

confidentiel



# la modélisation du broyage en minéralurgie : inventaire des modèles développés, confrontation avec les performances d'installations réelles, critères de sélection

compte-rendu des recherches conduites en 1985 dans le  
cadre d'une thèse

F. Albera  
supervision : A. Broussaud

Juin 1986  
86 DAM 016 MIN

BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES  
DIRECTION DES ACTIVITÉS MINIÈRES  
Département minéralurgie

B.P. 6009 - 45060 ORLÉANS CEDEX 2 - Tél. : (33) 38.64.34.34

## R E S U M E

Le rapport décrit les travaux réalisés durant la première année de la thèse de l'auteur.

Ces travaux s'inscrivent dans le cadre des recherches scientifiques du département Minéralurgie du B.R.G.M. sur le thème de la modélisation et de la simulation des procédés minéralurgiques. L'auteur bénéficie d'un soutien du CEFI et de l'AFME (Agence Française pour la Maîtrise de l'Energie). Le sujet de thèse est :

"la modélisation des opérations unitaires en minéralurgie : inventaire des modèles développés, confrontation avec les performances d'installations réelles, critères de sélection".

L'objectif général de la recherche est de sélectionner parmi les concepts de modèles d'opérations unitaires existants ceux qui peuvent être transformés en outils de simulation réellement opérationnels.

Les recherches ont porté sur le broyage en voie humide et ont comporté quatre phases :

- . la synthèse bibliographique a abouti à la sélection de plusieurs idées de modèles reposant tous sur deux concepts de base : l'approche énergétique, qui est à l'origine de la méthode de dimensionnement de Bond, et l'approche cinétique, qui s'appuie sur une compréhension physique des phénomènes de fragmentation,
- . la programmation des modèles a été effectuée en utilisant les concepts sélectionnés dans la bibliographie.  
En outre, deux points rarement développés dans les travaux antérieurs ont été l'objet de développements originaux : la modélisation des broyeurs à barres et la prédiction du comportement spécifique de chaque minéral au broyage (sélectivité du broyage) très importante pour le minéralurgiste,
- . le développement d'une méthodologie de calibrage des modèles a été nécessaire afin de pouvoir adapter les paramètres de ces derniers pour qu'ils s'adaptent au mieux aux données expérimentales. La méthodologie de calibrage comprend des essais expérimentaux : étude de la distribution de temps de séjour des broyeurs, détermination de la fonction de broyage au laboratoire ; et des procédures informatiques d'optimisation, pour le calcul de la fonction de sélection.

- . une évaluation des modèles programmés et rendus utilisables par la méthodologie de calibrage, a été effectuée d'après les critères suivants : complexité des données nécessaires pour le calibrage, intérêt pratique des variables opératoires (par exemple, masse de corps broyant, débit) dont le modèle peut simuler l'influence, aptitude à représenter de manière précise les résultats expérimentaux. Le choix d'un modèle dépendra pour chaque simulation des caractéristiques physiques du problème mais aussi des objectifs et des données expérimentales disponibles.

Les quatre phases ont abouti aux premières utilisations des modèles sélectionnés dans des travaux de simulation opérationnelle d'usines et de circuits pilotes.

Les orientations prévues pour l'achèvement de la thèse sont :

- . l'amélioration de la connaissance des modèles déjà programmés. Une étude comparative de diverses méthodologies de détermination de la matrice de broyage s'inscrit également dans ce cadre en collaboration avec l'Université Libre de Bruxelles,
- . l'incorporation dans les modèles programmés d'un algorithme de prédiction de la libération minérale, basé sur l'adaptation de théories de la libération,
- . la modélisation d'autres opérations de fragmentation à définir (concassage, broyage autogène...).

\*\*\*

## SOMMAIRE

	Page
1 - ORIENTATION DES RECHERCHES PAR RAPPORT A L'OBJECTIF INITIAL	1
1.1 - RAPPEL DE L'OBJECTIF INITIAL DU PROGRAMME DE RECHERCHES	1
1.2 - EVOLUTION DU SUJET : RESPECT DE LA METHODOLOGIE PREVUE ET LIMITATION DE L'ETUDE DES OPERATIONS UNITAIRES A LA FRAGMENTATION	2
2 - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA MODELISATION DU BROYAGE. SELECTION DES CONCEPTS FONDAMENTAUX	3
2.1 - NOTION DE MODELISATION DU BROYAGE	3
2.2 - DESCRIPTION D'UN PRODUIT FRAGMENTE : LA GRANULOMETRIE	3
2.2.1 - DIAMETRE D'UNE PARTICULE	4
2.2.2 - DEFINITION DISCRETE DE LA GRANULOMETRIE	4
2.2.3 - DEFINITION CONTINUE DE LA GRANULOMETRIE	5
2.2.4 - FONCTIONS ASSOCIEES AUX DISTRIBUTIONS GRANULOMETRIQUES	5
2.3 - APPROCHES DU PROCESSUS DE FRAGMENTATION	5
2.3.1 - APPROCHE ENERGETIQUE : RELATIONS ENERGIE- REDUCTION DE TAILLE	6
2.3.1.1 - Forme générale de la relation	6
2.3.1.2 - Limitations de l'approche énergétique	6
2.3.2 - THEORIES CINETIQUES DU BROYAGE	7
2.3.2.1 - Assimilation du broyage à une répétition d'opérations élémentaires de fragmentation	7
2.3.2.2 - Assimilation du broyage à une suite de réactions chimiques : étude du bilan de matière	8
2.3.3 - CRITIQUE DES APPROCHES ENERGETIQUES ET CINETIQUES	12
2.3.3.1 - Avantages et inconvénients de l'approche énergétique	12
2.3.3.2 - Avantages et inconvénients des théories cinétiques	13
2.3.4 - LIAISONS ENTRE APPROCHES ENERGETIQUE ET CINETIQUE	13
2.3.4.1 - La condition de compensation	13
2.3.4.2 - Relations entre paramètres cinétiques et Work Index	14
2.3.4.3 - Relation fonction de sélection-énergie spécifique	14
2.4 - TECHNIQUES D'ESTIMATION DES PARAMETRES	14
2.4.1 - MESURE DE LA FONCTION DE BROYAGE	14
2.4.1.1 - Hypothèse de la "normalité" de la fonction de broyage	14
2.4.1.2 - Procédures expérimentales	15
2.4.1.3 - Forme analytique de la fonction de broyage	15

	<b>Page</b>
2.4.2 - MESURE DE LA FONCTION DE SELECTION	16
2.4.2.1 - Détermination de la fonction de sélection par marquage	16
2.4.2.2 - Détermination de la fonction de sélection par substitution	16
2.4.2.3 - Détermination de la fonction de sélection par différence	16
2.4.2.4 - Forme analytique de la fonction de sélection	17
2.4.3 - MESURE DES PROPRIETES D'ECOULEMENT DE LA PULPE	17
2.4.3.1 - La distribution des temps de séjour	17
2.4.3.2 - Mesure de la distribution des temps de séjour par traceur	18
2.4.4 - CALCUL DES PARAMETRES CINETIQUES A PARTIR DES DONNEES DISCONTINUES OU INDUSTRIELLES	18
2.5 - CONCLUSION DE LA SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE	19
2.6 - ETAT D'AVANCEMENT DANS LE MONDE DES TRAVAUX DE MODELISATION DU BROYAGE. PRESENTATION DES CENTRES DE RECHERCHES	20
ANNEXE 1 - INTEGRATION PAR RAPPORT AU TEMPS DE L'EQUATION FONDAMENTALE DE CONSERVATION DE LA MATIERE DANS UN BROYEUR CONTINU	21
ANNEXE 2 - GENERALISATION DE L'EQUATION DE BROYAGE AU CAS OU LES CONDITIONS VARIENT AVEC LE TRANSPORT DE MATIERE DANS LE BROYEUR	23
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (2e Partie)	24
3 - PROGRAMMATION DES MODELES	25
3.1 - QUALITES EXIGEEES A PRIORI POUR TOUT MODELE	25
3.2 - DESCRIPTION DES MODELES PROGRAMMES	26
3.2.1 - MODELES BOBA ET BOBO	26
3.2.2 - MODELE LYBA	29
3.2.3 - MODELES AUST ET AUSS	31
3.2.4 - MODELES BABA et BABO	32
3.2.5 - MODELE GUBA	34
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (3e Partie)	35

	Page
4 - CONCEPTION DE LA METHODOLOGIE DE CALIBRAGE	36
4.1 - DETERMINATION EXPERIMENTALE DES PARAMETRES MESURABLES	36
4.1.1 - MESURES DIRECTES	36
4.1.2 - RESULTATS DE MANIPULATIONS NORMALISEES	36
4.1.3 - INTERPRETATION DE RESULTATS DE MANIPULATIONS SPECIFIQUES	36
4.1.3.1 - Distribution des temps de séjour (DTS)	37
4.1.3.2 - Fonction de broyage	38
4.1.4 - REMARQUE FINALE	40
4.2 - RECHERCHE DES PARAMETRES D'AJUSTEMENT PAR OPTIMISATION	41
4.2.1 - DEFINITION DE LA FONCTION REPONSE	41
4.2.2 - RECHERCHE DES PARAMETRES QUI MINIMISENT LA FONCTION REPONSE	41
4.3 - BILAN DE LA METHODOLOGIE DE CALIBRAGE	42
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (4e Partie)	43
ANNEXE 1 - DETERMINATION DU WORK INDEX	44
5 - EVALUATION DES MODELES A L'AIDE DE DONNEES INDUSTRIELLES	54
5.1 - PREDICTION DE LA DISTRIBUTION GRANULOMETRIQUE GLOBALE A LA DECHARGE DES BROYEURS DE L'USINE PILOTE : ESSAIS METHODOLOGIQUES	54
5.1.1 - DESCRIPTION DU CIRCUIT	54
5.1.2 - MODE OPERATOIRE	55
5.1.3 - RESULTATS DES MESURES DE DTS	57
5.1.4 - MESURE DE LA MATRICE DE BROYAGE DU MINERAI DE JABAL SAYID	61
5.1.5 - CALIBRAGE DES DIFFERENTS MODELES	61
5.1.6 - EVALUATION DES MODELES	62
5.1.7 - CONCLUSIONS	68
5.2 - PREDICTION DE LA DISTRIBUTION GRANULOMETRIQUE ET DE LA DISTRIBUTION DES PHASES MINERALES : PILOTE DE BROYAGE DU MINERAI DE CHESSY (Rhône, France)	69
5.2.1 - BREVE DESCRIPTION MINERALOGIQUE DU MINERAI DE CHESSY	69
5.2.2 - DONNEES UTILISEES POUR LE CALIBRAGE	69
5.2.3 - DETERMINATION DE LA MATRICE DE BROYAGE PAR MINERAL	70
5.2.4 - EVALUATION DU MODELE BABA	70
5.2.5 - BILAN PROVISOIRE	70

