of a Bayesian sensitivity analysis (see page 37). This argument frees analysts in one way, but restricts them in others. First, it admits that no prior can reflect lack of knowledge. At best it can only represent ignorance *relative* to the information given by the data. Second, it means that uninformative priors should not be interpreted as probability distributions. In particular, they cannot be used to make predictions in the absence of data (although such predictions are legitimate when the prior reflects the analyst's personal beliefs). Bernardo devised the notion of "reference priors" as a way to compute model-based posteriors that describe the inferential content of the data for scientific communication in a non-subjective way. In special cases, these degenerate to Jeffreys' priors. Yang and Berger (1998) provide a partial catalog of uniform, Jeffreys, reference and other uninformative priors and their known properties.

Subjectivists criticize the use of reference priors and uninformative priors generally. They feel that priors should reflect the analyst's prior knowledge, and should not be a function of the model, especially if this violates the likelihood principle that *all* the information provided by the data should be embodied in the likelihood function.

Empirical Bayes. Newman (2000) and others have suggested a method called "empirical Bayes" in which maximum likelihood estimates are used to determine model parameters for a parametric prior. The same data are then used to form the likelihood, so this approach obviously uses the data twice, which many Bayesians, as well as non-Bayesians, find objectionable.

Empirical distribution functions. Thompson (2000) suggested that one could use the empirical distribution function summarizing available sampling data about a parameter as the prior distribution. Her suggestion does not make clear, however, why such empirical data wouldn't be considered the evidence to be used in the current updating, rather than the prior, or, if it is old data, why it would not already have been incorporated into a posterior generated by a previous application of Bayes' rule now to be used as the prior, and thus obviating the need to select a prior at all. In either case, it also seems to be a double use of the data. Even if there were some reasonable way to form a prior from an empirical distribution function, it would certainly be a poor idea to allow the prior to be zero outside the observed range of the data (see the section below on the zero preservation problem).

Personal and subjective priors. In principle, a prior is intended to reflect the analyst's personal beliefs about the parameter in question. Probability is used as a measure of a person's private beliefs. In fact, many Bayesians feel that this is the only appropriate kind of prior. Non-Bayesians, on the other hand, tend to throw up their hands when presented with such objects. The problem with a prior that is personal and purely subjective is that it will generally be hard to say what it means—or should mean—to anyone else. Even though I might proclaim that my subjective probability for event A is, say, 0.2, it is unclear what that really implies about my beliefs about the event. It is not necessarily clear that my beliefs about event A are commensurate

with my beliefs about another event B , and merely assessing them on a single scale may not be entirely appropriate in the first place. Even subjectivists need some way to operationalize their definitions and interpret their statements. Historically, most analysts using Bayesian methods have declined or been reluctant to incorporate their personal beliefs into the priors for scientific work, even though the philosophy of the Bayesian approach gives them license to do precisely this.

Betting rate priors. A very old idea is that probability, that is, my belief about an event can be identified with how much I'd willing to bet that it occurs. So long as I'm rational, I should be willing to accept any bet for which the expected payoff is positive. In particular, if I believe the probability of event A is 0.2, then I should be willing to buy a gamble that pays one euro if A occurs (and nothing otherwise) for any amount up to 20 cents. Likewise, I should be willing to buy a gamble that pays one euro if A does not occur (and again nothing otherwise) for any amount up to 80 cents = $(1-0.2)$ euros. In principle, by accepting or rejecting such gambles, my probability can be elicited perfectly. Probability distributions can be elicited similarly as a sequence of probabilities about events like $\theta < 1$, $\theta < 2$, and $\theta < 5.6$. The distribution is the collection of all such exceedance probabilities. Some probabilists consider betting rates to be the very definition of (subjective) probabilities, but others argue that betting quotients may fail to reflect true beliefs (Irony and Singpurwalla 1997). In any case, when it can be operationalized to yield precise values, it provides a clear interpretation of what probabilistic statements mean in terms of behavioral predictions about the agent.

Subjectivity

Within the Bayesian framework, the accumulation of knowledge occurs as an inferential chain of updates, each link of which is an application of Bayes' rule. Whenever new information arrives, it is added to the analyst's knowledge by treating a previously obtained posterior as a prior and conditioning it on the new knowledge. The inferential chain must have a beginning somewhere. This beginning represents the situation before any evidence or specific information is available. Such a state, by definition, must be purely a reflection of one's subjective judgments. Thus, subjectivity is an integral part of Bayesian inference.

Hamming (1991, page 298) argued that the Bayesian approach, although it sometimes yields reasonable answers, is not scientific because it traffics in subjective judgments. Although this conclusion may be rather facile, it is important to critically review the Bayesian embrace of subjectivity. Recognizing the inescapability of subjectivity does not mean that one shouldn't still strive for objectivity, at least when risk analyses are deployed in scientific or public policy uses. The fact that we cannot avoid every vestige of subjectivity does not justify the abandonment of objectivity altogether. The objectionable aspect of the Bayesian approach is not that it allows or even requires subjectivity, but that it seems to *wallow* in it. Of course modelers see the world through subjectively colored glasses, and certainly there is no escaping some degree of subjectivity in any non-trivial modeling exercise. But the attitudes and practices that (some) Bayesians bring to this issue seem scientifically perverse. It would be like physicists claiming that, because Heisenberg showed that no measurement could be made perfectly, one shouldn't bother to make measurements anymore. Surely we should struggle to maintain and increase objectivity* whenever possible. If different analysts are always getting different results, what is the benefit of analysis at all?

*It is objectivity and, by the way, measurement that create evidence. Bayesians sometimes argue that, so long as their beliefs and the inferences drawn from beliefs are coherent, their reasoning is rational and their conclusions sound. Walley (1991, pages 396f) acknowledged that standard

Objectivity is essential in any scientific enterprise because it makes possible the reproducibility that makes the analysis relevant. It also endows the results with an imprimatur of reasonableness (if not correctness) by intersubjective validation. In short, it is the glue that holds any science together and justifies public confidence. Of course different analysts will produce different analyses, and models will sculpt different models. But, in science, we must all strive for objectivity to minimize this volatility and identify real disagreements as the locus for further empirical inquiry. Insofar as risk analysis is a science, it disavows the radical multiculturalism that denies a right answer even exists. The danger of the Bayesian approach is that it gives—or appears to give—license to all manner of quirkiness. Leading Bayesians (e.g., Berger 1985; Bernardo and Smith 1995) recognize this danger and take pains to emphasize the importance of sensitivity analyses as a way to disperse any doubt associated with the choice of a specific prior. “Robust Bayes” methods (see page 37) have been developed doing for Bayesian sensitivity analysis. The idea is that an inference or decision is robust if it is not very sensitive to changes in the assumptions or the model that produced it. It is interesting to note that, when the charge to undertake sensitivity analyses is taken seriously enough to actually address the question of how much subjectivity quantitatively influences the inferences, the resulting analysis can no longer be described as Bayesian or even classically probabilistic because it has to abandon the idea that all beliefs are encapsulated into a single precise probability measure and all preferences are embodied in a single precise utility measure (Walley 1991; Pericchi 2000).

Some Bayesians themselves denigrate the use of subjectively selected priors. Most Bayesian statisticians throughout the last half century have been reluctant to use personal priors in scientific analyses. Many have sought alternatives that could make their results more objective, or at least *seem* more objective (Yang and Berger 1998). This is why a great deal of the Bayesian literature has been devoted to the topic of uninformative or non-subjective priors (see the previous section). Some analysts who call themselves “objective Bayesians” argue that one doesn’t have to involve subjectivity in analyses, but most Bayesians think subjectivity is inescapable and that the ability of Bayesian methods to account for and legitimize its use in scientific inference is a crucial feature of the approach. In fact, many consider subjectivity even more central to “Bayesianism” than the use of Bayes’ rule itself.

Other Bayesians stress the importance of responsible judgment by the analyst as the key to justifying the use of subjectivity. They argue that the analyst should undertake to justify the prior and be honest about its selection. In a sense, this is taking personal responsibility for one’s personal beliefs. By combining candor with strong science and serious scholarship, one should be able to construct a prior that commands the respect of peers and public on its own merit. This idea is attractive to an undergraduate sensibility, but it seems antiquated if not foolish in our post-post-modern environment of gamesmanship and colliding worldviews. And, even if the idea could work, it still seems wrong. No matter how well trained and nobly motivated the analyst may be, it is not at all clear that it is proper or desirable to have the analyst’s personal beliefs embodied in risk assessments undertaken as a part of public policy and decision making. If the analyst’s subjective knowledge is important, why shouldn’t this knowledge be published in the

Bayesian inferences are coherent, but complained that coherence is only a minimal requirement of rationality. He argued that beliefs ought to also *conform to evidence*, which Bayesian inferences rarely do. The real problem with the Bayesian approach is not merely that it admits subjectivity, but that, in abandoning objectivity, it has forsaken the essential connection to evidence and accountability in the real world (Mayo 2003).

scientific literature where it can undergo the review process to regularize it for use in assessments?

Some Bayesians suggest that the issue of subjectivity is overblown because the numerical impact of the prior on the posterior can be minimized relative to the likelihood, and in any case it diminishes with the accumulation of data over time. This is perhaps the weakest apology the Bayesians offer for their use of subjectivity. The original prior for the quantity of interest represents a theory about it. In principle, the Bayesian approach keeps this theory forever in that it is only modified, and never simply replaced. Given the zero preservation problem and the possible inertia of the prior with respect to new data, this could be a serious concern. Some have complained that never replacing the theory is an unscientific feature of the Bayesian approach. This is true but largely unimportant, just because individual analysts don't live forever. The renewals of new generations of analysts, not to mention common sense, are fully capable of keeping the accumulation of knowledge on track. The concern should not be about the long term, but about the short term. Bayesians argue that the importance of the prior and its quantitative effect on the posteriors generally lessens as more and more evidence accumulates. Whether this is true in practice depends not only on the idiosyncrasy of the original priors, but on the nature and quantity of the incoming information. Claims that the prior is soon overwhelmed by data may generally be false in the context of risk analysis. The convergence arguments would have merit if risk analysis problems actually were accumulating data and routinely applying Bayes' rule to incorporate them. But risk analysis is intrinsically characterized by its paucity of data. However grave the underlying decisions, new data are not likely to be collected. No new information is coming that could stabilize the posterior (at least within the time horizon that would be relevant).

Critics (Edwards 1972; Hamming 1991) argue that, because the choice of the prior *matters*, the intrusion of subjectivity is important. Bayesians turn this argument around and insist that every non-trivial model has subjectivity. Subjective decisions include the structural form of the model, the dependence assumptions it includes, and distributional assumptions. Bayesians suggest that choosing the prior distribution is simply another component of the model that includes subjectivity. Bayesians assert that they are simply being honest about the importance of subjectivity in the modeling endeavor. Because their methods are formal, the influence of subjectivity can be tracked and monitored, which would be much harder to do in a non-Bayesian approach that cobbles together ideas of varying degrees of objectivity and subjectivity.

Determining the likelihood function

Most critics of Bayesian methods focus on the difficulty of selecting the prior distribution, but choosing the likelihood function may often be even more problematic. In some cases, telling risk analysts to "just specify the likelihood function" is a bit like telling the homeless to "just get a house". Although many strategies have been proposed to help analysts to select prior distributions, there is precious little guidance on the formulation of the likelihood function. This is a genuine problem not just because getting the likelihood is half the battle, but also because its derivation can often require a good measure of mathematical sophistication. The relevance and appropriateness of a probability model that justifies a particular likelihood function is always at best a matter of opinion (Edwards 1972, page 51). If there are data at all in a given situation, the risk analyst may have no clear idea about what sampling process would be appropriate to model their distribution. Yet the standard Bayesian approach assumes that the likelihood function can be specified precisely and the analyst knows the distribution from which sample data are drawn. This assumption is arguably the weakest because such knowledge may or may not be available.

Because selecting the likelihood appropriate for the analyst's unique case requires thought, several paradigmatic cases have become popular. These cases exploit lucky special cases in which the prior and the likelihood dovetail together conveniently such that there is no need to carry out integration to compute the normalization factor. In each line of the list below, the likelihood (not explicitly listed here) that is determined by the indicated sampling model will combine with the indicated prior to produce the corresponding posterior distribution. For these pairs of sampling model and prior, formulaic* updating rules permit the immediate specification of the posterior's parameters from those of the prior and statistics from the data. (Parameters of the sampling models not designated by θ are assumed to be known.)

<i>Sampling model</i>	<i>Prior</i>	<i>Posterior</i>
bernoulli(θ)	uniform(0, 1)	beta($1+\sum x_i, 1+n-\sum x_i$)
bernoulli(θ)	beta(α, β)	beta($\alpha+\sum x_i, \beta+n-\sum x_i$)
poisson(θ)	gamma(α, β)	gamma($\alpha+\sum x_i, \beta+n$)
normal(θ, s)	normal(μ, σ)	normal($((s^2\mu+\sigma^2\sum x_i)/v, \sqrt{((s^2+\sigma^2)/v)})$, $v=s^2+n\sigma^2$)
exponential(θ)	gamma(α, β)	gamma($\alpha+n, \beta+\sum x_i$)
binomial(k, θ)	beta(α, β)	beta
uniform(0, θ)	pareto(b, c)	pareto
negativebinomial	beta(α, β)	beta
normal(θ, s)	gamma(α, β)	gamma
exponential(θ)	inversegamma(α, β)	inversegamma

For the assumptions underlying the use of these conjugate pairs and details on exactly how the calculations are to be made, consult standard references on Bayesian methods (e.g., Lee 1997; Sander and Badoux 1991; Berger 1985; DeGroot 1970; Gelman et al. 1995).

Naturally, the existence of these conjugate pairs greatly simplifies the demands of applying Bayes' rule and are widely used for the sake of convenience. In some cases, it is clearly reasonable to fashion a probability model in which the analyst's prior happens to be one of the conjugate families, and the data come from a sampling model corresponding to the matching likelihood function. But this happy circumstance can hardly be assured in practice. The available conjugate pairs are very restricted in scope and most Bayesians (as well as their critics) deprecate the use of the conjugate families if it is justified purely by mathematical convenience. Some Bayesians (e.g., Lee 1989, page 66) suggest nevertheless that a conjugate pair could be employed if the distribution and function can be selected to be "sufficiently close" to the actual ones.

Empirical likelihood. Owen (2001) describes a nonparametric way to generate likelihoods from sampling data. This approach, called empirical likelihood, could be an especially useful approach in risk analysis because there might be no way for an analyst to know the distribution for a newly encountered set of data, and there may be no reason to suppose in the first place that the distribution of new data belongs to any of the distribution families that have been well studied. Empirical likelihood uses the data themselves to determine the shape of the likelihood ratio function, without requiring the user to specify the family of distributions for the data. This means that, in statistical applications, the validity of the inference does not depend on the analyst's specifying a parametric model for the data. Because it is a likelihood method, it can be used to pool information from different data sources, or from exogenous constraints. The method may be extended to account for censored, truncated and biased sampling. Different approaches could be used to develop empirical likelihood functions, including, for example, the use of kernel

*The formulations use the syntax of RAMAS Risk Calc (Ferson 2002).

techniques and smoothing operations. The behavior of empirical likelihoods with Bayes' rule has not yet been well studied (Owen 2001, page 188), but care must be taken to prevent the empirical likelihood from being zero for values beyond the observed range of the data, for the reason discussed in the next section. The most important practical limitation of the approach in risk analysis will no doubt be the fact that empirical likelihood is an asymptotic theory. It depends on there being plenty of sample data, and, although this situation may occur in some risk analysis problems, it is likely to be rare.

Zero preservation problem

Any event for which the prior probability is given as zero will always have zero posterior probability, no matter how large its likelihood might be. Any values on the real line for which the prior distribution is surely zero will remain with zero probability in the posterior, no matter what the likelihood is and no matter what new data may arrive. Likewise, whenever the likelihood is zero, the posterior will be zero too, no matter how probable the prior said it was. These conclusions are consequences of the simple fact that any number multiplied by zero is zero. They imply that an analysis that uses a prior that categorically denies certain possibilities can never learn from new evidence anything to the contrary. Bayesians do not consider this issue to be much of a problem in practice; they are careful to advise students to employ nonzero priors for all events and values that are remotely possible.

Zero preservation is the extreme case of a more general problem of Bayesian methods having to do with their possible insensitivity to surprise in the form of unanticipated data (Hammitt 1995). For instance, consider the numerical example depicted in Figure 2. In this case, the posterior can substantially disagree with both the prior and the new data (Clemen and Winkler 1999). Analysts might prefer fidelity to one or the other when they are in conflict. Or they might prefer that the result at least not be more certain than the prior when such disagreements between expectation and evidence arise. Despite the apparently surprising nature of the evidence embodied in the likelihood function compared to the prior, the posterior distribution is tighter (that is, has smaller variance) than the prior distribution. In the case of extreme surprise such as this, one might hope that a methodology would always yield a result that represented more uncertainty, not less.

Computational difficulty

Bayesian methods are notoriously computationally difficult. The difficulty usually arises in the calculation of the normalizing factor in the denominator of Bayes' rule. In particular, there is usually no closed-form solution available for computing the integral, unless the prior and likelihood happen to constitute a conjugate pair (see page 29) for which the analytical details work out nicely. But using conjugate pairs can remove the computational difficulty only if the conjugate prior is a reasonable reflection of the analyst's personal prior. In non-conjugate problems, several methods have been advanced for computing results. Among these are non-interactive Monte Carlo methods including direct sampling techniques, and indirect methods such as importance sampling, rejection sampling and weighted bootstrap sampling. There are also Markov Chain Monte Carlo (MCMC) techniques, such as substitution sampling and data augmentation, Gibbs sampling, and the Metropolis-Hastings algorithms (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970) which are general methods for optimizing functions under certain constraints. The essential feature of MCMC is that the transition kernel of the chain is constructed so that the steady-state distribution that it eventually reaches is precisely the posterior distribution resulting from conditioning on all the evidence. In other words, the MCMC process eventually gives samples drawn from the joint posterior probability distribution function of the model variables.

This distribution is the same one that would be achieved by applying Bayes' rule directly, which would usually be computationally intractable otherwise.

In addition to their intrinsic computational complexity, there is another layer of intellectual difficulty associated with the application of Bayes' rule in practice. Part of the Bayesian mantra is that analysts should *think* about their problems individually. Part of the reason that there is no convenient software that makes Bayes' rule easy to apply in routine problems is that Bayesians believe that real problems are unique and do not admit facile or canned solutions. There simply is no formula or paradigm that can be applied to each situation to select the prior or fashion the likelihood function. Bayesians hold that these decisions are truly the special and inescapable responsibilities of the modeler/analyst. The Bayesian approach is not intended to yield a quick and dirty but adequate solution, and proponents seem to encourage the idea that the proper application of Bayesian methods requires admission to a priesthood of competence that might be beyond any particular analyst's abilities. Although it would not seem to be necessarily so, Bayesian methods have about them an aura of difficulty that goes beyond the computational difficulty described above. This aura is similar to, but a more focused version of, the general air of difficulty that has historically surrounded Western mathematics in general since the time of the Greeks (Kline 1980). Naturally, this creates a barrier for neophyte users and represents a notable disadvantage of the method, although it may be an advantage in other respects if it tends to make outsiders regard a Bayesian solution with a bit more respect.

Bayesian model averaging masks uncertainty

The numerical example on page 13 involved the use of Bayesian model averaging (Draper 1995; Raftery et al. 1997; Hoeting et al. 1999; Clyde and George 2003) to represent model uncertainty. The approach involved "Bayes factors" which are the posterior probabilities for each of the two models (addition and multiplication) used as weights in a mixture model that combined the distributions obtain under these two models. The posterior probabilities were obtained by updating subjective priors to account for an observed data point. The advantages of Bayesian model averaging include the fact that it acknowledges the existence of model uncertainty which has traditionally been ignored in formal assessments. It can express the analyst's beliefs about the relative likelihoods of the different models and it can take account of relevant data that might help choose between the models.

Bayesian model averaging also has several significant disadvantages. Perhaps its greatest limitation is that the analyst must be able to enumerate all the possible models. This may be possible in some situations, but in general this can be an insurmountable task in itself. Some forms of model uncertainty resist enumeration. For instance, when model uncertainty includes the choice of what parameters to use, the choices about the level of abstraction, and the depth of detail to incorporate into the model, the space of possible models may be too complex for the methods discussed here. Once the possible models are listed, the analyst must assign prior probabilities to each possible model. Again, this can be difficult in practice. When the number of models is large, some sort of equiprobability scheme is commonly used. The calculation of the Bayes' factors may involve a complicated integral which can be computationally burdensome.

These disadvantages are obstacles to the practical use of Bayesian model averaging that analysts would try to overcome them if the result were sufficiently valuable, but it is not entirely clear that Bayesian model averaging produces results that are useful in risk analysis problems. The primary objection to the approach concerns its use of a stochastic mixture. Using a stochastic mixture does not seem at all reasonable if the model uncertainty exists because we don't know which model is correct, as opposed to there being multiple models in some kind of timeshare situation.

The way Bayesian model averaging employs the mixture would be reasonable if it existed because of variability. If, for instance, there was some switching mechanism that caused the function f to sometimes behave like an additive operation and sometimes like a multiplicative one, then some of the random values would come from the green distribution in Figure 3 and some would come from the orange distribution. However, if the model uncertainty is due to scientific ignorance, measurement error or similar epistemic reasons—and when we call it ‘model uncertainty’ it almost always does—then a mixture model creates a Frankenstein distribution that is consistent with neither model. Finkel (1995) reviewed the problems with averaging together incompatible models. The greatest problem is that it tends to mask the extant uncertainty. If we don’t know which model is correct, then we have real uncertainty about how many values of the random variable $f(A,B)$ will be negative. If the multiplicative model is correct, fully half of the value will be negative. If the additive model is correct, hardly any values will be negative. The mixture model suggests, perversely, that about 12% of the values will be negative. There is a huge difference between an interval [0%, 50%] and the point 12%. The former expresses the uncertainty we have, and latter does not. Combining the models as a mixture has erased the uncertainty.

If Bayesian model averaging were applied to the study of distributions (rather than estimating point values) in risk analysis, it could substantially underestimate the true tail risks in an assessment. Its outputs are distributions that no theories for any of the models would consider reasonable. Some probabilists maintain that one can use stochastic mixtures to represent model uncertainty and that this does *not* average alternative models so long as the results are presented properly. It is hard for us to see how this is a tenable position if we want to be able to interpret the probabilities in the output of a quantitative risk analysis as frequencies.

Note that robust Bayes methods (see page 37) provide an entirely different approach that can be used to address model uncertainty about the shape of the prior distribution or the likelihood function.

Structural omniscience

Bayesian methods, and to be fair, most all of statistics and scientific modeling, presume that the analyst has a profound understanding of the *structure* of the systems being modeled. The Bayesian requirement for structural omniscience seems particularly severe in some respects. It presumes an analyst can examine his or her subjective preconceptions in minute detail, even though the analyst may never have encountered or even thought about the problem before. It presumes that the analyst can compose a likelihood function that depends on a sampling model for data, even though no data have yet been collected. Previous sections have reviewed the omniscience needed for the prior and the likelihood. In this section, we consider the Bayesian presumption that the analyst knows the structure of the sample space, even before studying the problem or gathering samples of any kind.