	<b>Page</b>
<b>6 - BILAN DES RECHERCHES ET PERSPECTIVES D'EVOLUTION</b>	<b>76</b>
<b>6.1 - RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS OBTENUS</b>	<b>76</b>
<b>6.2 - LIMITES ET DIFFICULTES</b>	<b>77</b>
<b>6.3 - PERSPECTIVES D'ACTIVITE POUR L'ANNEE A VENIR</b>	<b>78</b>

## 1ère PARTIE :

### **ORIENTATIONS DES RECHERCHES PAR RAPPORT A L'OBJECTIF INITIAL**

Au bout d'une année de travaux, il convient d'expliquer l'évolution du sujet de la recherche, en partant de sa définition première.

#### **1.1 - RAPPEL DE L'OBJECTIF INITIAL DU PROGRAMME DE RECHERCHES**

Depuis plusieurs années, l'intérêt d'utiliser des programmes de simulation informatisés permettant de prédire les performances et les débits de matière d'une installation complexe de traitement de minerais était ressentie par la profession.

L'utilité de la simulation d'états de fonctionnement stables était démontrée par son application, dans l'industrie chimique, pour la conception et l'amélioration d'installations industrielles. Par contre, en traitement des minerais, les processus étant plus difficiles à décrire (présence des trois phases solide, liquide, gaz ; prise en compte de très nombreux paramètres...), les modèles ont été plus difficiles à concevoir, et la plupart d'entre eux n'étaient pas éprouvés.

De plus, l'industrie minéralurgique nécessite des logiciels de simulations spécifiques, car certaines grandeurs intervenant en valorisation des minerais n'existent pas dans l'industrie chimique, par exemple la granulométrie et la composition minéralogique.

De nombreux modèles ont été développés dans le monde, spécifiques à chaque opération unitaire de traitement physique des minerais. L'objectif du programme de recherches était de **sélectionner** parmi ces modèles ceux qui peuvent réellement être utilisés pour concevoir des **outils opérationnels de simulation**.

A priori, toutes les opérations unitaires de traitement physique : procédés de libération : concassage, broyage, couplés au classement par dimensions (criblage, hydrocyclonage) ; et procédés de concentration : séparations gravimétrique et magnétique, flottation ... étaient susceptibles d'être étudiés sous cet angle.

Le déroulement du programme de recherches distinguait quatre phases :

- Phase 1 :** Point détaillé sur l'état d'avancement dans le monde des travaux de modélisation en minéralurgie : recensement des modèles développés et de leur champ d'application annoncé.
- Phase 2 :** Sélection des opérations unitaires sur lesquelles porterait l'effort pour la suite des travaux.
- Phase 3 :** Programmation des modèles d'intérêt pratique et incorporation de ces modèles sélectionnés dans le logiciel de simulation du BRGM.
- Phase 4 :** Recherche de données industrielles (ou d'usine pilote) pour tester la validité des modèles et leur domaine d'application.

## 1.2 - EVOLUTION DU SUJET : RESPECT DE LA METHODOLOGIE PREVUE ET LIMITATION DE L'ETUDE DES OPERATIONS UNITAIRES A LA FRAGMENTATION

L'opération unitaire choisie pour commencer les travaux a été la fragmentation, car cette opération, commune à la quasi-totalité des procédés de minéralurgie, a fait l'objet de développements théoriques particulièrement nombreux, mais sans que se dégage clairement un modèle particulièrement opérationnel. L'abondance de la littérature et la complexité des théories physiques sur le broyage ont nécessité deux efforts importants :

d'une part une analyse bibliographique des concepts de base,

et d'autre part la programmation d'une dizaine de modèles reflétant la diversité des concepts.

C'est pourquoi il est apparu que l'ampleur du sujet empêchait de l'étendre à d'autres groupes d'opérations unitaires dans le cadre de la thèse.

Cependant, le plan du programme de développement a été respecté :

**Phase 1 :** Le point détaillé sur l'état d'avancement des recherches a été effectué.

**Phase 2 :** Les différentes théories ont été mises en application dans la programmation de neuf modèles. Cette phase a été beaucoup plus complexe qu'une simple programmation. Pour construire des algorithmes opérationnels à partir des théories préexistantes, il a été nécessaire d'en modifier le formalisme et surtout d'introduire des hypothèses complémentaires.

**Phase 3 :** Avant de confronter les modèles aux données industrielles, il s'est avéré nécessaire de développer une méthodologie de détermination de paramètres utilisés par les modèles, ou méthodologie de calibrage.

**Phase 4 :** La recherche de données industrielles ou pilotes a permis de commencer à évaluer la qualité des modèles programmés et leur intérêt pratique, ainsi que le niveau de confiance des résultats de la simulation.

Enfin, le logiciel de simulation choisi pour l'incorporation des modèles de broyage a été MODSIM, créé par le professeur KING de l'université Witwatersrand (Afrique du Sud). Ce logiciel était un outil de graphisme et de calcul très puissant. Les apports du BRGM, au niveau **modélisation**, le transforment en un véritable logiciel opérationnel de simulation.

## 2e PARTIE :

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA MODELISATION DU BROYAGE.

#### SELECTION DES CONCEPTS FONDAMENTAUX

La comminution apparaît comme l'opération unitaire pour laquelle les travaux théoriques de modélisation sont les plus anciens. En effet, les premières bases théoriques des calculs de broyage remontent au XIXe siècle.

Aujourd'hui, la formalisation mathématique du processus de fragmentation s'effectue à partir de deux approches fondamentales. Ces théories ont conduit à définir des types de paramètres dont la détermination fait également l'objet de nombreuses publications.

#### 2.1 - NOTION DE MODELISATION DU BROYAGE

Dans tout processus industriel, la modélisation doit permettre de déterminer l'influence sur le produit sortant (d'un appareil) d'une variation des caractéristiques de l'alimentation (distribution granulo-minéralogique, débit,...), des paramètres de fonctionnement (vitesse, taux de remplissage du broyeur,...), ou du choix des appareils (dimensions,...).

Un modèle de broyage est donc un algorithme qui permet de calculer la distribution granulométrique, et, éventuellement, minéralogique de la sortie du broyeur en fonction des variables décrites précédemment.

Cet algorithme est constitué de relations mathématiques établies, soit par interprétation de phénomènes physiques, soit par régression de données expérimentales.

Enfin, les modèles étudiés sont du type **statique**, les appareils étant considérés à **l'état d'équilibre**, et le temps n'étant pas pris en compte comme paramètre.

#### 2.2 - DESCRIPTION D'UN PRODUIT FRAGMENTE : LA GRANULOMETRIE

La fragmentation étant l'opération de réduction de dimensions de grains de minerai, le premier problème auquel on se trouve confronté est la définition de la dimension d'un grain.

Il existe plusieurs méthodes de mesure permettant de définir les dimensions de grains. La plus utilisée est la mesure directe d'un élément par **tamissage**. Par cette méthode, la dimension des grains peut être représentée sous forme d'une matrice colonne, et la formalisation matricielle est la plus adéquate au calcul informatique.

### 2.2.1 - DIAMETRE D'UNE PARTICULE

Une particule est généralement de forme irrégulière et n'a pas réellement une dimension unique. Sa "taille" est habituellement exprimée en termes de diamètre d'une sphère qui serait équivalente par rapport à ses propriétés.

Parmi les nombreuses définitions de la dimension de particule basée sur une sphère équivalente, on utilise dans l'optique modélisation le diamètre de tamis  $d_j$ , qui est la largeur de l'ouverture minimum de la maille carrée à travers laquelle la particule passera.

Ainsi, le tamisage permet de classer, suivant leur taille, les produits issus du broyage ; on obtient une distribution granulométrique. Cette grandeur peut être définie de deux manières distinctes : de manière discrète ou de manière continue (RAGOT, 1977).

La définition discrète correspond à la représentation matricielle de la dimension des grains. Cependant, il est nécessaire d'évoquer la définition continue qui peut être utile pour la compréhension des lois physiques du broyage, développées plus loin.