In the numerical example on page 16 involving the bag of marbles, we presumed that we knew how many colors of marbles there were in the bag. Although this might seem like a common and presumption that should be entirely innocuous, Walley (1996) showed that this value is critical to the entire analysis when sample data are sparse or nonexistent. What can you say about the probability of drawing a red marble if you don’t even know how many colors k there are in the bag? For instance, if we let the sample space $\Omega = \{\text{red, not red}\}$, we would get a different answer than we would if we let $\Omega = \{\text{red, blue, green}\}$, and different still if we let $\Omega = \{\text{red, blue, green, yellow}\}$. There are obviously *lots* of ways to form Ω , and therefore there are lots of different

answers a Bayesian could come up with. We cannot look inside the bag, and we have only limited samples from it, or maybe even no samples yet. If we tried to form Ω using the available data, we'd run into logical trouble and the strategy would be incoherent. What should we do? It seems clear that attempting to use subjective judgment in a situation like this for something as fundamental as the structure of the problem would be hardly better than naked guessing. Walley (pers. comm.) noted that this criticism was leveled against Bayesians almost a century ago, and that interest in the Bayesian approach generally waned in the wake of the criticism. Bayesians have never adequately addressed the problem, and it seems there really is no solution to it within their framework. Indeed, the revival of Bayesianism over the last few decades seems dependent on *not bringing up the subject*.

Walley's (1996) solution to this problem uses robust Bayes methods (see page 37) and involves his imprecise Dirichlet model (IDM). In this model, the likelihood is multinomial, as in the ordinary Bayesian formulation. The sampling model is pretty clear, so this part seems completely reasonable. But instead of selecting a particular prior probability distribution, we can model the prior as the class of *all* Dirichlet distributions $\tilde{\mathcal{M}}_0^s = \{F : F = \text{Dirichlet}(s, t_j)\}$. For this model, the value of $s > 0$ has to be fixed to ensure coherence, but the value does not depend on Ω . If the prior is a collection of possible priors, the posterior would likewise be a collection of posteriors, each formed by multiplying the likelihood by one of the possible priors. The corresponding posterior class is $\tilde{\mathcal{M}}_N^s = \{F : F = \text{Dirichlet}(N+s, (n_j+st_j)/(N+s))\}$. Under this family of posteriors, the predictive probability that the next observation will be color ω_j is the posterior mean of θ_j which is $(n_j + st_j)/(N + s)$. Now, we don't know what the values t_j should be, because that knowledge depends on knowing what Ω is, but we can still bound this quotient by considering the largest and smallest possible values the t_j could take. Because they're means of probabilities, they can range anywhere on the interval between zero and one. If we let $t_j \rightarrow 0$, we'd get

$$\underline{P} = n_j / (N + s)$$

As the lower bound on the predictive probability. And if we let $t_j \rightarrow 1$, we get

$$\bar{P} = (n_j + s) / (N + s)$$

as its upper bound. The width of the interval decreases as sample size N increases, but it *doesn't depend* on k or the sample space Ω at all. In the limit where the number of marbles we've sampled becomes very large, this interval and the Bayesian and frequentist answers all converge to the observed frequency n_j/N of how many marbles were red of those we saw. This approach works even if there's no or little data. Before any observations, $P = [\underline{P}, \bar{P}] = [0, 1]$. The answer is vacuous, but—given there are *no data*—it seems it ought to be vacuous. It not only works in the sense of mechanically producing an answer, but it works in the sense of giving an answer that makes sense and is justifiable beyond subjective judgments and guessing.

The analysis above assumed s was some positive number. But what should s be? The value will determine the prior's influence on posterior. As s approaches zero, the interval will get narrower and narrower. We might expect such results to be overconfident. As s gets larger, the interval approaches the vacuous interval. The value used for s determines how educable we are with respect to the incoming data and how reliable we want the estimate to be. Setting it low lets you learn fast (at the cost of being wrong more often); setting it high makes your bounds more reliable (at the cost of needing more data to get tight intervals). Walley (1996) suggests that using $s = 1$ or 2 might be reasonable, but cautions that it would be incoherent to let it vary or let it

depend on N . Letting s be 2 or larger will produce intervals that encompass both frequentist and standard objective Bayesian answers.

Notice that different values of s in Walley's IDM give *consistent* inferences that are nested. For instance, the interval for $s=1$ will always be inside the interval for $s=2$. In contrast, different Bayesian calculations conducted by different analysts with different priors and perhaps different conceptions of the sample space will lead to answers that are merely different and therefore *inconsistent*. By simultaneously requiring analysts to posit the structure of the problem in more detail than is available and producing results that depend rather sensitively on these decisions, Bayesian methods offer an empty promise of utility in real-world problems. Without the knowledge necessary to choose which assumptions to make, analysts will surely obtain different and therefore unreliable answers. What is the purpose of computing such answers if they reflect details about the analyst more than they reflect the reality of the problem analyzed?

Numerical example

Suppose the sample data are

blue, green, blue, blue, red, green, red, ..., (35 red out of 100), ..., (341 red out of 1000),

and that they arrived in this order. After seeing each datum, we can compute the interval bounds on the predictive probability that the next marble will be red as

$$[\underline{P}, \bar{P}] = [n_{\text{red}} / (N + s), (n_{\text{red}} + s) / (N + s)].$$

We can also compute the probability before the first marble is drawn. The results are listed in this table:

n_{red}	N	\underline{P}	\bar{P}
0	0	0	1
0	1	0	0.5
0	2	0	0.334
0	3	0	0.25
0	4	0	0.2
1	5	0.166	0.334
1	6	0.142	0.286
2	7	0.25	0.375
⋮	⋮		
35	100	0.346	0.357
⋮	⋮		
341	1000	0.340	0.342

The probabilities are graphed in Figure 6 as a function of sample size. The squares mark the upper bounds, and the diamonds mark the lower bounds. The bounds shown in the graph were computed using $s = 1$, but s could be any positive number. If s is a very small value, the interval gets very tight very fast around the observed frequency of red marbles. If s is a very large number, the interval stays wide, close to the vacuous interval $[0,1]$, for a long time while marbles are drawn from the bag and observed.

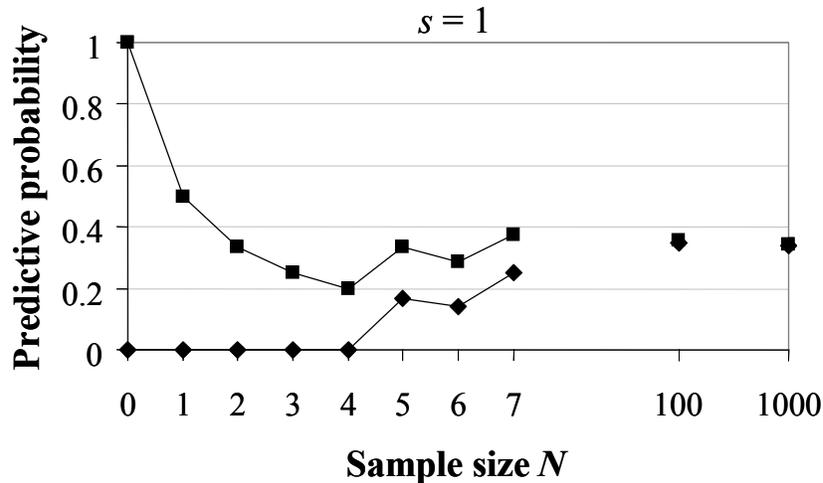


Figure 6. Surety of the predictive probability of drawing a red marble as sample size grows.

Bayes' rule says more than is justified

Several examples have already been given in which the standard Bayesian approach produces results that seem to say more, that is, have stronger inferences, than can really be justified given the limited information available to the analyst. For instance, in the paternity example, we saw that the standard approach (using a prior of $\frac{1}{2}$) resulted in precise estimate of the posterior probability the man was the girl's father, but other priors could have produced posterior probabilities anywhere between zero and one. When the blood testing is not dispositive, the Bayesian calculation purports to tell us what the data imply about the probability of a hypothesis (that the man is the father), when all that is arguably germane in the case is what the evidence says about this hypothesis. We don't need Bayes' rule to tell us that. When we use Bayes' rule, we get more that is justified because the prior is specific even though it embodies no real information. In contrast, in the disease testing example the prior was based on evidence about the prevalence of the disease in the population.

In the example involving model uncertainty, Bayesian model averaging masked the fact that the *frequency* of negative values of $f(A,B)$ could be much higher than the computed *probability* of 12%. This problem is mostly the consequence of the use of a mixture to aggregate the competing models which averages together the distributions. In general, averaging erases variation, and this can be a problem in risk analysis if it makes the analysis seem to say more than is actually justified by evidence or assumption. Whenever Bayesians reduce distributions down to their means, they inadvertently convey precision that may not be present. If a risk analysis reveals that a flood could rise water levels between 1 and 3 meters, it is certainly inappropriate—both scientifically and as a matter of protectiveness—to report that the flood will be 2 meters.

The example of the bag of marbles demonstrated that using Bayesian methods demands structural knowledge, without which no answer can even be computed. If the analyst does not possess that knowledge, the answers produced by the analysis cannot be justified except as hypotheses or perhaps wishful thinking.

In the numerical example on page 14 involving the height, width and area constraints, the Bayesian solution was a precise distribution for the three variables. It is perhaps intuitively clear that this precise distribution is really a reflection of the uniform prior that we used, and nothing in the statement of the problem justified this selection. If we had picked another prior distribution, subject to the constraints specified in the problem, namely, that its support lie inside the box given by the three intervals, we would have obtained a different distribution for the posterior. In fact, the precision of the Bayes results is entirely due to the prior we used. If we used all possible priors consistent with the constraints, the *posteriors would fill up the gray intervals* in Figure 4. Because nothing in the problem justified the use of the uniform prior and the answer depends on that choice, the Bayesian answer says more than can legitimately be concluded. From the perspective of a risk analyst, the Bayesian answers touted for their precision and detail are seen in this light to simply be wrong. They are not justified by the knowledge stated in the problem and express less uncertainty than is actually present.

Elementary constraint analysis can be used to infer that the limits on the variables are actually just

$$\begin{aligned} W &= [23, 28.57], \\ H &= [112, 139.13] \text{ and} \\ A &= [2576, 3200]. \end{aligned}$$

All one can conclude from the information given in the problem is that the probability distributions for these three variables must have supports that are entirely within this cube. The formulas needed to obtain the updated constraints are trivial. For instance, the formula for the width is

$$W = W \cap (A / H)$$

where \cap denotes intersection and the $/$ denotes interval division (see page 38). In terms of real numbers, to get the largest possible W , for instance, let A be as large as possible and H as small as possible, and solve for $W = A/H = 3200/112 = 28.57$. The answers are easy to compute and they comprehensively characterize the uncertainty about the constrained variables. Constraint analysis can also be employed when more is known about the inputs than their ranges. For instance, straightforward methods are available for the case when the inputs are characterized by p-boxes (Ferson et al. 2003). These methods are also inexpensive to compute and likewise properly express the true uncertainty in the problem. In contrast, the Bayes solution to this updating problem gives the wrong answers, and they're difficult to compute. (One is reminded of Groucho Marx's restaurant review, "the food is bad and the portions are small".)

Tony O'Hagan (2002) has argued that this example is unfair because the problem itself is wrong in the sense that it suggests it is possible that we might know only bounds on the height, width and area variables. He argued that in real situations we would also know more about the variables than mere their ranges, and that a proper analysis would elicit this information and use it to construct justifiable priors. It does not seem tenable to claim, however, that just enough information always exists in a real-world setting to specify a prior precisely. Certainly we should use whatever information is available, but an analyst may or may have particular information in any given situation. Furthermore, it seems that a method proposed for use in risk analysis ought to be able to handle a problem like this well, even if it is rarely encountered in practice.

Bayesian rationality does not extend to group decisions

Bayesian methods are regarded by many analysts as the best (or even the only coherent) way to represent and manipulate uncertainty in inference and decision making (Jeffreys 1961; Lindley 1965; de Finetti 1970; Bernardo and Smith 1994; Berry 1996; Malakoff 1999; Jaffe 2003; Jaynes 2003). It seems clear, however, that the touted advantages of Bayesian methods collectively called “rationality” do not generally extend to the context of group decision making. Various paradoxes have been encountered when there is more than one person in the group whose beliefs and preferences must be taken into account. For instance, when Seidenfeld and his colleagues (1990; Seidenfeld et al. 1989) explored the properties of the Bayesian approach in the context of group decisions, they found “dilation”, a highly counterintuitive situation in which the overall uncertainty can, in some situations, be guaranteed to increase after collecting empirical data *no matter what data values are observed*. They realized that the only way to sustain rationality in the group decision setting was to reduce the problem to an individual decision problem by requiring a dictator make all the decisions for the group. Seidenfeld suggests that we can choose between rationality and democracy, but we cannot have both. Mongin (1995) similarly showed that, under certain conditions, Bayesians cannot aggregate the preferences of multiple rational decision makers in a way that simultaneously satisfies the Bayesian axioms and the Pareto property (that is, whenever all decision makers agree about a preference, the aggregation result also has that preference).

Interestingly, when decision makers are told that the methods cannot ensure rationality, they don't seem to mind very much. Kathy Laskey (pers. comm.) has suggested that the dogmatic Bayesian who insists on coherence at all costs is simply bad decision theorist. She argues that it is not reasonable to care more about coherence than about getting a sensible answer to the problem at hand. She argues that applications of probability theory should be judged by how well they help us solve the problem they were designed to solve. Sagoff (2004) has suggested that the purpose of risk analysis and scientific modeling in general is not to discover the truth about the world anyway. Rather, they are simply helpful tools of mediation to settle disputes about what will be regulated and what will be allowed, and who will pay for what. Formal quantitative assessments are certainly not trusted to make the decisions for us; they only help us to make our assumptions clear. The suggestion in the introduction that the Bayesian approach could be used to frame and make decision seems naïve in view of the assumption pandering, horse trading, and general posing and politicking that characterize how risk assessments are actually used.

Fixing the Bayesian paradigm: robust Bayes

Robust Bayes analysis, also called Bayesian sensitivity analysis, investigates the robustness of answers from a Bayesian analysis to uncertainty about the precise details of the analysis (Berger 1985; 1994; Insua and Ruggeri 2000; Pericchi 2000). An answer is robust if it does not depend sensitively on the assumptions and calculation inputs on which it's based. Robust Bayes methods acknowledge that it is sometimes very difficult to come up with precise distributions to be used as priors. Likewise the appropriate likelihood function that should be used for a particular problem may also be in doubt. In a robust Bayes approach, a standard Bayesian analysis is applied to all possible combinations of prior distributions and likelihood functions selected from *classes* of priors and likelihoods considered empirically plausible by the analyst. In this approach, a class of priors and a class of likelihoods together imply a class of posteriors by pairwise combination through Bayes' rule. Robust Bayes also uses a similar strategy to combine a class of probability models with a class of utility functions to infer a class of decisions, any of which might be the

answer given the uncertainty about best probability model and utility function. In both cases, the result is said to be robust if it's approximately the same for each such pair. If the answers differ substantially, then their range is taken as an expression of how much (or how little) can be confidently inferred from the analysis.

Although robust Bayes methods are clearly inconsistent with Bayesian idea that uncertainty should be measured by a single additive probability measure and that personal attitudes and values should always be measured by a precise utility function, they are often accepted as a matter of convenience (e.g., because the cost or schedule do not allow the more painstaking effort needed to get a precise measure and function). Some analysts also suggest that robust methods extend the traditional Bayesian approach by recognizing incertitude as of a different kind of uncertainty (Walley 1991; Pericchi 2000). Analysts in the latter category often quip that the set of distributions in the prior class is not a class of reasonable priors, but that it is reasonable class of priors. The idea behind this riddle is that no single distribution is reasonable as a model of ignorance, but considered as a whole, the class is a reasonable model for ignorance.

Robust Bayes methods are related to important and seminal ideas in other areas of statistics such as robust and resistance estimators (Huber 1981; Agostinelli 2000). The arguments in favor of a robust approach from those areas can often be applied without modification to Bayesian analyses. For example, Huber (1981) criticized methods that must assume the analyst is "omniscient" about certain facts such as model structure, distribution shapes and parameters. Because such facts are themselves potentially in doubt, an approach that does not rely too sensitively on the analysts getting the details exactly right would be preferred.

There are several ways to design and conduct a robust Bayes analysis, including the use of (i) parametric conjugate families, (ii) parametric but non-conjugate families, (iii) density-ratio (bounded density distributions), (iv) ϵ -contamination, mixture, quantile classes, etc. and (v) bounds on cumulative distributions. Although the problem of computing the solutions to robust Bayes problems can, in some cases, be computationally intensive, there are several special cases in which the requisite calculations are (or can be made) straightforward. The following subsections review a few of these cases.

Intervalizing Bayes' rule for events

The section starting on page 7 considered the application of Bayes' rule for events and offered a numerical example of inferring the chance one has a disease from a positive test for the disease. This section shows how this application can be extended to the case in which the various probabilities used as inputs in the calculation are generalized to intervals rather than point estimates. The formulation requires us to define addition, multiplication, subtraction and division for intervals. When the operands represent probabilities, these rules are

$$\begin{aligned}x + y &= [x_1, x_2] + [y_1, y_2] = [x_1 + y_1, x_2 + y_2], \\x - y &= [x_1, x_2] - [y_1, y_2] = [x_1 - y_2, x_2 - y_1], \\x \times y &= [x_1, x_2] \times [y_1, y_2] = [x_1 \times y_1, x_2 \times y_2], \text{ and} \\x \div y &= [x_1, x_2] \div [y_1, y_2] = [x_1 \div y_2, x_2 \div y_1].\end{aligned}$$

For example, if $x = [0.3, 0.5]$ and $y = [0.1, 0.2]$, then $x + y = [0.4, 0.7]$ and $x - y = [0.1, 0.4]$. Notice that in subtraction and division, the opposite endpoints are combined together. If one of the operands is a precise real value s , it can be converted into the corresponding degenerate interval $[s, s]$ for use in these formulas. One should keep in mind that the rules for multiplying

and dividing interval probabilities are much simpler than they are for general intervals. The reason is that probabilities are constrained to range over [0,1], which simplifies things a bit.

Moore (1966) showed that interval expressions involving only single uses of each uncertain variable will yield best possible results when computed by applying these rules. Notice, however, that there are repeated instances of intervals in the expression

$$\frac{\text{prevalence} \times \text{sensitivity}}{\text{sensitivity} \times \text{prevalence} + (1 - \text{specificity}) \times (1 - \text{prevalence})}$$

Because both prevalence and sensitivity appear multiple times in this expression, ordinary interval analysis cannot reliably be used to compute with this formulation.

If the inputs to Bayes' rule have uncertainty, then it would be preferable to use the formulation simplified to have no repeated parameters

$$1 / (1 + ((1/\text{prevalence} - 1) \times (1 - \text{specificity})) / \text{sensitivity}).$$

This formulation is algebraically equivalent to the formulas used on page 8, and it yields best possible (i.e., tightest) answers when its inputs are intervals.

Numerical example: disease testing revisited

Suppose that the test's sensitivity is 99.9% and that its specificity is 99.99%, but the prevalence of the disease in the population is imperfectly known and the best estimates say only that it is some value within the interval [0.005, 0.015]%. Putting these values into the expression given on page 8,

$$\frac{[0.005, 0.015]\% \times 99.9\%}{([0.005, 0.015]\% \times 99.9\% + (1 - [0.005, 0.015]\%) \times (1 - 99.99\%))}$$

and using interval analysis to compute the result, we would obtain [19.99, 99.95]%. This answer is correct in the sense that it encloses the probability that a person testing positive has the disease, but the interval is much too wide given the stated uncertainty about the disease's prevalence. The best possible answer comes from using the formulation

$$1 / (1 + ((1/[0.005, 0.015]\% - 1) \times (1 - 99.99\%)) / 99.9\%)$$

without repeated parameters which yields

$$1 / (1 + ((1/[0.005, 0.015]\% - 1) \times (1 - 99.99\%)) / 99.9\%)$$

and gives the tighter interval [33.31, 59.98]% as the bounds on the chance the positive testing person has the disease. This interval is as tight as is possible given the stated uncertainty about the prevalence (prior probability).

Trivial case of Bayes' rule on p-boxes

When robust Bayes methods are extended from events to random variables and distributions, a trivial but interesting case immediately arises. The example is instructive because it hints at a limitation of robust Bayes methods in general.

The term “p-box” denotes a pair of upper and lower bounds on cumulative distribution functions, and we identify a p-box with the class of distributions whose cumulative distributions lie entirely within these bounds (Ferson et al. 2003). P-boxes arise naturally in many situations, including from constraint specification in terms of moments or order statistics and as empirical distributions of interval data sets, and it is possible that one might wish to characterize the uncertainty about a prior distribution with a p-box. If the uncertainty about the likelihood function is also characterized by upper and lower bounds on its integral, these bounds can be normalized so that the likelihood also has the shape of a p-box. When two such p-boxes are combined in a robust Bayes analysis, the best-possible bounds on the cumulative distribution functions that might be the posterior is a rectangular p-box whose range is the intersection of the ranges of the prior and the likelihood p-boxes. This is illustrated in Figure 7. The reason that the posterior class is degenerate is easy to understand. As discussed in the section on zero preservation on page 30, whenever either the prior or the likelihood is zero, the posterior will be zero too. The p-box on the prior admits possible prior distributions like that depicted in Figure 8 where the cumulative distribution is flat for certain ranges of values of the abscissa. Of course such a shoulder in the distribution function corresponds to probability density that is identically zero. Similar shouldering can also occur in the likelihoods. Within a p-box there is a great deal of flexibility about where these shoulders might occur. To account for all possible members of the classes of priors and likelihoods, we have to account for pairs that effectively “miss” each other almost everywhere along the abscissa. Because any posterior that emerges from the analysis gets renormalized to have total probability of unity, if the prior and the likelihood miss each other everywhere except for one spot, then all the mass of the posterior will get concentrated at that spot. Where can such spots arise? Anywhere at all where the prior and the likelihood might overlap (this range is also determined by zero preservation). This means that we can get posteriors that are essentially Dirac delta functions anywhere within the interval where the supports of the class of priors and the class of likelihoods intersect. This is why the bounds on the posteriors form a degenerate p-box in the shape of a rectangular interval in Figure 7.

The conclusion of these considerations is that when the prior distribution and the likelihood function are characterized only by bounds on their cumulatives, then we cannot infer anything about the class of posteriors except bounds on its support, that is, the range over which it may have positive density. But we already knew this range; it is implied by elementary considerations about zero preservation. We haven't learned anything at all about the posteriors from the robust Bayes analysis in this case. The shapes of the two p-boxes don't matter at all. The only thing that does matter is their intersection. This conclusion seems very unsatisfying. It is the result, of course, of saying very little about the prior and the likelihood. Although the graphs of p-boxes that characterize them would seem to suggest that we are saying a lot, the graphs are misleading in this situation because Bayes' rule involves probability *densities*, not cumulative probabilities.

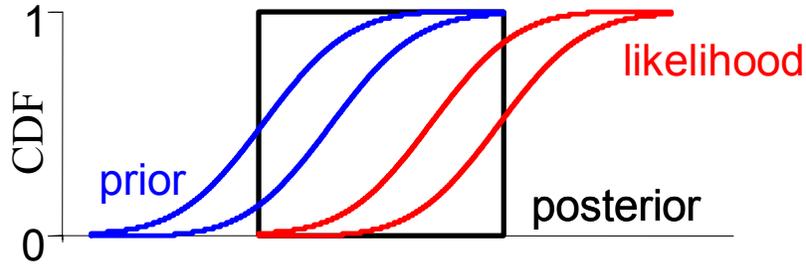


Figure 7. Robust Bayes analysis of a prior p-box (blue), a likelihood p-box (red), and the resulting posterior p-box (black).