### 2.2.2 - DEFINITION DISCRETE DE LA GRANULOMETRIE

Les distributions granulométriques sont représentées par des matrices colonnes dont chaque terme  $m_j$  est la fraction massique retenue dans la tranche granulométrique  $(d_j, d_{j-1})$ . Dans certains cas,  $d_{j-1} = r d_j$ ,  $r$  étant la raison de la progression géométrique de la série de tamis utilisée

**exemple :** série TYLER (anglo-saxonne)  
 $r = \sqrt{2}$   
 base : tamis de 200 mesh : 74 microns

série AFNOR (française)  
 $r = 10 \sqrt{10}$

Certains auteurs (KING, 1983) considèrent que la dimension des particules de la tranche  $(d_j, d_{j-1})$  est la moyenne géométrique de  $d_j$  et  $d_{j-1}$   $x_j = \sqrt{d_{j-1} d_j}$

On appelle  $R_j = \sum_{j=1}^i m_j$  le refus cumulé (en %) du tamis  $i$

$P_j = \sum_{j=i+1}^n m_j$  le passant cumulé (en %) du tamis  $i$

### 2.2.3 - DEFINITION CONTINUE DE LA GRANULOMETRIE

Si l'on considère une infinité de tranches granulométriques, conformément aux remarques du paragraphe précédent, le pourcentage en poids des grains de dimension inférieure à  $x$  s'écrit :

$$P(x) = \int_{x_n}^x m(x) dx \quad \text{avec } R(x) + P(x) = 1$$

En pratique, on a cherché à évaluer la masse des grains ayant une dimension comprise entre  $x$  et  $x + \Delta x$ , conventionnellement dits de taille  $x$  :

$$m(x) = P(x + \Delta x) - P(x) \approx \frac{dP(x)}{dx} \Delta x$$

La fonction  $P(x)$  est appelée fonction de distribution ou de répartition. Il est souvent nécessaire, en modélisation, d'utiliser une expression mathématique de cette fonction. Quelques unes de ces lois sont indiquées dans le paragraphe suivant.

### 2.2.4 - FONCTIONS ASSOCIEES AUX DISTRIBUTIONS GRANULOMETRIQUES

Les lois les plus utilisées sont celles de GAUDIN-SCHUMANN

$$P(x) = \left(\frac{x}{x_0}\right)^\alpha$$

et de ROSIN-RAMMLER

$$P(x) = 1 - \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^r$$

Il est possible de définir d'autres lois dont le graphe se rapproche plus des courbes expérimentales, mais dont la complexité est plus grande (augmentation du nombre de paramètres). Le choix d'une loi se fait en fonction du compromis à respecter entre la précision désirée et la complexité du modèle.

## 2.3 - APPROCHES DU PROCESSUS DE FRAGMENTATION

Une des premières préoccupations en ce qui concerne le broyage a été le problème de la consommation énergétique. C'est pourquoi l'approche la plus ancienne concerne les lois explicitant la relation entre l'énergie et la réduction de taille des particules ; certaines de ces lois, comme celle de BOND (1952) présentent un grand intérêt pour des applications industrielles. Cependant, il est désormais reconnu qu'en général la relation énergie-réduction de taille ne traduit pas le processus de fragmentation avec une précision suffisante.

Face aux limitations de l'approche énergétique, les chercheurs se sont tournés, surtout après 1950, vers l'étude cinétique. Celle-ci considère l'ensemble des événements qui se produisent au cours du broyage effectué dans des conditions données, par une démarche analogue à celle utilisée pour établir l'équation de conservation de la matière dans un réacteur chimique. Il existe d'autres théories expliquant le processus de broyage (fissures de Griffith, thermodynamique), mais elles ne présentent pas d'intérêt pratique pour la modélisation.

### 2.3.1 - APPROCHE ENERGETIQUE : RELATIONS ENERGIE-REDUCTION DE TAILLE

#### 2.3.1.1 - Forme générale de la relation

On a constaté depuis longtemps que, dans un processus de fragmentation, une variation de taille infinitésimale est proportionnelle à l'énergie consommée par unité de poids de particules, appelée énergie spécifique. La relation entre l'énergie et la réduction de taille s'écrit de manière générale :

$$d E = -K \frac{dx}{x^n} \quad (1)$$

où E est l'énergie mise en jeu

x la dimension des particules

K et n des constantes caractéristiques du produit à broyer et de l'appareil utilisé.

L'équation (1) est, en fait, une forme générale d'une équation dont l'intégration permet de retrouver les résultats de travaux antérieurs :

. pour n = 2, on a  $E = K \left( \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$

Cette loi a été trouvée par RITTINGER en 1867, c'est la première des théories émises sur le broyage. Cette loi est encore applicable pour des produits fins.

. pour n = 1,5 on a  $E = 2K \left( \frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} \right)$

Avec  $2K = 10 W_i$  work index en kwh/sh ton (caractéristique du minerai)

$x_2 = d_{80}$  calibre du produit broyé pour lequel on a 80 % de passant

$x_1 = D_{80}$  calibre de l'alimentation pour lequel on a 80 % de passant

On retrouve la loi de BOND, très utilisée en dimensionnement des broyeurs à boulets ou à barres.

Enfin, en 1961, HUKKI a proposé une forme plus générale de la relation énergie-réduction de taille :

$$dE = -K \frac{dx}{x^f(x)}$$

Cette équation indique que les constantes de proportionnalité des lois de RITTINGER et de BOND varient aussi avec la taille des particules.

### **2.3.1.2 - Limitations de l'approche énergétique**

Les relations décrites précédemment entre l'énergie de broyage et la dimension des particules présentent un intérêt certain, mais elles ne rendent pas entièrement compte des réalités industrielles. En fait, la part de l'énergie utilisée pour produire de nouvelles surfaces au cours du broyage est très faible. Dans certains cas, la variation d'énergie spécifique n'a presque pas d'incidence sur la fracturation, ou du moins ses effets sont "masqués" par d'autres phénomènes consommateurs de puissance.

De plus, si certains de ces phénomènes sont théoriquement mesurables, comme les pertes par dissipation de chaleur (jusqu'à 85 % de l'énergie totale), dans les transmissions mécaniques (friction, bruit), d'autres sont difficilement évaluables : friction entre particules sans broyage, pertes d'énergie potentielle et cinétique, déformations élastiques et plastiques des particules et production de bruit. Et, par exemple, la plupart des pertes d'énergie dissipées sous forme de chaleur ne joue pratiquement aucun rôle dans la fracturation.

On peut donc exprimer toute opération de comminution par la relation suivante :

grosse particule + énergie -> petites particules + chaleur + son

En résumé, toutes ces théories sont criticables car elles supposent que l'énergie ne dépend que des états initial et final. Or cette énergie dépend également du temps de séjour de la charge dans le broyeur. Les théories cinétiques permettent de prendre en compte l'ensemble de ces paramètres, grâce à une étude des phénomènes physiques mis en oeuvre dans l'opération de fragmentation.

## **2.3.2 - THEORIES CINETIQUES DU BROYAGE**

### **2.3.2.1 - Assimilation du broyage à une répétition d'opérations élémentaires de la fragmentation**

Cette façon d'étudier l'évolution de la distribution granulométrique a été introduite par BROADBENT et CALLCOTT (1956). Le lot étudié est divisé en tranches granulométriques  $(x_{i-1}, x_i)$  dont les poids relatifs avant et après une opération élémentaire de broyage (appelée étage de broyage) sont respectivement  $E_i$  et  $S_i$

Ces auteurs définissent les deux fonctions suivantes :

- .  $q(x)$  la probabilité pour un grain d'être broyé lors de son passage dans un appareil de fragmentation.
- .  $F(x,y)$  la fonction de répartition pondérale des grains de taille  $x$  obtenus après fragmentation d'un grain de dimension  $y$ .

Les valeurs discrètes de ces fonctions associées à l'intervalle  $(x_{j-1}, x_j)$  sont notées  $q_j$  et  $F_{ij}$

On peut donc écrire, si on néglige le phénomène d'agglomération pour chaque tranche  $i$  :

$$S_i = \sum_{j=1}^i F_{ij} q_j E_j + (1 - q_i) E_i$$

Dans cette relation, le premier terme est la contribution des tranches granulométriques supérieures à la tranche  $i$  et le second représente les non broyés.

En notation matricielle, pour l'ensemble des tranches  $(i-1, \dots, n)$ , et pour un étage de broyage, on écrit :

$$S = (Fq + (I-q)) E = DE$$

où  $q$  est une matrice diagonale,  $F$  une matrice triangulaire inférieure et  $I$  la matrice identité.

Si on admet que le broyage peut être assimilé à  $n$  "étages de broyage" identiques en série, on a  $S = D^n E$ , où  $n$  peut être déterminé par régression.

Cependant, cette assimilation du broyage à une répétition de processus élémentaires est sujette à caution. En particulier, la notion de transport de matière à l'intérieur du broyeur n'apparaît pas clairement dans la formalisation de BROADBENT et CALLCOTT.

### 2.3.2.2 - Assimilation du broyage à une suite de réactions chimiques : Etude du bilan de matière

L'étude cinétique des bilans de matière a été introduite par BASS (1953). Pour cet auteur, l'évolution dans le temps de la distribution granulométrique est représentée par des équations analogues à celles qui régissent la cinétique des réactions chimiques de décomposition. Ces équations expriment le bilan de matière dans chaque fraction granulométrique. De nombreux auteurs ont approfondi les idées de BASS mais c'est surtout l'équation d'AUSTIN (1966), qui s'est avérée applicable pratiquement en modélisation.

Cet auteur considère que la variation de poids d'une classe granulométrique est proportionnelle à l'abondance de celle-ci. Il admet donc une approche du phénomène par une loi cinétique du **premier ordre**.

Cette approche consiste à analyser l'effet du broyage en séparant le processus de fragmentation en deux fonctions :

- une fonction de **sélection**  $S(x)$  qui définit le pourcentage de grains de dimension  $x$  qui, par unité de temps, sont broyés
- une fonction de distribution, dite fonction de **broyage**  $B(x,y)$ , qui définit la distribution granulométrique des fragments obtenus, c'est-à-dire le pourcentage de grains de dimension  $y$  qui, étant broyés, donnent des grains de taille inférieure à  $x$ , avec  $y \geq x$ .

#### Equation de broyage instantanée en discontinu

- Si  $P(x,t)$  est le pourcentage en poids cumulé des grains de taille inférieure à  $x$  à l'instant  $t$ , et si  $W$  est la charge de matière (constante) dans le broyeur, alors la charge de matière de taille  $x$  à  $x + dx$  est

$$W \left( \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right) dx = n(x,t)$$

La variation (accroissement) du poids des grains de dimension inférieure ou égale à  $x$ , en accumulant les contributions de toutes les dimensions  $y$  supérieures à  $x$ , est égale à :

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x,t) W = \int_x^{x_0} S(y) B(x,y) W \frac{\partial P(y,t)}{\partial y} dy$$

- L'intégration par rapport au temps, en respectant les conditions initiales, donne l'équation d'AUSTIN :

"La masse des grains de taille inférieure à  $x$  au temps  $t$  est égal à la masse initiale de grains de taille inférieure à  $x$  plus la masse issue du broyage de grains de dimension  $y$  supérieure à  $x$  pendant le temps  $t$ "

$$P(x,t) = P(x,0) + \int_0^t \int_x^{x_{max}} S(y) \frac{\partial P(y,t)}{\partial y} B(x,y) dy dt \quad (1)$$

- En dérivant par rapport à  $x$  et en tenant compte de  $B(x,x) = 1$  en vertu de la définition de la fonction de broyage, on obtient :

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x \partial t} = \int_x^{x_0} S(y) \frac{\partial B(x,y)}{\partial x} \frac{\partial P(y,t)}{\partial y} dy - S(x) B(x,x) \frac{\partial P(x,t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x \partial t} = -S(x) \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} - \int_x^{x_0} S(y) \frac{\partial B(x,y)}{\partial x} \frac{\partial P(y,t)}{\partial y} dy \quad (2)$$

Ceci est l'équation fondamentale, qui exprime que la variation de masse des grains appartenant à l'intervalle granulométrique  $(x, x + dx)$  pendant l'unité de temps, est égale (premier membre) :

- . d'une part, à la disparition des grains qui étaient initialement à la taille  $x$  (premier terme du second membre),
- . d'autre part, à l'apparition de grains à la dimension  $x$  provenant du broyage des fractions plus grossières (deuxième terme du second membre).

### Le broyage continu : notion de transport de matière

Les deux précédentes équations intégral-différentielles n'étant pas intégrables analytiquement, doivent être résolues de façon approchée, en posant des hypothèses simplificatrices.

Dans le domaine de la recherche, le broyage continu est généralement considéré comme un cas compliqué, qui pourrait être décrit par des équations cinétiques du broyage discontinu.

Dans cette optique, divers auteurs, dont AUSTIN (1966), ont essayé d'appliquer le bilan de matière à une tranche géométrique infinitésimale de la chambre de broyage. L'équation ainsi obtenue caractérise l'évolution de la charge traversant le broyeur.

Ces auteurs considèrent une variable supplémentaire  $l$  qui permet de se repérer par rapport à l'axe du broyeur.

Mais il faut d'abord poser l'équation en supposant que les conditions ne varient pas dans l'appareil :

Si  $S(x)$  est indépendant du temps (cinétique d'ordre un), on peut rechercher l'équation de conservation de la masse de grains inférieurs à une taille donnée  $x$  dans le broyeur. La masse de grains de dimension inférieure à  $x$  entrant dans l'appareil à l'instant  $t$  est :

$$\int_0^t P_F(x) F dt$$

avec  $F$  : débit d'entrée dans la tranche

$P_F(x)$  : fraction de l'alimentation de taille inférieure à  $x$

De même, la masse de grains de taille inférieure à  $x$  sortant de l'appareil est :

$$\int_0^t P_R(x) R dt$$

avec  $R$  : débit de sortie de la tranche

$P_R(x)$  : fraction de produit de taille inférieure à  $x$

D'autre part, si :

$W_0$  est la charge initiale dans le broyeur

$P(x,0)$  la fraction massique initiale

$W$  la charge à l'instant  $t$

Le bilan matière pour les particules de taille inférieure à  $x$  peut s'exprimer de la manière suivante :

"Masse à l'instant  $t$  des grains de taille inférieure à  $x$  situés dans le broyeur = (masse initiale) + (masse de grains de taille inférieure à  $x$  entrant dans le broyeur) - (masse de grains de taille inférieure à  $x$  sortant du broyeur) + (masse de grains de taille inférieure à  $x$  provenant du broyage des fractions plus grossières)"

$$NP(x, t) = W_o P(x, o) + \int_0^t P_F(x) F dt - \int_0^t P_R(x) R dt + \int_0^t \int_x^{x_{max}} W \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} S(y) B(x, y) dy dt \quad (3)$$

L'équation (3) revient à l'équation (1). En effet, dans le cas du broyage discontinu  $F = R = O$  et  $W = W_o$ .

Dans le cas du broyage continu en régime permanent stable avec une alimentation constante  $F = R$  et  $F, R, P_F(x), P_R(x), W$  ne dépendent pas du temps.

On obtient donc l'équation (4) :

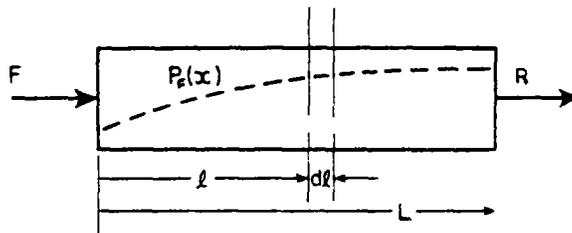
$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy \quad (4)$$

(voir Annexe 1 pour le passage de (3) à (4))

Ceci est l'équation du broyage continu.

Les bilans matières précédents ont été écrits pour "l'ensemble" du broyeur, mais si les conditions varient à l'intérieur de l'appareil, les bilans doivent être écrits pour un petit élément de volume.

Le schéma suivant représente un broyeur et la courbe pointillée le devenir de la masse des grains de taille inférieure à  $x$ .



L'objet de l'annexe 2 est de démontrer que l'on retrouve l'équation (4) pour la totalité du broyeur.

Ainsi, par analogie avec le génie chimique, on assimile le broyeur à un mélangeur parfait dont le temps de séjour moyen est :

$$\tau = \frac{W}{F}$$

Il reste à résoudre l'équation (4) :

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

En dérivant par rapport à x, avec  $B(x, x) = 1$ , on a :

$$\frac{dP_R(x)}{dx} = \frac{dP_F(x)}{dx} + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{dP(y)}{dy} S(y) \frac{dB(x, y)}{dy} dy - \frac{W}{F} S(x) \frac{dP(x)}{dx} \quad (5)$$

Cette équation est analogue à l'équation (2), pour le broyage discontinu. La relation (5) peut être mise sous forme discrète (voir § 2.2.2), en remplaçant :

$dP_R(x)$  par  $W_i$ ,  $dP_F(x)$  par  $W_i(O)$   
 $dP(y)$  par  $W_j$ ,  $S(y)$  par  $S_j$   
 $dB(x, y)$  par  $b_{ij}$

Alors :

$$W_i = \frac{1}{1 + \tau S_i} [W_i(O) + \tau \sum_{j=i-1}^1 W_j S_j b_{ij}]$$

ou, avec  $\tau = \frac{W}{F}$   $W_i = W_i(O) + \frac{W}{F} \sum_{j=i-1}^1 W_j S_j b_{ij} - \frac{W}{F} W_i S_i$

$W_1, W_2, W_3$  peuvent être calculés de proche en proche, de la manière suivante :

$$W_1 = \frac{W_1(O)}{1 + \tau S_1} \quad W_2 = [W_2(O) + \tau S_1 b_{21} W_1]$$

La relation (6) permet donc d'exprimer la distribution granulométrique de sortie ( $W_i$ , pour  $i = 1, n$ ) en fonction de :

- . la distribution d'entrée  $W_i(O)$
- . la matrice de sélection  $S_i$  (matrice diagonale)
- . la matrice de broyage  $b_{ij}$  (matrice triangulaire inférieure)
- . le temps de séjour moyen  $\tau$ .

### 2.3.3 - CRITIQUE DES APPROCHES ENERGETIQUE ET CINETIQUE

Dans l'optique de la conception de modèles applicables pratiquement à des cas industriels, chacune des deux approches présente des qualités qu'il convient de rappeler ici :

#### 2.3.3.1 - Avantages et inconvénients de l'approche énergétique

Le principal inconvénient de l'approche énergétique est que son application la plus directe est une méthode de dimensionnement et non un modèle. En particulier, l'utilisation de cette méthode en modélisation ne donne qu'un point de la distribution granulométrique de sortie. Les hypothèses qui permettent de calculer le reste de la courbe sont nécessairement restrictives.

De plus, la notion de transport de matière dans les appareils est ici complètement ignorée. Par contre, la méthode de dimensionnement de BOND (1952) permet de caractériser l'influence de certains paramètres de fonctionnement comme les dimensions du broyeur, la charge broyante, la vitesse de rotation, etc...

### 2.3.3.2 - Avantages et inconvénients des théories cinétiques

En premier lieu, les théories cinétiques permettent de traiter de manière logique et mathématique la conception et la simulation de circuits de broyage par une explication des phénomènes physiques ; alors que l'approche énergétique reste totalement empirique. Cependant, pour appliquer les équations de conservation de la matière aux problèmes de simulation et de dimensionnement, il est indispensable de connaître les relations de dépendance entre les paramètres cinétiques ( $b_{ij}$ ,  $S_i$ ) et des paramètres "techniques", comme les dimensions du broyeur, la vitesse de rotation, etc...

Malheureusement, rien n'apparaît dans la structure des modèles cinétiques qui permettrait la prédiction a priori de ces relations de dépendance. C'est pourquoi certains auteurs se sont efforcés de définir ce type de relations, principalement par l'analyse de données de laboratoire (AUSTIN et al., 1980).

### 2.3.4 - LIAISONS ENTRE APPROCHES ENERGETIQUE ET CINETIQUE

Pour relier les paramètres cinétiques et "techniques" du processus de broyage, deux principales options ont été choisies :

- la simplification des paramètres cinétiques et la liaison entre ces derniers et le Work Index de BOND (Austin, 1971)
- l'établissement d'une relation matrice de sélection-énergie spécifique (Herbst et al., 1980).

#### 2.3.4.1 - La condition de compensation

Cette forme simplifiée des fonctions de broyage et de sélection a été discutée par Gaudin et Meloy (1962), et Herbst et Fuerstenau (1968) furent les premiers à l'utiliser pour développer une méthode d'obtention de B et S.