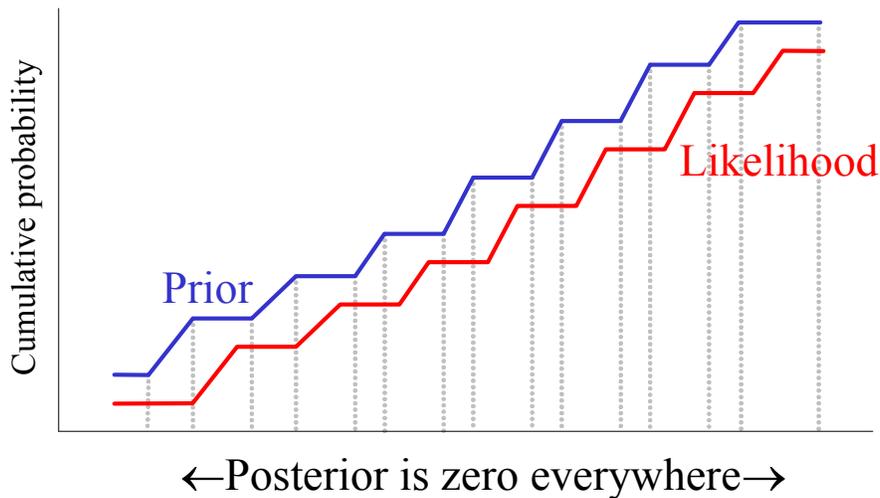


Figure 8. Shouldering, by which posterior distributions can be zero everywhere.

Parametric classes

Another way to define the class of distributions for a robust Bayes analysis is to specify it parametrically. Figure 9 depicts caricatures of two such classes. The first set of green curves on the left of the graph represents a class of distributions all having the same shape but differing in central tendency. The other set of blue curves on the right side of the graph similarly represents a class of distributions that are all from the same distribution family and have the same mean, but different variances. One can easily imagine (although it would be a lot harder to draw) a set of distributions that varied in both mean and variance. The family of distributions indexed by the parameters might be normals or another shape from a conjugate pair, or it might be some non-conjugate family. The class is intended to represent the analyst's uncertainty about the prior, so how the parameters vary will vary to define the class should reflect this uncertainty. Limits on the parameters can obviously be chosen to make the class arbitrarily *wide*, but the class can often still be too *sparse* in the sense that the distributions it admits are too similar to reflect the diversity of distribution functions the analyst might think are actually possible. For instance, I could set the limits on the mean and the variance to be very wide so that the prior is very uncertain and yet still be dissatisfied because the elements of the class are all vanilla normals. If I think that skewed, multimodal, truncated or non-continuous distributions should be in the class, I would need to change the parametric family or consider some non-parametric scheme to define the class. In a sense, the parametric approach to robust Bayes analysis has the opposite problem as that of the trivial example involving p-boxes in the previous section. In that case, the classes were too

large to be able to conclude anything about important about the posterior. Here, the classes are too small to be really representative of the kind of uncertainty we might have about the prior and likelihood.

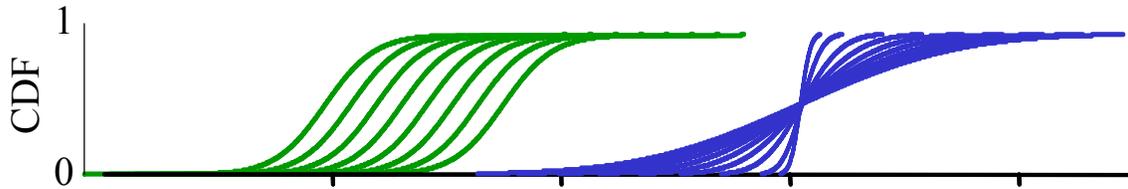


Figure 9. Parametric classes of distributions, varying the mean (green) or the variance (blue).

Numerical example

Suppose that the prior distribution is within the class of all normal distributions having a mean within $[1, 6]$ and a variance within $[2.5, 6]$. Suppose further that the likelihood function is also characterized by a normal shape, with a mean in the interval $[5, 13]$ and variance in the interval $[4, 5]$. In Figure 10, a few prior distributions (shown as blue curves) and likelihood functions (shown as red curves) from their respective classes are drawn on the θ -axis in terms of density (the vertical axis not shown). The purpose of the robust Bayes analysis is to compute the corresponding class of posterior distributions that are obtained by applying Bayes' rule to every possible pair of prior distribution and likelihood function. Because the priors and likelihoods in this example are conjugate pairs, it is easy in this example to compute the posteriors. When a prior is normal with a known variance v_1 and a likelihood is normal with a known variance v_2 , the posterior distribution also is normal with variance $1/(1/v_1 + 1/v_2)$. In this case, the variance must lie within the range $1/(1/[2.5,6] + 1/[4,5]) = [1.53, 2.73]$. The posterior's mean is $(m_1/v_1 + m_2/v_2)/(1/v_1 + 1/v_2)$, where m_1 and m_2 are the means of the prior and likelihood respectively. This formulation has multiple instances of v_1 and v_2 , so naïve interval analysis does not produce the best possible answer. A brute-force calculation strategy involving reconstitution of subintervals (Moore 1966) reveals the mean to be within $[2.32, 10.22]$. The posterior is thus a normal distribution whose mean is within $[2.32, 10.22]$ and whose variance is within $[1.53, 2.73]$. A few representatives from this class of posteriors are also shown depicted as gray curves in Figure 10.

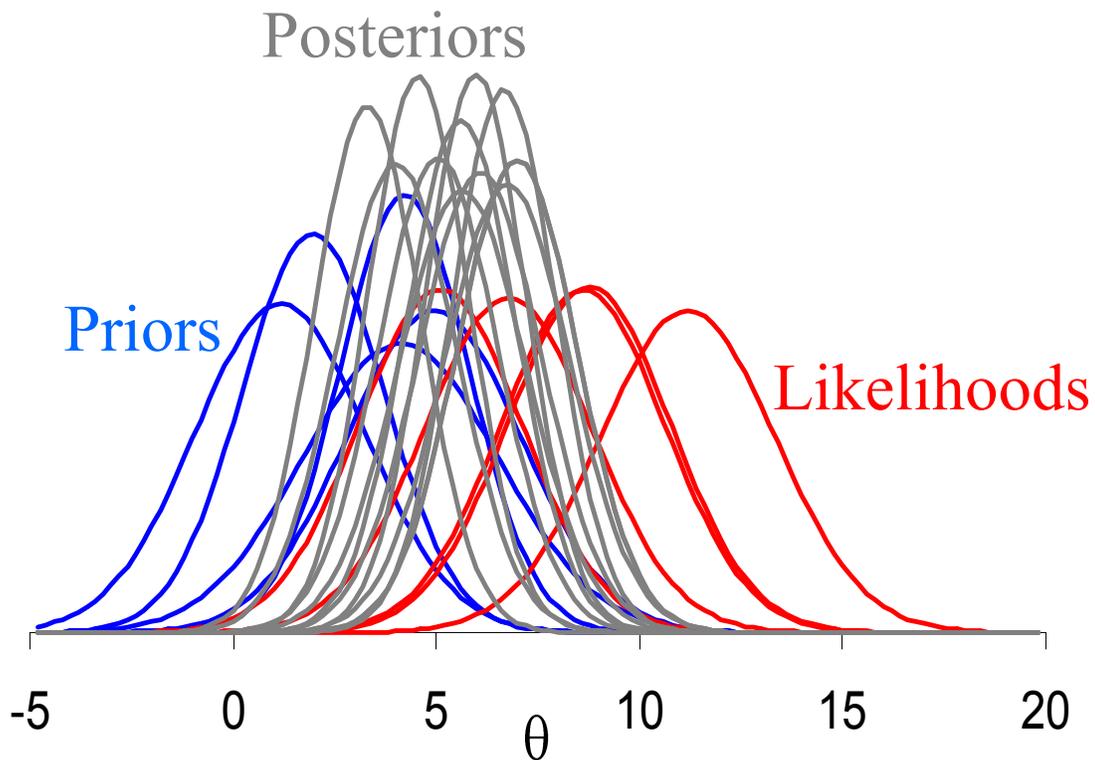


Figure 10. Example of robust Bayes combination of several prior distributions and likelihood functions to obtain many possible posterior distributions.

Other distribution classes

Pericchi (2000) outlined several other schemes for expressing uncertainty about prior distributions in robust Bayes analyses. Particularly promising are the density-ratio classes. Berger (1994) reviewed the desirable features of such distribution classes. He suggested they should be easy to understand and elicit, easy to compute with, sufficiently big to reflect one's uncertainty, and generalize easily to higher dimensions. The problem is to navigate between the devil of overspecifying the class (such as in the parametric class example on page 41) and the deep blue sea of underspecifying the class (such as the trivial example on page 40). In the former case, the analysis depends on fragile assumptions and the results may not really be robust, and in the latter case the analysis relaxed all the assumptions and could make no conclusions. Researchers are studying the problem of how to express situations of near-ignorance where the analyst's knowledge is vacuous in some but not all ways.

Caveats about robust Bayes

The concerns that attend the use of Bayesian methods about specifying a single prior and likelihood are relaxed by the use of classes of priors and likelihoods in robust Bayes, but this approach is still subject to some of the reservations and concerns associated with Bayesian methods in general. For instance, robust Bayes methods can be computationally difficult. Although the calculations in the numerical examples above could be done almost by inspection,

this is not generally possible. In fact, the computational difficulties associated with robust Bayes methods can be severe. Depending on how the class of priors and the class of likelihoods are specified, the actual calculations required may be rather burdensome, and, in the general case, may be qualitatively more difficult than the calculations for an ordinary Bayesian calculations. Like ordinary Bayesian methods, robust Bayes continues to have the zero preservation problem. Zero preservation is the fact that any values for which the prior distribution is zero will also have zero probability in the posterior, no matter what the likelihood is and no matter what new data may arrive. In the case of robust Bayesian analysis, the zeros are those regions of the real line where *all* the prior distributions in the class are identically zero. Analysts must be cognizant of zero preservation and take care to avoid inadvertently or unthinkingly excluding possibilities at the outset. Finally, robust Bayes methods do not obey what Walley (1991) calls the Bayesian dogma of ideal precision. That is, they decline to condense all of the analyst's uncertainty into single precise probability distributions. This makes the approach controversial with some strict Bayesians.

Two-dimensional Monte Carlo simulation

Given the deficiencies of Bayesian methods outlined in this report, a risk analyst might elect to forego the approach entirely and rely instead on two-dimensional Monte Carlo simulation to account for both variability and incertitude in a risk assessment. This section outlines the advantages and disadvantages of this option.

A two-dimensional Monte Carlo (2MC) simulation is a nesting of two ordinary Monte Carlo simulations. By nesting one Monte Carlo simulation within another, analysts hope to discover how variability and incertitude interact to create risk. Typically, the inner simulation represents natural variability of the underlying physical and biological processes, while the outer simulation represents the analyst's incertitude about the particular parameters that should be used to specify inputs to the inner simulation. This structure means that each replicate in the outer simulation entails an entire Monte Carlo simulation which, obviously, can lead to a very large computational burden. The approach is similar to a sensitivity study, except that the combinations to be studied are determined not directly by the analyst, but as the result of statistical distributions on the values of the parameters. Two-dimensional Monte Carlo methods were championed for use in risk analysis by Hoffman and Hammonds (1994) and Helton (1994) among many others. Cullen and Frey (1999) give a good introduction to the techniques of the method, which has roots in Fisher (1957) and Good (1965). The risk analysis literature on 2MC has grown incredibly over the last decade, and the method is considered by many analysts to be the state of the art.