Cette condition est que le produit  $S_j B_{ij}$  est fonction de  $i$  seulement ( $i \geq j$ ).

Physiquement, cela signifie que le taux de "production" de grains de taille inférieure à  $x_j$  issus de la classe granulométrique  $j$  **ne dépend pas** de la taille  $x_j$ . Cette condition est appelée "de compensation" car il a été constaté que les valeurs de  $S_j$  sont plus grandes pour les particules grossières ( $j$  proche de 1), mais, pour ces mêmes particules, la fraction issue des grains inférieurs à  $x_j$  est moins importante que pour les fines.

Les deux effets peuvent donc, dans certains cas, se compenser pour toutes les tailles  $x_j$ .

D'où  $B_{ij} S_j = K_i$  pour tout  $i$ .

### 2.3.4.2 - Relations entre paramètres cinétiques et Work Index

Pour des formes de la fonction de sélection :

$$S(x) = ax^\alpha$$

AUSTIN (1971) a déterminé la relation :

avec  $W_i = 0.161 m/Qa$   
 $W_i$  : indice énergétique de BOND en kWh/ton  
 $m$  : énergie consommée par unité de temps en HP/s  
 $Q$  : débit en sh ton/s  
 $a$  : coefficient de  $S(x)$

### 2.3.4.3 - Relation fonction de sélection-énergie spécifique

HERBST (1980) a constaté que les termes de la matrice  $K_i$  décrite précédemment sont approximativement proportionnels à l'énergie spécifique consommée par le broyeur, c'est-à-dire :

$$K_i = K_i^E \frac{P}{H} \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} P \text{ est la puissance nette absorbée par le broyeur} \\ H \text{ est la charge totale de matière dans le broyeur} \\ K_i^E \text{ sont des constantes de proportionnalité} \\ \text{indépendantes des paramètres opératoires.} \end{array}$$

Par contre,  $P$  dépend de ces paramètres par des relations déterminées par BOND (1960).

## 2.4 - TECHNIQUES D'ESTIMATION DES PARAMETRES

Cette partie de l'étude est largement inspirée par une synthèse très complète effectuée par l'Université Libre de Bruxelles dans le cadre d'une convention CEE (1985).

### 2.4.1 - MESURE DE LA FONCTION DE BROUYAGE

La matrice de broyage étant triangulaire inférieure, la somme d'essais expérimentaux nécessaires pour mettre en oeuvre les méthodes de mesure de cette matrice a conduit les auteurs à simplifier les procédures. Pour cela, ils se sont imposé certaines relations simples sur les coefficients  $B_{ij}$  entre eux.

#### 2.4.1.1 - Hypothèse de la "normalité" de la fonction de broyage

On admet qu'une distribution  $b_{ij}$  est connue à partir de la seule distribution  $b_{il}$  correspondant aux produits issus du broyage de la fraction la plus grossière grâce à la relation :  $b_{i,j} = b_{i-j+1,1}$ . La signification physique de cette hypothèse est que la distribution granulométrique après fragmentation d'une particule est indépendante de sa

taille initiale. Cette hypothèse restreint donc le nombre d'inconnues de la distribution  $b_{ij}$  : chaque colonne de la matrice  $B$  se déduisant de la précédente par décalage d'une ligne, il suffit de connaître la première colonne. Il faut noter qu'alors, si pour la première colonne ( $j = 1$ ), on a bien  $\sum_{i=1}^n b_{i1} = 1$ , pour les autres colonnes ( $j \neq 1$ ), cette relation n'est plus respectée. On les normalise alors, de façon à ce que  $\sum_{j=1}^n b_{ij} = 1$ .

#### 2.4.1.2 - Procédures expérimentales

La méthode la plus courante pour mesurer la matrice de broyage consiste à broyer en discontinu, dans un broyeur de laboratoire, un lot de particules appartenant à un seul intervalle granulométrique (HODOUIN, 1979). L'utilisation d'un broyeur de laboratoire permet de se libérer de l'influence du transport de matière dans les broyeurs continus.

La distribution granulométrique de la tranche broyée donne la fonction de broyage.

Le temps de broyage est ici un paramètre fondamental. En effet, il faut représenter l'effet d'un broyage "simple", c'est-à-dire l'opération de fragmentation qui se produit **avant** le premier "mélange" de matière dans le broyeur.

Il existe trois méthodes principales de détermination du temps de broyage pour cette manipulation :

- . une méthode consiste à retenir un temps approximatif (par exemple la période durant laquelle 20 ou 30 % du produit subit une réduction de taille), puis de "corriger" l'effet du temps par un calcul.
- . il est également possible de rechercher une période stable, pour laquelle la proportion de produit broyé reste constante.
- . l'ULB (1985), pour annihiler toute influence de choix d'une période et du type d'appareil sur la matrice de broyage, concassent les solides concernés sous une presse hydraulique. Pour plus de précision ces chercheurs considèrent comme variable le poids et non les dimensions des particules.

#### 2.4.1.3 - Forme analytique de la fonction de broyage

Il est intéressant, surtout dans une optique de programmation de modèles, de caractériser les fonctions cinétiques par un nombre limité de paramètres.

Pour cela, plusieurs relations ont été proposées, pour représenter une colonne de la matrice de broyage.

- . BROADBENT et CALLCOTT (1956) utilisent :  $B(x, y) = \frac{1 - e^{-x/y}}{1 - e^{-1}}$

- . AUSTIN (1984) a constaté que les valeurs de  $B_{i,j}$  peuvent être régressées par une fonction constituée de la somme de deux droites sur un diagramme bilogarithmique :

$$B_{i,j} = \phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \phi_j) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad 0 \leq \phi_j \leq 1$$

où  $\phi_j$ ,  $\gamma$  et  $\beta$  sont caractéristiques du matériau.

#### **2.4.2 - MESURE DE LA FONCTION DE SELECTION**

La détermination expérimentale de la fonction de sélection nécessite des procédures complexes. En effet, il est nécessaire dans ce cas de discrétiser doublement une fonction continue, en temps et en dimension des particules. Les principales méthodes utilisées pour déterminer expérimentalement les fonctions de sélections sont de trois types :

- . la méthode par marquage,
- . la méthode par substitution,
- . la méthode par différence.

##### **2.4.2.1 - Détermination de la fonction de sélection par marquage**

Cette méthode a été étudiée par GARDNER et AUSTIN (1962). Elle comporte le marquage d'une tranche granulométrique particulière à l'aide d'isotopes radioactifs. Pour cela, il suffit en général de bombarder le minerai par un flux de neutrons thermiques, puis, après fragmentation, de mesurer la radioactivité des tranches granulométriques inférieures.

La principale difficulté de cette méthode réside dans la complexité de manipulation de produits radioactifs.

##### **2.4.2.2 - Détermination de la fonction de sélection par substitution**

Si on admet que la fonction de sélection ne dépend pas de la nature des grains formant l'environnement, on peut remplacer toutes les fractions granulométriques  $P_{j(0)}$  du matériau à étudier par des fractions de même importance mais d'un matériau facilement discernable du premier. On se retrouve alors dans le cas précédent, la substance étudiée jouant le rôle du matériau radioactif.

L'inconvénient de cette méthode est que l'introduction d'un matériau nouveau dans la charge provoque rapidement des perturbations.

##### **2.4.2.3 - Détermination de la fonction de sélection par différence**

Pour quantifier le comportement d'une tranche granulométrique initialement présente dans le broyeur, il est possible de comparer le comportement au broyage d'un échantillon en présence et en l'absence de cette tranche. Pour cela, il faut broyer dans les mêmes conditions la population complète et un deuxième échantillon de cette même population dont on a retiré la fraction granulométrique à étudier. La méthode par soustraction est moins précise que la précédente car non seulement il faut doubler toutes les opérations et donc les erreurs expérimentales, mais de plus les calculs se font à partir de différences de mesures, c'est-à-dire de quantités faibles affectées d'erreurs possibles importantes.

En outre, on modifie fondamentalement les conditions de broyage en modifiant le poids et la composition granulométrique de la charge. Par contre, on élimine les erreurs introduites dans la méthode de substitution et dues à la différence de comportement des matériaux. La comparaison des deux dernières méthodes (HUYET, 1975) donne des résultats très semblables.

#### 2.4.2.4 - Forme analytique de la fonction de sélection

La forme la plus couramment adoptée pour la fonction de sélection est celle d'une fonction monotone de la forme :

$$S(x) = ax^{\alpha}$$

Cette formulation présente l'avantage de la simplicité mais il est logique d'admettre que si les gros grains sont difficiles à casser, les particules très fines ne sont que très rarement fragmentées dans un broyeur, c'est-à-dire qu'une fonction de sélection n'est pas réellement monotone.

### 2.4.3 - MESURE DES PROPRIETES D'ECOULEMENT DE LA PULPE

#### 2.4.3.1 - La distribution des temps de séjour

Dans les modèles utilisant la notion de "réacteur", un paramètre important est la distribution des temps de séjour (DTS) de la pulpe dans le broyeur.

La notion de DTS est introduite dans le paragraphe 2.3.2.2, sous la forme du cas particulier du broyeur assimilé à un mélangeur parfait.

Un raisonnement plus général a été établi en premier par REID (1965), puis repris par AUSTIN et al. (1971) : toutes les particules n'ont pas le même temps de séjour. La fraction de l'alimentation qui est apparue dans le produit au temps  $t$  est appelée

$$\phi(t). \text{ Soit } \dot{\phi}(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Alors la fraction de l'alimentation qui a un temps de séjour compris entre  $t$  et  $t + dt$  est  $\dot{\phi}(t) dt$ .

Si le broyage est supposé du premier ordre, et si  $B$  et  $S$  ne varient pas le long du broyeur, cette fraction de l'alimentation se comporte comme si elle était broyée dans un broyeur discontinu pendant le temps  $t$ , donnant une fraction massique produit  $W_i(t)$ .