Although the mechanics and algorithms employed in 2MC simulations can be used in both Bayesian and frequentist analyses, the concepts behind 2MC simulation as it is typically employed in risk assessment are very different from those underpinning the Bayesian approach. Whereas Bayesian methods model the uncertainty about the parameters of the probabilistic model automatically by virtue of using distributions to represent them, frequentists had to invent 2MC simulation to do the analogous thing in a frequentist context. In this approach, *variability* is rigorously distinguished from *incertitude*. Variability is the form of uncertainty that arises because of natural stochasticity, variation or fluctuation in variables across space or through time, heterogeneity from or manufacturing errors or variation among components or genetic differences among organisms. Variability is sometimes called "aleatory uncertainty" (from *alea*, the Latin word for dice) to emphasize that it is the same kind of uncertainty as that exhibited in games of chance. Incertitude, on the other hand, is the lack or incompleteness of knowledge. Incertitude

arises from limited sample sizes, mensurational limits ('measurement error'), data censoring, missing values, and the use of surrogate data such as using toxicity values for chickens to parameterize a model for hawks which are harder to study. Incertitude is sometimes called "epistemic uncertainty" to emphasize that it is a paucity of knowledge. In principle, incertitude can be reduced by additional empirical study. Although variability could be better characterized, it cannot be reduced by study, but would require some kind of management intervention to reduce it. Distinguishing variability and uncertainty from one another may not always be easy to do, and it may sometimes be like trying to divide ice from snow. But the focal intent of 2MC is nevertheless to make this distinction and to explore the consequence of each type of uncertainty on the resulting risk. In a strict Bayesian approach, in contrast, variability and incertitude may not be distinguished from each other. Both are forms of uncertainty, after all, and Bayesians believe that probability theory is a universal calculus for all manner of uncertainty.

In a 2MC simulation, parameters of input distributions can themselves be distributions too. Analysts can model uncertainty about any constants in the inner simulation with distributions in the outer simulation. Consult Hoffman and Hammonds (1994) or Cullen and Frey (1999) for advice on how to conduct the 2MC simulation. The results it produces are a collection of possible distributions for each output variable of interest (Figure 11). Typically, the collection consists of many distributions, indeed, it is a distribution whose elements are themselves distributions. This object can be called a "metadistribution" for short. Strict probabilists might suggest condensing the metadistribution into a single precise probability distribution, but most risk analysts prefer not to do this because it would confound variability with incertitude.

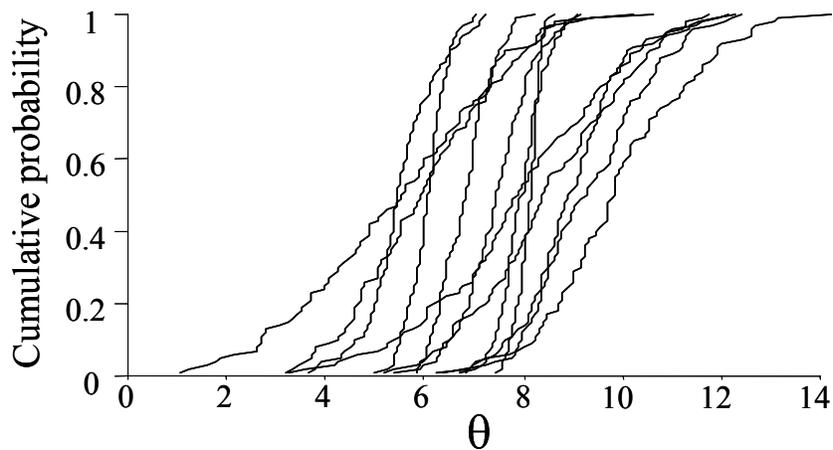


Figure 11. Hypothetical distribution of distributions (metadistribution).

The advantages of 2MC are that it acknowledges the uncertainty about an assessment more fully and incorporates this uncertainty into the mathematical calculation of the risks. It allows analysts to be forthright about what they know and don't know and lessens their need to make assumptions purely for the sake of mathematical convenience. The outputs from a 2MC simulation are useful for expressing confidence about exposure or risk predictions. They should be helpful in directing future data gathering by identifying important variables with high incertitude.

Disadvantages

This section reviews the disadvantages of 2MC. It covers the issues in increasing order of significance.

Computational cost. The first disadvantage of 2MC simulation is its computational complexity. Because the Monte Carlo simulations are nested, 2MC requires squared computational effort compared to the base simulation. This disadvantage is often the easiest to overcome. With computing power ever more accessible and inexpensive, 2MC simulations that used to require two weeks to compute on a desktop microcomputer now can be completed in several hours. Despite the improvements, the computational cost of 2MC can still be considerable in complex simulations.

Backcalculations difficult. Like ordinary Monte Carlo simulation, 2MC has no direct strategy for solving backcalculations. Backcalculation problems are those in which $C = f(A_1, A_2, \dots, A_k, B)$ and we have empirical estimates for the A_i and want to find the B that will guarantee certain constraints on C . For example, a risk analyst might be asked to find the cleanup target for the concentration of some environmental contaminant such that the resulting exposures experienced by human or animal receptors are below tolerable limits. Answering such engineering questions is one of the most common reasons for undertaking risk assessments in the first place. Although backcalculations have been attempted in the context of 2MC simulations, they are at best rather cumbersome because they must be done via trial and error, with trials that are computationally expensive to start with.

Parameterizations cumbersome. Because 2MC simulation requires the analyst to specify a distribution for each uncertain parameter of the primary distributions and perhaps the ancillary inter-parameter dependencies as well, some analysts who were already heavily taxed in simple simulations can find it overwhelming to parameterize the full two-dimensional effort. Risk analysts sometimes feel the task of parameterizing a full two-dimensional simulation to be daunting at best, and at worst dizzying. In fact, the method depends on deploying two entirely distinct definitions of probability. In the inner simulations, the distributions represent variability and the normal aleatory interpretation of the distribution is used. But in the outer simulation, the distributions are intended to represent incertitude, and they must use an epistemic interpretation of probability. Some analysts find it difficult to express their incertitude numerically at all, much less as particular probability distributions. In principle, one could define even higher-dimensional* models to represent the uncertainty. Some analysts have attempted three- and even four-dimensional Monte Carlo simulations (Jaworska and Aldenberg 2000), but this hardly seems a workable solution when the complexity of the analysis is the primary problem. Some analysts object to assignment of any precise probability distribution to epistemically uncertain values. They argue that an interval, for instance, such as might be obtained as a measurement with finite accuracy is not equivalent to a uniform or any other distribution (Ferson and Ginzburg 1996; Walley 1991).

Ugly outputs. Because the result of 2MC simulation is, even for a single variable, a distribution of distributions, visualizing outputs can be difficult and the implications of results challenging to explain to managers and decision makers. The displays of metadistributions are sometimes called by the evocative names of “spaghetti plots” or “horsetail plots” or even “bad-hair-day plots”.

*Good (1965) considered this idea. Kyburg (1989) pointed that if concern about the uncertainty in parameters can in principle drive the analysis to a higher level, one could fall into an insoluble infinite cascade.

These outputs can be confusing to interpret even for professionals, and often engender bewilderment among non-technical decision makers to whom they are shown. The first reaction of risk managers to such displays is often to laugh out loud—rarely an encouraging omen. Analysts often try to mask the complexity of the metadistributions by greatly simplifying the displays. For instance, risk analysts often replace a metadistribution with a three curves representing the “average” or “median” distribution and the 2.5th and 97.5th percentiles of the distributions in the metadistribution, considered pointwise. Even neglecting the enormous loss of information this entails, a three-curve display may often be misinterpreted by decision makers. They might believe, for instance, that 95% of the possible distributions represented by the metadistribution lie entirely within the outer curves. (This is the interpretation of Kolmogorov-Smirnov confidence limits for distributions.) This interpretation would be totally incorrect because the outer curves are pointwise percentiles, whatever *that* means. The average curve itself can be misleading as well. One might think that the average curve represents the most likely or, in some sense, the best-estimate distribution from the metadistribution. Such a thought would, however, be completely erroneous. Averaging distributions in this way can create Frankenstein distributions that are fundamentally unlike any of the distributions of the metadistribution. For instance, the pointwise average of normal distributions is not a normal distribution. Some analysts have suggested using gray scales or color coding to denote the complexity of a metadistribution, but this strategy could also be misunderstood in similar ways. Precious little research effort has been devoted to the question of how results from complex analyses should be communicated to the risk managers and decision makers who most need them. No studies have yet been published on the interpretive error rates associated with the visualizations from 2MC simulations, but it seems clear that new display techniques are needed.

Parameter dependence. There are also some serious technical difficulties that can beset 2MC simulations. For instance, if the distributions for the minimum and maximum of a uniform distribution overlap at all, then there is a possibility that the minimum selected in the outer simulation exceeds the selected maximum. If that happens, the uniform distribution in the inner simulation is undefined. It is unclear what analysts should do in such a situation. The problem is actually rather general, because, for many statistical distributions, there are logical constraints that govern the relations between the parameters (see Frey and Rhodes 1998). For other distributions such as the beta or Weibull, the nature of the dependence between the parameters can be much subtler than it is for the uniform. The assumption of independence between parameters of distributions is not justifiable in general. Analysts who follow standard practice in the field and make independence assumptions may be creating impossible mathematical fictions akin to specifying a correlation matrix that is not positive semi-definite. Although it is easy to demonstrate with numerical examples that such fictions could in principle lead to serious miscalculations of risks, it is not clear whether this problem commonly occurs in real risk assessments, or what numerical consequences it may generate.

Cannot account for model uncertainty. Model uncertainty is the doubt about the correct form of the model used to compute the risk (Apostolakis 1995; Morgan and Henrion 1990). The 2MC strategy to express model uncertainty and incorporate it into calculations begins by defining a parameter, say m , whose possible values represent different possible models. Because model uncertainty is incertitude, the value of m is set in the outer loop of the 2MC simulation. In an inner simulation, the value of m is a constant, and the model it denotes is assumed to be the correct and incorrigible model, at least for the purposes within the single Monte Carlo simulation. If there are two possible models, then m would have a binary distribution, with the relative probabilities of the two models reflected by the probabilities of the binary states. If there are many distinct models, m would be some discrete distribution, with the probability associated with each possible value of m set to reflect the analyst’s beliefs about how likely the each model is.

The distribution could even be continuous if there are infinitely many possible distributions. If these probabilities of the various models are unknown, the traditional approach is to assume all possible models are equiprobable. This approach obviously translates the problem of model uncertainty into a problem of parametric uncertainty. This approach requires that the analyst know, and be able to explicitly enumerate or at least continuously parameterize, all the possible models. In practice of course, there might be many competing models, and analysts might not find it easy to identify each of them. It is easy to disprove the comfortable myth that some risk analysts seem to have that it is sufficient to “try a few models”. If the resulting metadistribution is condensed into a single, precise probability distribution, then the approach represents model uncertainty as a stochastic mixture that averages together incompatible models (Finkel 1995), and therefore erases the uncertainty rather than truly capturing and propagating the uncertainty. For this reason, it is much preferable to keep the results as a metadistribution.

Confounding different kinds of probabilities. Cooke (2004) ridiculed fuzzy theorists for not having an operational definition of ‘possibility’. Yet it is hard to seriously argue that probability theory as it has been practiced in risk analysis has the high ground with respect to having operational definitions. Many if not most applications of probability theory in risk analysis today confound different interpretations of probability. Two-dimensional simulations are arguably the worst offenders on this score as they commonly mix and match inputs from multiple, incomparable sources. When pressed for their definition of probability, analysts will generally offer something along frequentist lines involving an ensemble of like people or similar sites or analogous situations. But this interpretation is affixed at the end of an analysis that does not itself justify or give warrant to the interpretation. In practice, analyses are dubious admixtures of assumptions and distributions obtained from subjective judgments and opinions from multiple expert informants. In many cases, analysts cannot even specify the ensemble that the distribution proffered for a quantity is supposed to characterize. They literally do not know what they are modeling. Needless to say, they often do not distinguish, much less observe care in combining, distributions representing spatial variability, temporal fluctuation, inter-individual heterogeneity, or social diversity of opinions.

Inadequate model of incertitude. The most serious problem with 2MC simulation as a general tool for risk analysis is it does not handle incertitude correctly. It shares this problem with ordinary Monte Carlo simulation, Bayesian methods and probability theory in general. At least for the purposes of risk analysis, all of these approaches have an inadequate model of incertitude. There are two ramifications of this inadequacy. The first is that uniform distributions should not be used to represent the analyst’s incertitude about a variable or parameter. The same holds true for any single uninformative or reference distribution (Irony and Singpurwalla 1997; Syversveen 1998). Although a two-dimensional Monte Carlo simulation does conscientiously separate variability from incertitude, it still applies the method of Bayes (and Laplace, Jaynes, etc.) to incertitude and treats ignorance the *same way* it treats variability. Picking a single distribution necessarily implies a great deal about a variable. As Bernardo acknowledged, any prior reflects some knowledge, and the uniform and its cousins are very informative of non-location parameters (Irony and Singpurwalla 1997). As a result, it can produce estimates that may be inappropriate or unusable in risk analysis (Ferson and Ginzburg 1996). This problem was reviewed by Ferson (1996). The second ramification of probability’s inadequate model of incertitude concerns uncertainty about dependence. Ferson et al. (2004) showed that Monte Carlo methods cannot account for the case in which the dependence between parameters is unknown, even by varying the correlation coefficient among possible values in a 2MC simulation (cf. Cullen and Frey 1999). Essentially, the problem is that the simulation techniques available in Monte Carlo simulation cannot reproduce the infinite-dimensional nonlinearity that dependence functions might take.

Whenever 2MC simulations employ uniform distributions to model incertitude about parameters (in either the inner or outer loop), or model inter-variable relationships with precise dependence functions for the sake of mathematical convenience, the results of the simulation will likely fail to capture the extant uncertainty. Both of these mistakes will tend to artificially narrow the uncertainty, so that the analysis would tend to underestimate the possible probabilities of extreme events. Attempts to represent model uncertainty in a 2MC simulation are also likely to severely underestimate tail risks if the enumeration of possible models is depauperate. On the other hand, it is hard to anticipate whether counterfactually assuming the parameters of a distribution to be independent would tend to under- or overestimate the tail risks.

Conclusions

Ferson (1996) reviewed the limitations and disadvantages of (first-order) Monte Carlo simulation as a method for risk assessment and uncertainty analysis. This report considers the deficiencies of Bayesian methods and, secondarily, two-dimensional Monte Carlo simulation.

It is fair to say that the stories, so far, of Bayesian methods and two-dimensional Monte Carlo simulation in risk analysis are ones of promises yet to be fulfilled. If their respective assumptions hold, then both approaches work reasonably well and, clearly, they have their places in risk analysis and probabilistic uncertainty propagation. However, these methods are not robust in those situations when their assumptions don't hold. They presume too much information can be provided by the analyst than can commonly be provided in risk assessments where data and scientific understanding are constitutionally rare. The standard assumptions made in such cases are not appropriately protective because they can substantially underestimate tail risks. In the jargon of risk analysts, the methods are not "fail-safe" because they produce answers that can be misleading without warning. It might be entirely reasonable to be a Bayesian in making one's own inferences and personal decisions, but maintain that such methods ought not generally be employed, or at least not in their full strength, for group decisions, public policies or scientific purposes where there is a higher standard of accountability.

No data. The greatest of the promises tendered to risk analysts is that the methods can function and produce answers when there are no data at all. When there are no data, no likelihood can be constructed, so the unmodified initial prior serves as the zeroth posterior. It is guessing to be sure, but it is principled guessing. The central problem is that these answers will not tend to be empirically correct (Mayo 1996). One could not expect, for instance, that Bayesian 95% credibility intervals would enclose the parameters they represent 95% of the time. If they cannot be defended on empirical grounds, it is hard to discern the point in computing them at all. As Jim Dukelow has quipped, "it's hard to see the advantage in this; it has always been easy to get *wrong* answers."

Subjective judgments. Another seminal advantage touted for Bayesian methods and 2MC simulation is that they provide an architecture for handling subjective information that an analyst collates from personal experience or the advice of experts. This advantage is crucial because sometimes beliefs are all we have from which to construct inferences, synthesize conclusions and make decisions. The Bayesian approach acknowledges the inescapability of subjectivity in scientific endeavors and promises to provide a formal framework in which analysts can make use of relevant knowledge not expressed as empirical data. It promises to legitimize the use of subjective information in science. But many people maintain profound philosophical and

scientific objections to such use of subjective information. It seems likely these objections are not going to fade away any time soon.

Generality. Bayesian methods promise to regularize the cacophony of inputs variously representing spatial or temporal variability, differences among components or individuals, analyst judgment or expert opinion into a coherent analysis based on a universal definition of probability. This promise would be very important if it could be sustained in a way that allowed analysts to generate results of relevance to risk analysis problems in the real world. The problem is that the Bayesian solution to the disparity among these inputs is to melt them all into a common denominator of subjective judgment.

Flexibility. Another often claimed advantage of Bayesian methods is their flexibility. They provide an adaptable general framework for risk analysis problems at multiple levels from the overarching to the purely technical. They permit arbitrary stopping rules in data collection. But flexibility, like any virtue, can be both a good and bad thing. The criticism of the Bayesian solution in the paternity example suggests a sense in which the method is actually too flexible. If different analysts can and regularly do get substantially different answers, observers might not consider the analysis scientific in any important sense or deserving of public confidence as a relevant characterization of the problem, as opposed to a diversion about the analysts themselves. At the same time, the claims of flexibility belie certain rigidities in the Bayesian approach. For instance, the zero preservation problem, which ruthlessly propagates an analyst's erroneous preconceptions, is one way in which Bayes' rule is not flexible enough. And, in keeping the prior model forever, some critics suggest that Bayesian updating is unscientifically rigid in principle.

Other purported advantages of Bayesian methods such as rationality, formality and connections with decision theory fall away in the context of group decision making or seem irrelevant in the rough-and-tumble of actual risk assessments in politically charged environments. The permission that the Bayesian approach gives for data mining is welcome, but will rarely be important in risk analysis where data are so rare. Claims of the naturalness of Bayesian interpretations seem strained given the pedagogical experience, and they are diminished by the difficulty and computational burden of obtaining answers in practice.

Probability theory has been so successful in the marketplace of ideas because it has exploited polysemy in the word 'probability'. It means different things to different people, and everyone hopes that probability theory will solve their particular problems. Contradicting this pluralism with a catholicity of their own, some Bayesians have claimed all of probability for themselves. For instance, Jaynes (2003) argued strenuously that probability theory is not the mathematical science of frequencies, but rather a calculus that tells us what our beliefs about some things should imply about our beliefs about other things. But risk analysis, it seems, should not be about *beliefs* in the first place. For the purposes of risk analysis, we do seem to require a mathematical science of frequencies, a calculus that allows us to compute with distributions, interpreted simply as collections of possible numbers weighted by how often they are realized in some actual or hypothetical ensemble. At the same time, we need this calculus to be able to make use of subjective information but in a way that respects incertitude as a distinct from variability and makes calculations and inferences that do not confound them. Although its promise is darkened by the specter of still greater computational difficulty, the robust Bayesian approach holds great promise to fix the most egregious problems of Bayesian methods and perhaps manifest the enriched mathematical science of frequencies needed in risk analysis.

For a long time, statistics was polarized by fierce debates between frequentists and Bayesians. In recent years, however, the profession has matured, and this controversy has calmed considerably.

Discussions are more tolerant and inclusive, and both sides recognize the intrinsic advantages and disadvantages of the other. But outside of statistics, in the provinces of risk analysis and other mathematical and quantitative disciplines, the debates are only now heating up. At risk assessment review meetings, the arguments border on the vituperative, and discussion, if it can be called that, is characterized by fundamental disputes that seem beyond any possible reconciliation. We seem to still be a long way even from Sagoff's (2004) peaceful coexistence, much less the elucidation of the truth by the application of our quantitative methods.

There is nevertheless hope for the future, and we should take comfort in the fact that the controversy in risk analysis means that it is young and growing field. If the debate has been intense, it is because the issues are important and the stakes are high. Some of the underlying points of divergence are true dilemmas, forks in the roads of thinking, that lead to really different conceptions. These will never be straightened out because they represent the fundamental complexity of human decision making in an incompletely understood world. But as other confusions are swept aside and misunderstandings are repaired by discourse and review, risk analysis will be richer for its growth. The different conceptions will lead to complementary perspectives that enlarge and deepen our understanding, readying us to answer the hard questions we face.

Acknowledgments

Many thanks are owed to Dominique Guyonnet for initiating and funding the work that led to this report. We also thank Tony Cox of Cox Associates, Dima Burmistrov of Menzie-Cura & Associates, Willem Roelofs of Central Sciences Laboratory in the United Kingdom, Cédric Baudrit of Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, Scott Bartell of Emory University, Brendan Wintle of The University of Melbourne, Alyson Wilson of Los Alamos National Laboratory, Laura Wolf of Brigham Young University, Tom Aldenberg of Rijksinstituut voor Volksgezondheid & Milieu (RIVM) in the Netherlands, and W. Troy Tucker and David S. Myers of Applied Biomathematics for discussions on various topics Bayesian. These discussants are not responsible, of course, for any errors or omissions that may mar this report.

References

- Abbas, A.E. (2003). Entropy methods for univariate distributions in decision analysis. *Bayesian Inference and Maximum Entropy Methods in Science and Engineering: 22nd International Workshop*, edited by C.J. Williams, American Institute of Physics.
- Agostinelli, C. (2000). References on Robust Statistics. University of Padua. http://homes.stat.unipd.it/claudio/red_rob.html.
- Aven, T. (1997). Alternative Bayesian approaches to risk analysis. Stavanger University College and University of Oslo. <http://www.nr.no/TilfeldigGang/sept97/taven/taven.html>.
- Bayes, T. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society* 53: 370-418. Reprinted in 1958 in *Biometrika* 45: 293-315.
- Berger, J.O. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Springer-Verlag, New York.
- Bernardo, J.M. (1979). Reference posterior distributions for Bayesian inference. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 41: 113-147 (with discussion).
- Bernardo, J.M. and A.F.M. Smith (1994). *Bayesian Theory*. John Wiley & Sons, New York.
- Berry, D.A. (1996). *Statistics: A Bayesian Perspective*. Duxbury Press, Belmont, California.
- Berry, D.A. (1997). Bayesian Statistics. Institute of Statistics and Decisions Sciences, Duke University, <http://www.pnl.gov/Bayesian/Berry/>.
- Berry, D.A. and D. Stangl (1996). *Bayesian Biostatistics*, Marcel Dekker Publishers.
- Boole, G. (1854). *An Investigation of the Laws of Thought, On Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probability*. Walton and Maberly, London. Reprinted in 1958 by Dover Publications, New York.
- Casscells, W., A. Schoenberger and T.B. Graboys (1978). Interpretation by physicians of clinical laboratory results. *New England Journal of Medicine* 299: 999-1001.
- Clyde, M. and E.I. George (2003). Model uncertainty. Technical report #2003-16, Statistical and Applied Mathematical Sciences Institute, www.samsi.info.
- Cooke, R. (2004). The anatomy of the squizzel: the role of operational definitions in representing uncertainty. *Reliability Engineering and System Safety* 85: 313-319.
- Cosmides, L. and J. Tooby (1996). Are humans good statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition* 58: 1-73.
- Cournot, A.A. (1843). *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*. Hachette, Paris.
- Cullen, A.C., and H.C. Frey (1999). *Probabilistic Techniques in Exposure Assessment: A Handbook for Dealing with Variability and Uncertainty in Models and Inputs*. Plenum Press: New York.
- Dawid, A.P. (1982). Intersubjective statistical models, In *Exchangeability in Probability and Statistics*, edited by G. Koch and F. Spizzichino, North-Holland, Amsterdam.
- de Finetti, B. (1970). *Teoria delle Probabilità*. Appeared in English translation in 1974 as *Theory of Probability*, volume 1. Wiley, London.
- DeGroot, M.H. (1975). *Probability and Statistics*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- Draper, D. (1995). Assessment and propagation of model uncertainty. *Journal of the Royal Statistical Society Series B* 57: 45-97.
- Edwards, A.W.F. (1972). *Likelihood*. Cambridge University Press.
- Ferson, S. (1996). What Monte Carlo methods cannot do. *Human and Ecological Risk Assessment* 2: 990-1007.
- Ferson, S. (2002). *RAMAS Risk Calc 4.0 Software: Risk Assessment with Uncertain Numbers*. Lewis Publishers, Boca Raton, Florida.