En réunissant toutes les contributions des fractions  $\dot{\phi}(t) dt$  pour le produit total, on obtient :

$$W_i = \int_0^t W_i(t) \dot{\phi}(t) dt$$

La DTS permet de décrire la granulométrie de la décharge du broyeur comme étant le résultat de la superposition des broyages de durée  $t$  de chaque fonction  $\phi(t) dt$ , pour tous les temps de séjour.

#### **2.4.3.2 - Mesure de la distribution des temps de séjour par traceur**

Sur un broyeur industriel ou pilote en circuit ouvert, on mesure la DTS de l'eau dans la pulpe, car les mesures de la DTS du solide sont extrêmement délicates et les fines particules se comportent comme l'eau.

La technique de mesure consiste à réaliser une impulsion de traceur, soit radioactif (eau tritiée), soit chimique (LiCl soluble dans l'eau) à l'alimentation du broyeur, et à mesurer la concentration en traceur à la sortie du broyeur en fonction du temps, laquelle représente  $\phi(t)$  à un coefficient près.

La modélisation de la DTS permet d'obtenir les deux paramètres utilisés en simulation :

- . le temps de séjour moyen à un débit donné.
- . le nombre de réacteurs parfaitement agités en série auxquels on peut assimiler le broyeur.

#### **2.4.4 - CALCUL DES PARAMETRES CINETIQUES A PARTIR DE DONNEES DISCONTINUES OU INDUSTRIELLES**

Les travaux sur la détermination des matrices de broyage et de sélection font apparaître deux types de difficultés (AUSTIN, 1984) :

- . les modes opératoires sont souvent complexes, surtout dans le cas de la fonction de sélection.
- . les valeurs de B et S, déterminées par des procédés discontinus, sont-elles encore valables dans le cas des systèmes continus ?

C'est pourquoi des techniques de détermination indirecte par procédure d'optimisation informatique ont été élaborées. Ces techniques sont basées sur le principe suivant :

On dispose, pour des conditions données (distributions granulométriques d'entrée et caractéristiques techniques du broyeur à modéliser), d'une distribution granulométrique de sortie.

On recherche les valeurs de S et/ou B qui permettront à un modèle choisi de prédire au mieux cette distribution.

Ces méthodes, outre l'économie de manipulations expérimentales, présentent l'avantage d'être applicables aux processus continus à l'échelle industrielle. Le principal inconvénient de celles-ci est qu'elles "obligent" les données à correspondre aux concepts du modèle proposé, et il n'est pas toujours possible de détecter si les hypothèses émises sont valides ou non.

## 2.5 - CONCLUSION DE LA SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

Les théories cinétiques faisant intervenir des bilans de matière conduisent à des modèles logiques et cohérents. Toutefois, la résolution des équations et même souvent leur simple formulation ne sont possibles que si l'on introduit des hypothèses très restrictives (ULB, 1985).

Il est clair que la programmation de modèles de simulation implique également une simplification des équations. C'est pourquoi la méthode de BOND peut servir de base à un modèle, en raison de la simplicité de son principe. Et ce d'autant plus qu'il ne s'est pas détaché de modèle pratique "universel" issu de la théorie cinétique.

Cette étude a donc permis de décider de programmer trois "groupes" de modèles :

- . les modèles issus d'une adaptation de la méthode de BOND.
- . les modèles résultant d'une simplification des équations cinétiques fondamentales (travaux d'AUSTIN).
- . les modèles basés sur une liaison entre les théories énergétiques et cinétiques.

En ce qui concerne la détermination des fonctions cinétiques B et S, la complexité des modes opératoires et leur difficulté d'application à des processus continus ont conduit à envisager des techniques de recherches mathématiques de ces paramètres. Ainsi, il existe une relative liberté de choix entre expérimentation et calculs. Cette liberté sera utilisée lors de la conception d'une méthodologie de détermination des paramètres.

Un autre point important à souligner est que l'équation générale du broyage présentée dans la littérature ne tient pas compte des matériaux composites contenant deux ou plusieurs types de minéraux en proportion non négligeable.

Or, ceci est un aspect essentiel de la modélisation de la fragmentation car, pour le minéralurgiste, les minéraux composant un minerai ont souvent des comportements au broyage très différents les uns des autres. Cet aspect "sélectivité" du broyage sera introduit lors de la programmation des modèles.

Enfin, si la théorie du broyage a fait de grands progrès dans les vingt dernières années, très peu de logiciels directement utilisables par l'industrie, dotés d'un mode d'emploi détaillé ont été créés à ce jour.

Un bref panorama des centres de recherches qui s'occupent de modélisation dans le monde l'illustre.

## 2.6 - ETAT D'AVANCEMENT DANS LE MONDE DES TRAVAUX SUR LA MODELISATION DU BROYAGE. PRESENTATION DES CENTRES DE RECHERCHES

- en France, peu d'articles ayant pour sujet la modélisation du broyage apparaissent dans les publications. Au département Minéralurgie du BRGM, deux aspects du thème ont été étudiés au cours de travaux différents. Dans les années 1970, des recherches ont été menées dont l'objectif principal était d'étudier les méthodes expérimentales de détermination et de différenciation des fonctions de broyage et de sélection (voir § 2.4.2 et HUYET, 1975). Plus récemment, le second type de travail a été la conception d'un programme informatique directement applicable au cas particulier d'une usine de barytine (BROUSSAUD, 1985).
- en Belgique, le professeur PANOU, à l'Université de Bruxelles, a effectué ces dernières années une étude approfondie de la modélisation du broyage discontinu et de la méthode expérimentale de détermination des fonctions cinétiques. Les matériaux étudiés sont souvent des minéraux purs.

Hors d'Europe, les six principaux centres de recherches en simulation sont :

- l'équipe du professeur KING, de l'Université du Witwatersrand, en Afrique du Sud. Cette équipe, qui a créé le logiciel MODSIM, est surtout spécialisée en modélisation de la flottation.
- l'équipe de A.J. LYNCH, de l'Université de Queensland, Australie. LYNCH a développé le modèle matriciel de CALLCOTT, mais sans notion de distribution de temps de séjour.
- les chercheurs de l'Université de l'UTAH, autour du professeur HERBST, ont créé quelques logiciels pour la prédiction de la distribution granulométrique. Depuis quelques années, ils travaillent surtout sur la modélisation dynamique dans une optique automatisée. Ils n'ont toutefois pas abordé la notion de sélectivité de broyage.
- les chercheurs de l'Université LAVAL à Québec, ont développé des logiciels de calibrage, de modélisation et de simulation (équipe de V.K. GUPTA). Les logiciels sont basés sur la théorie cinétique, mais là encore l'aspect distribution des phases minérales n'est pas abordé. De même, la modélisation des broyeurs à barres est peu développée.
- Au Canada également, le centre de recherches CANMET, autour de LAGUITTON a développé un logiciel de simulation et de calibrage : SPOC (Simulated Processing of Ore and Coal). Les modèles de broyage découlent également de la théorie cinétique.
- Enfin, l'équipe dont le travail sur les broyeurs à boulets est le plus important est celle du professeur AUSTIN, de la Pennsylvania State University, en liaison avec Dow Chemical Company (R.R. KLIMPEL).

Initiateur d'une approche cinétique nouvelle, AUSTIN travaille depuis une vingtaine d'années dans ce domaine. Son livre "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling" résume cette somme de travaux. On y trouve des explications théoriques, des modes opératoires, mais pas de logiciel applicable pratiquement. Cette équipe, plus spécialisée dans le broyage des charbons et ciments que dans celui des minerais métalliques, ne s'occupe pas de la modélisation des broyeurs à barres.

ANNEXE 1

**INTEGRATION PAR RAPPORT AU TEMPS DE L'EQUATION FONDAMENTALE  
DE CONSERVATION DE LA MATIERE DANS UN BROUYEUR CONTINU**

(3) : L'objet de cette annexe est de démontrer que, sous certaines conditions, l'équation

$$W P(x, t) = W_0 P(x, 0) + \int_0^t P_F(x) F dt - \int_0^t P_R(x) R dt$$

$$+ \int_0^t \int_x^{x_{max}} W \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} S(y) B(x, y) dy dt$$

(voir nomenclature § 2.3.2.2) devient l'équation (4)

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

A l'état d'équilibre  $F = R$ . Donc (3) devient :

$$W P(x, t) = W_0 P(x, 0) + F_x \left( \int_0^t P_F(x) dt - \int_0^t P_R(x) dt \right)$$

$$+ \int_0^t \int_x^{x_{max}} W \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} S(y) B(x, y) dy dt$$

Si  $F$ ,  $R$ ,  $P_F(x)$  et  $P_R(x)$  ne dépendent pas du temps, alors :

$$\int_0^t P_F(x) dt = P_F(x) \int_0^t dt = P_F(x) t$$

$$\int_0^t P_R(x) dt = P_R(x) \int_0^t dt = P_R(x) t$$

Si  $S$ ,  $B$  et  $W$  ne dépendent pas du temps, alors :

$$\int_0^t \int_x^{x_{max}} W \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} S(y) B(x, y) dy dt =$$

$$W \int_x^{x_{max}} \left( \int_0^t \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} S(y) B(x, y) dt \right) dy =$$

$$W t \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

(3) devient :

$$W P(x, t) = W_o P(x, 0) + Ft \left( P_F(x) - P_R(x) \right) + W t \int_x^{y_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

En régime permanent stable  $W.P(x, t) = W_o.P(x, 0)$

On a donc :

$$Ft (P_R(x) - P_F(x)) = Wt \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

$$P_R(x) - P_F(x) = \frac{Wt}{Ft} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

$$P_R(x) - P_F(x) = \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

Ceci est l'équation (4)

ANNEXE 2

**GENERALISATION DE L'EQUATION DE BROyage AU CAS OU LES CONDITIONS  
VARIANT AVEC LE TRANSPORT DE MATIERE DANS LE BROyEUR**

On obtient l'équation (4) :

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

Pour une tranche infinitésimale du broyeur, la masse totale de matière dans un élément de broyeur  $dl$  est  $dW$  et l'équation (4) devient :

$$P_R(x, l) = P_F(x, l) + \frac{1}{F} \int_0^l \int_x^{x_{max}} \frac{\partial W}{\partial l} \frac{\partial P(y, l)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy dl$$

si  $L$  est la longueur totale du broyeur :

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{1}{F} \int_0^L \int_x^{x_{max}} \frac{\partial W}{\partial l} \frac{\partial P(y, l)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy dl \quad (4')$$

si le broyeur est assimilé à un mélangeur parfait, alors

$$\frac{\partial W}{\partial l} = \frac{W}{L} \text{ et } P(x, l) \text{ à l'intérieur du broyeur ne dépend pas de } l.$$

D'autre part  $\int_0^{\bar{\tau}} d\tau = \bar{\tau} = \frac{W}{F}$

$\bar{\tau}$  étant le temps de séjour moyen de la matière dans le broyeur, et  $\tau$  le temps mis par la matière pour aller de l'entrée à la longueur  $l$ .

Si l'on effectue un changement de variable  $l \rightarrow \tau$ , on a :

$$P_R(x) = P_F(x) + \int_0^{\bar{\tau}} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y, \tau)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy d\tau$$

$$P_R(x) = P_F(x) + \frac{W}{F} \int_x^{x_{max}} \frac{\partial P(y)}{\partial y} S(y) B(x, y) dy$$

On retrouve l'équation (4).

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**  
(2e partie)

- Austin, L.G. et Luckie, P.T. (1972) - Grinding Equations and the Bond Work Index. **Trans SME-AIME**, 252, 259-266.
- Austin, L.G. et al. (1966) - Solutions of Equations of Grinding. **Dechema Monographien**, 57, 281-312.
- Austin, L.G. et al. (1971) - Residence Time Distribution in Mills. **Cement and Concrete Res.**, 1, 241-256.
- Austin, L.G. et al. (1984). **The Process Engineering of Size Reduction : Ball Milling**. AIME, Denver.
- Bond, F.C. (1952) - The third theory of comminution. **Trans. AIME**, 193, 484-494.
- Bond, F.C. (1960) - Crushing and Grinding Calculations. **British Chemical Engineering**, 6, 378-391, 543-548.
- Broadbent, S.R. et Callcott, T.G. (1956) - A matrix analysis of processes involving particle assemblies. **Phil. Trans. R. Soc. Lond. Ser., A**, 249, 99-123.
- Broussaud, A. et al. (1985) - Prédiction par simulation de l'influence des modifications de flowsheets sur les performances de l'usine de flottation de barytine de Chaillac (Indre, France). In **Proc. 15th IMPC**, 3, pp. 49-61.
- Herbst, J.A. et Fuerstenau, P.W. (1980) - Scale Up procedure for continuous grinding mill using population balance models. **Intern. Journ. of Min. Proc.**, 7, 1-31.
- Hodouin, D. et al. (1979) - Etude des paramètres des modèles mathématiques utilisés pour simuler le processus de broyage. In **Industrie Minérale, Minéralurgie**, février, pp. 29-40.
- Huyet, G. (1975) - Mathematical model of wet grinding of ores. In **Proc 11th IMPC**, paper 4, pp. 89-117.
- King, R.P. (1983) - MODSIM. A modular approach to the design, balancing and simulation fo ore dressing plant flowsheets. Research Report G9 Department of Metallurgy. University of Witwatersrand, Johannesburg.
- Lynch, A.J. (1977) - **Mineral Crushing and grinding Circuits**. Elsevier, Amsterdam.
- Ragot, J. et al. (1977) - Axiomatique formalisée du processus de fragmentation. In **Industrie Minérale, Minéralurgie**, n° 1/77, pp. 66-84.
- Université Libre de Bruxelles (1985) - **Modélisation des opérations de préparation des minerais**. Convention CEE-ULB (500 pages).

### 3e PARTIE

#### PROGRAMMATION DES MODELES

##### 3.1 - QUALITES EXIGES A PRIORI POUR TOUT MODELE

La synthèse bibliographique a permis de déterminer les critères généraux concernant le type de modèle à programmer :

- . les logiciels devront s'appliquer à un processus **continu**, en **régime permanent stable**, c'est-à-dire que les caractéristiques du produit dans le broyeur sont constantes par rapport au temps.
- . Tout modèle, pour être applicable, doit faire intervenir des paramètres **mesurables**, soit directement, soit par des manipulations de laboratoire, ou **calculables** par une méthode la plus précise possible. En effet, on rencontre très souvent dans la littérature des paramètres dont la méthode d'estimation est peu réaliste.

L'ensemble des méthodes de détermination de paramètres en vue d'appliquer le modèle à un cas précis s'appelle méthodologie de **calibrage** (du terme anglo saxon "calibration")

- . Les installations en régime permanent stable sont, soit des installations pilotes, soit des unités industrielles. La méthodologie n'est pas nécessairement la même pour les deux types d'installations.

Alors que, pour une unité de production, le recueil de données abondantes est possible, le principe même des essais pilotes exclut une méthodologie demandant de longues mesures sur le broyeur fonctionnant avec le minerai à traiter pour calibrer le modèle.

En effet, la simulation en usine pilote doit générer un gain de temps dans la recherche d'une configuration optimale, en évitant le pilotage de configurations défavorables, rejetées par le calcul informatique.

Dans ce cas, le modèle doit pouvoir être calibré à partir **d'un seul jeu de données**, issu de l'échantillonnage soigné d'une heure de marche en régime équilibré.

- . Le modèle doit pouvoir rendre compte de la **sélectivité** du broyage, qui est généralement très importante pour les procédés minéralurgiques. La raison principale de cela est que l'objectif de la comminution est de préparer les minerais aux opérations de séparation de la gangue et du concentré ; donc, un modèle de broyage doit permettre de prédire, en plus de la distribution granulométrique globale à la décharge du broyeur, la distribution des phases minérales. L'hypothèse simplificatrice générale est que chaque minéral est considéré indépendamment des autres (une distribution granulométrique par minéral).
- . Enfin, pour que l'ajustement du modèle à partir de données volontairement restreintes ne soit pas artificiel, le nombre de paramètres "non déterminables expérimentalement" a été limité à deux (par minéral dans le cas du broyage sélectif). Cette restriction implique là encore des hypothèses simplificatrices dans la formulation des modèles. La précision de ces derniers dépend de la pertinence des hypothèses.

On signalera les paramètres ajustables pour chaque modèle.

### 3.2 - DESCRIPTION DES MODELES PROGRAMMES

Les modèles ont été programmés sous forme de sous programmes incorporés dans le logiciel support de simulation MODSIM. Ce logiciel est actuellement le plus apte à mettre en valeur les résultats des modèles, mais il est également possible d'incorporer les algorithmes de broyage à tout autre "package" de simulation.

Conformément à la structure de MODSIM, tous les sous programmes de calcul et d'acquisition de données concernant les opérations unitaires sont inclus dans un seul fichier :

"UNIT.FOR",

Les paramètres de chaque modèle sont mis en mémoire dans un fichier spécifique à l'unité et au type de modèle. De plus, le tableau des paramètres s'appelle PARAM (NOPAR). NOPAR est le nombre de paramètres. Certains d'entre eux peuvent être spécifiés ou modifiés en répondant à des questions posées à l'écran par le programme d'acquisition (mode "interactif"). D'autres sont directement fixés par le programme, leur modification devant nécessairement s'effectuer à l'intérieur du fichier (mode "éditeur de texte"). C'est pourquoi le nombre de paramètres nécessaires à un modèle est souvent plus grand que celui qui apparaît avec le système d'acquisition interactif.

Pour chaque modèle décrit sont indiqués :

- . les principales références bibliographiques,
- . l'origine du programme (adaptation d'un logiciel existant ou création "ex nihilo"),
- . le ou les concepts utilisés,
- . le nom des paramètres ainsi que leur mode d'acquisition,
- . les étapes du calcul.

Il faut également noter que, pour certains modèles, ont été programmées deux versions : l'une spécifique aux broyeurs à barres et l'autre aux broyeurs à boulets.

#### 3.2.1 - MODELES BOBA et BOBO

BOBA (adapté aux broyeurs à barres) et BOBO (adapté aux broyeurs à boulets) sont directement inspirés de l'approche énergétique (Bond, 1960) (voir § 2.3.1.1).

Cette approche relie d'une part la configuration géométrique d'un broyeur (diamètre, longueur, masse de la charge broyante) et l'énergie requise, et d'autre part cette énergie à la variation du  $d_{80}$  entre l'entrée et la sortie du broyeur et au Work Index du minerai. Le  $d_{80}$  est la taille de particules pour laquelle on a 80 % de passant, et le Work Index est un indice énergétique normalisé qui caractérise la broyabilité d'un minerai (cf. Annexe 1).

Une hypothèse supplémentaire a été introduite pour passer d'une approche développée pour le dimensionnement des broyeurs industriels à un modèle de simulation : la formule de BOND ne donne qu'un point de la distribution granulométrique. Une hypothèse d'égalité des pentes des distributions d'entrée et de sortie dans un diagramme ROSIN RAMMLER a donc dû être introduite.

Un premier programme de modélisation basé sur les travaux de BOND avait été inséré au logiciel de simulation BRGM, mais il a dû être grandement amélioré pour aboutir à sa forme actuelle dans MODSIM.