- Ferson, S. and L.R. Ginzburg (1996). Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Reliability Engineering and Systems Safety* 54: 133–144.
- Ferson, S., V. Kreinovich, L. Ginzburg, K. Sentz and D.S. Myers. (2003). *Constructing Probability Boxes and Dempster-Shafer Structures*. Sandia National Laboratories, SAND2002-4015, Albuquerque, New Mexico.
- Ferson, S., R.B. Nelsen, J. Hajagos, D.J. Berleant, J. Zhang, W.T. Tucker, L. Ginzburg and W.L. Oberkampf. (2004). *Dependence in Probabilistic Modeling, Dempster-Shafer Theory, and Probability Bounds Analysis*. Sandia National Laboratories, SAND2004-3072, Albuquerque.
- Finkel, A.M. (1995). A second opinion on an environmental misdiagnosis: the risky prescriptions of *Breaking the Vicious Circle*. *New York University Environmental Law Journal* 3: 295–381.
- Fisher, R.A. (1956). *Statistical Methods and Scientific Inference*. Oliver and Boyd, Edinburgh.
- Fisher, R.A. (1957). The underworld of probability. *Sankhya* 18 201-210.
- Frank, M.J., R.B. Nelsen, and B. Schweizer (1987). Best-possible bounds for the distribution of a sum—a problem of Kolmogorov. *Probability Theory and Related Fields* 74, 199-211.
- Fréchet, M. (1935). Généralisations du théorème des probabilités totales. *Fundamenta Mathematica* 25: 379-387.
- Fréchet, M. (1951). Sur les tableaux de corrélation dont les marges sont données. *Ann. Univ. Lyon, Sect. A* 9: 53-77.
- Gelman, A., J.B. Carlin, H.S. Stern, D.B. Rubin (1995). *Bayesian Data Analysis*. CRC Press, Boca Raton.
- Gigerenzer, G. (1991). How to make cognitive illusions disappear: beyond heuristics and biases. *European Review of Social Psychology* 2: 83-115.
- Gigerenzer, G. (2002). *Calculated Risks: How to Know When Numbers Deceive You*. Simon and Schuster, New York.
- Glymour, C. (1980). *Theory and Evidence*. [see the essay “Why I am not a Bayesian” on pages 63–93]. Princeton University Press, Princeton. Reprinted in *Philosophy of Science: The Central Issues*, edited by M. Curd and J.A. Cover, W.W. Norton and Company. Also available at <http://www.philosophy.ubc.ca/faculty/savitt/glymour.htm>
- Good, I.J. (1965). *The Estimation of Probabilities*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Grandy, W.T., Jr. and L.H. Schick (1991). *Maximum Entropy and Bayesian Methods*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Hájek, A. (2003). Conditional probability is the very guide of life. Pages 183-203 in *Probability Is the Very Guide of Life*, edited by H.E. Kyburg, Jr., and M. Thalos. Open Court, Chicago.
- Hammitt, J.K. (1995). Can more information increase uncertainty? *Chance* 15–17,36.
- Helton, J.C. (1994). Treatment of uncertainty in performance assessments for complex systems. *Risk Analysis* 14: 483-511.
- Hoeting, J.A., Madigan, D., Raftery, A.E. and Volinsky, C.T. (1999). Bayesian model averaging: a tutorial (with discussion). *Statistical Science* 14: 382-401. Correction: *Statistical Science* 15: 193-195. <http://www.stat.washington.edu/www/research/online/hoeting1999.pdf>.
- Hoffman, F. O. and J.S. Hammonds (1994). Propagation of uncertainty in risk assessments: The need to distinguish between uncertainty due to lack of knowledge and uncertainty due to variability. *Risk Analysis* 14(5):707-712.
- Huber, P.J. (1981). *Robust Statistics*. Wiley, New York.
- Insua, D.R. and F. Ruggeri (eds.) (2000). *Robust Bayesian Analysis*. Lecture Notes in Statistics, Volume 152. Springer-Verlag, New York.
- Irony, T.Z. and N.D. Singpurwalla (1997). Noninformative priors do not exist: a discussion with Jose M. Bernardo. *Journal of Statistical Planning and Inference* 65: 159-189. Available at <http://www.unine.ch/statistics/postgrad/images/Dialog.pdf>.
- Jaffe, A.H. (2003). A polemic in probability. *Science* 301: 1329-1330.

- Jaffray, J.-Y. (1992). Bayesian updating and belief functions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 22: 1144–1152.
- Jaffray, J.-Y. (1994). Dynamic decision making with belief functions. *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*, R.R. Yager, J. Kacprzyk and M. Fedrizzi (eds.). John Wiley and Sons, Inc.
- Jaworska, J.S. and T. Aldenberg (2000). Estimation of HC5 taking into account uncertainties of individual dose response curves and species sensitivity distribution. Presentation at the 2000 Society for Risk Analysis annual meeting, Arlington, Virginia, <http://www.riskworld.com/Abstract/2000/SRAam00/ab0ac164.htm>.
- Jaynes, E.T. (1957). Information theory and statistical mechanics. *Physical Review* 106: 620–630.
- Jaynes, E.T. (2003). *Probability Theory*, edited by L. Bretthorst. Cambridge University Press.
- Jeffreys, H. (1946). An invariant form for the prior probability in estimation problems. *Proceedings of the Royal Society A* 186: 453-461.
- Jeffreys, H. (1961). *Theory of Probability*. Clarendon Press, Oxford.
- Kline, M. (1980). *Mathematics: The Loss of Certainty*. Oxford University Press, Oxford.
- Kyburg, H. (1989). Higher order probabilities. Pages pages 15-22 in *Uncertainty in Artificial Intelligence*, volume 3, edited by L.N. Kanal, T.S. Levitt and J.F. Lemmer, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.
- Kyburg, H.E., Jr. (1999). “hume [sic] and induction”, email to the Association for Uncertainty in Artificial Intelligence listserver, 8 July 1999, from kyburg@redsuspenders.com.
- Laplace, Marquis de, P.S. (1820). *Théorie analytique de probabilités* (edition troisième). Courcier, Paris. The introduction (*Essai philosophique sur les probabilités*) is available in an English translation in *A Philosophical Essay on Probabilities* (1951), Dover Publications, New York.
- Lee, P.M. (1997). *Bayesian Statistics: An Introduction*. Edward Arnold (Hodder Arnold) London.
- Lee, R.C. and W.E. Wright (1994). Development of human exposure-factor distributions using maximum-entropy inference. *Journal of Exposure Analysis and Environmental Epidemiology* 4: 329-341.
- Levine, R.D. and M. Tribus (1976). *The Maximum Entropy Formalism*. MIT Press, Cambridge.
- Lindley, D.V. (1965). *Introduction to Probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint, Volume 2: Statistics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Malakoff, D. (1999). Bayes offers a ‘new’ way to make sense of numbers. *Science* 286: 1460-4.
- Mayo, D. (1996). *Error and the Growth of Experimental Knowledge*. The University of Chicago Press, Chicago.
- Mongin, P. (1995). Consistent Bayesian aggregation. *Journal of Economic Theory* 6: 313–331.
- Neapolitan, R.E. (1992). A survey of uncertain and approximate inference. Pages 55-82 in *Fuzzy Logic for the Management of Uncertainty*, edited by L.A.Zadeh and J. Kacprzyk. John Wiley & Sons, New York.
- O’Hagan, T. (2002). “Some comments on the challenge problems”, and “A rejoinder”. <http://www.sandia.gov/epistemic> [follow the Submitted Comments link].
- Owen, A.B. (2001). *Empirical Likelihood*. Chapman & Hall / CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Peirce, C.S. (1930-1935). *Collected Papers*. Volumes 1-6, edited by C. Hartshorne and P. Weiss. Harvard University Press, Cambridge.
- Peirce, C.S. (1958). *Collected Papers*. Volumes 7-8, edited by A. Burks. Harvard University Press, Cambridge.
- Pericchi, L.R. (2000). Sets of prior probabilities and Bayesian robustness. Imprecise Probability Project. <http://ippserv.rug.ac.be/documentation/robust/robust.html>.
- Raftery, A.E., D. Madigan, and J.A. Hoeting (1997). Bayesian model averaging for linear regression models. *Journal of the American Statistical Association* 92: 179–191.
- Rice, A. (2003). “Everybody makes errors”: The intersection of De Morgan’s logic and probability, 1837-1847. *History and Philosophy of Logic* 24: 289-305.

- Sagoff, M. (2004). *Price, Principle, and the Environment*. Cambridge University Press.
- Sander, P. and R. Badoux (eds.) (1991). *Bayesian Methods in Reliability*. Kluwer, Dordrecht.
- Savage, L.J. (1954). *Foundations of Statistics*. John Wiley & Sons, New York.
- Seidenfeld et al. (1989). On the shared preferences of two Bayesian decision makers. *Journal of Philosophy* 86: 225-244.
- Seidenfeld, T. (1990). Two perspectives on consensus for Bayesian inference and decisions. In *Knowledge Representation and Defensible Reasoning*, edited by Kyburg et al. Kluwer, Dordrecht.
- Simon, J.L. (2003). *The Philosophy and Practice of Resampling Statistics*.
<http://www.resample.com/content/teaching/philosophy>.
- Solana, V. and N.C. Lind (1990). Two principles for data based on probabilistic system analysis,' Proceedings of ICOSSAR '89, 5th International Conferences on Structural Safety and Reliability. American Society of Civil Engineers, New York.
- Thompson, K. (2000). "[riskanal] Re: Many thanks: re. respectable Bayesias [sic]", email to the Riskanal listserver, 20 January 2000, from kimt@hsph.harvard.edu.
- Uffink, J. (1996). The constraint rule of the maximum entropy principle. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 27: 47-79.
- Venn, J. (1966). *The Logic of Chance*. Macmillan, Cambridge.
- Vose, D. (2000). *Risk Analysis: A Quantitative Guide*. John Wiley & Sons, Chichester.
- Walley, P. (1991). *Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities*. Chapman and Hall, London.
- Walley, P. (1996). Inferences from multinomial data: learning about a bag of marbles. *Journal of the Royal Statistical Society* 58: 3-37.
- Yang, R. and J.O. Berger (1998). A catalog of noninformative priors. Parexel International and Duke University, <http://www.stat.missouri.edu/~bayes/catalog.ps>



**Centre scientifique et technique
Service EPI/DES**

3, avenue Claude-Guillemin
BP 6009 – 45060 Orléans Cedex 2 – France – Tél. : 02 38 64 34 34