### *Etapes du calcul*

#### **1. Calcul de l'énergie PW, en kWh/sh ton, calculée par la formule de Bond**

**Pour BOBA :**

$$PW : (KWR) \times (TR)$$

$$MB : TR / (DD^3 \cdot (XLD) \cdot (RV))$$

$$KWR : DD^{0.4} (6.3 - 5.4 (MB)) (NS)$$

**Pour BOBO :**

$$PW : (KWB) \cdot (TB)$$

$$KWB : 2.8 (DD^{0.4} (3.2 - 3(MB)) NS (1 - 0.1 / 2^{9-10(NS)}))$$

$$MB : TB / (DD^3 \cdot (XLD) \cdot (RV))$$

RV : densité de la charge broyante "en vrac" (y compris le vide existant entre les barres ou les boulets) en g/cm<sup>3</sup>

TB : poids des boulets en tonnes métriques

TR : poids des barres en tonnes métriques

MB : taux de chargement (nombre inférieur à 1)

NS : fraction de la vitesse critique (nombre inférieur à 1)

DD : diamètre du broyeur en pieds

XLD : rapport longueur sur diamètre

KWB : énergie de broyage par tonne de boulets

KWR : énergie de broyage par tonne de barres.

## 2. Régression linéaire sur la distribution granulométrique de l'alimentation

La distribution granulométrique de l'alimentation est modélisée selon une loi de Rosin Rammler.

On obtient :

B pente de la droite de Rosin Rammler

D63 ordonnée à l'origine et  $d_{63}$  de l'alimentation.

## 3. Calcul de D80, $d_{80}$ d'entrée

- soit par interpolation s'il y a moins de 80 % passant au plus gros tamis et plus de 80 % passant au plus petit.
- sinon en fonction du D63 Rosin Rammler (cas où l'interpolation n'est pas possible).

## 4. Calcul de DD80 le $d_{80}$ de sortie

$$DD\ 80 = \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{D\ 80}} + \frac{P\ W}{10\ WI(J)} \right)^2}$$

WI(J) : Work Index du minéral J

## 5. Calcul de DD63 fonction de DD80 et B.

## 6. Calcul de la distribution granulométrique de sortie supposée de même pente B que celle d'alimentation.

$$Y(1) = \exp\left(-\left(\frac{Sc(2)}{DD\ 63}\right)^B\right)$$

$$Y(NDC) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{Sc(NDC)}{DD\ 63}\right)^B\right)$$

pour  $I \neq 1$  et  $I \neq NDC$

$$Y(I) = \exp\left(-\left(\frac{Sc(I+1)}{DD\ 63}\right)^B\right) - \exp\left(-\left(\frac{Sc(I)}{DD\ 63}\right)^B\right)$$

Sc : maille de tamis.

Tableau 1 - Paramètres de BOBA et BOBO

Nom paramètre	Nom FORTRAN	rang dans BOBO	rang dans BOBA
Diamètre	DD	PARAM (1)	PARAM (1)
Longueur / diamètre	XLD	PARAM (2)	PARAM (2)
Poids boulets	TB	PARAM (3)	-
Poids barres	TR	-	PARAM (3)
Fraction $v_c$	NS	PARAM (4)	PARAM (4)
Densité charge	RV	PARAM (5)	PARAM (5)
Facteur calibrage	CAL	PARAM (6)	PARAM (6)
Work Index	WI(J)	PARAM (6+J)	PARAM (6+J)

Ils sont tous accessibles en interactif, sauf CAL, la "vis de réglage". Ce dernier est un paramètre d'ajustement global par l'intermédiaire duquel on peut agir sur PW

$$PW = PW / CAL$$

### 3.2.2 - MODELE LYBA

Ce modèle respecte rigoureusement la formulation matricielle de LYNCH (1977) pour les broyeurs à barres (voir § 2.3.2.1). Ce modèle a été entièrement conçu et programmé au BRGM. Pour toutes les classes granulométriques sauf la dernière, on a le produit matriciel :

$$S = \prod_{l=0}^v X_l E$$

$$\text{Avec } X_l = (I - C) (Fq + I - q) (I - C (Fq + I - q))^{-1}$$

- S : matrice colonne du produit
- E : matrice colonne de l'alimentation
- v : nombre d'étages de broyage
- F : matrice de la fonction de fragmentation
- q : matrice de la fonction de probabilité de broyage
- C : matrice de classification

La matrice de classification est de la forme

$$C = \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \text{ pour le premier étage.}$$

Pour les autres, on maintient la matrice  $X_l$  constante par rapport à la classe granulométrique la plus grossière de l'étage considéré.

Ceci se traduit dans le programme par une série de tests qui évitent d'introduire une matrice de classification.

Si le nombre d'étages est non entier, on élève la matrice  $X_{INT(v)}$  à la puissance  $v - INT(U)$ , à l'aide du sous programme ELPOWER.

### Paramètres

Tous sont accessibles en interactif. Leur nombre dépend du nombre de classes granulométriques et du nombre de minéraux, qui sont les dimensions de la matrice F.

Il y a une matrice F par minéral. Les éléments de ces matrices sont donc rangés dans un tableau à 3 dimensions, noté B(J,L,I) dans le programme.

J : numéro du minéral  
L : classe granulométrique "mère"  
I : classe granulométrique "fille".

(voir § 2.3.2.1).

Les éléments de la matrice de probabilité : matrice colonne, sont rangés dans un tableau S(I). Enfin, le paramètre MC ("mill constant") permet de calculer le nombre d'étages de broyage en fonction du débit.

### Paramètres d'ajustement

- . MC la "mill constant"
- . Pour modéliser la matrice de sélection, il faut trouver un paramètre qui puisse caractériser l'ensemble des termes.

D'autre part, tous les  $S_i$  doivent être inférieurs à 1.

On choisit donc le paramètre  $\alpha$  tel que :

$$S(I) = \left( \frac{SIZE(I)}{SIZE(1)} \right)^\alpha$$

SIZE (I) taille des particules de classe I  
SIZE (1) taille des plus gros grains.

N.B. : S(1) est toujours égal à 1, ce qui est réaliste.

### Remarques

- 1 ) Pour que ce modèle soit opérationnel, il faut que S(I) et S(I-1) ne soient pas strictement égaux, du fait de la structure du sous programme ELPOWER, d'élévation de matrice à une puissance non entière.

- 2 ) Les mailles des tamis doivent impérativement être en progression géométrique. Si ce n'est pas le cas, on estime les données manquantes à partir du graphe de la distribution granulométrique concernée.
- 3 ) Pour borner MC à ajuster en fonction du nombre d'étages de broyage, on s'attache plus à respecter l'ensemble de la courbe granulométrique, qu'au nombre strict de classes entièrement broyées. (Théoriquement, un étage de broyage correspond à la disparition de la classe granulométrique la plus grossière).

### 3.2.3 - MODELES AUST et AUSS

AUST et AUSS sont une adaptation de la formulation d'Austin (1977) pour les broyeurs à boulets. Ces modèles sont en partie issus d'un modèle simplifié incorporé initialement dans le logiciel MODSIM. AUSS est la version de AUST adaptée à la sélectivité du broyage.

La relation de base est la relation (6) du paragraphe 2.3.2.2.

$$W_i = \frac{1}{1 + \tau S_i} \left[ W_i(0) + \tau \sum_{j=i-1}^1 W_j S_j b_{ij} \right]$$

(Modèle du réacteur parfaitement agité)

#### Paramètres

$b_{ij}$  est la fonction de broyage **primaire**. Le programme la calcule à partir de la fonction de broyage **cumulative**  $B_{ij}$ .

$$b_{ij} = B_{i,j} - B_{i,j-1}$$

B est fonction de 4 paramètres d'unité (1 jeu par minéral) :  $\beta, \gamma, \phi, \delta$

$$B_{ij} = \phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \phi_j) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta$$

(voir § 2.4.1.3).

$\phi$  est fonction de la taille des particules à broyer.

$$\phi_i = \phi_1 \left( \frac{x_i}{x_1} \right)^{-\delta}$$

Les termes de la matrice S se déduisent de  $S_1$  par la relation :

$$S_i = S_1 \left( \frac{d_i}{d_1} \right)^\alpha \quad \begin{array}{l} d_i \text{ taille des particules de classe } i \\ d_1 \text{ taille des plus gros grains} \end{array}$$

**Note :** Dans le logiciel actuel, il est désormais possible de prendre en compte la notion de nombre de réacteurs parfaitement agités : le broyeur est considéré comme n mélangeurs parfaits en série ; chaque réacteur a un temps de séjour  $\tau' = \tau/n$ . On fait donc n fois le même calcul en considérant que le produit issu du  $i^{\text{ème}}$  réacteur est l'alimentation du  $(i+1)$  ème réacteur.

$$\text{Enfin } \tau = \frac{V}{Q}$$

V volume utile de la pulpe

Q débit global

Tableau 2 - Paramètres de AUST et AUSS

Nom paramètre	Nom FORTRAN AUST	Nom FORTRAN AUSS	rang dans PAUST	rang dans PAUSS
Volume utile	V	V	PARAM (7)	PARAM (1)
nb mélangeurs	P	P	PARAM (8)	PARAM (2)
$\alpha$	ALPHA	ALPHA (J)	PARAM (1)	PARAM(7*(J-1)+3)
$\beta$	BETA	BETA (J)	PARAM (2)	PARAM(7*(J-1)+4)
$\gamma$	GAMMA	GAMMA (J)	PARAM (3)	PARAM(7*(J-1)+5)
$\delta$	DELTA	DELTA (J)	PARAM (4)	PARAM(7*(J-1)+6)
S1	OUT 2(1)	OUT 2 (1,J)	PARAM (5)	PARAM(7*(J-1)+7)
$\phi_1$	OUT 3(1)	OUT 3 (1,J)	PARAM (6)	PARAM(7*(J-1)+8)

Dans le tableau précédent :

- . V et P sont accessibles en interactif
- . les paramètres des fonctions B et S (6 par minéral pour AUSS) sont modifiables sous éditeur.
- . S1 et  $\alpha$  ont été choisis comme paramètres d'ajustement.

### 3.2.4 - MODELES BABA et BABO

Ces modèles sont directement inspirés d'un modèle utilisé par HERBST et BASCUR (1979) pour la simulation des broyeurs à boulets. Ils mettent en oeuvre une combinaison des deux approches (voir § 2.3.4) : d'abord l'énergie disponible est calculée comme dans BOBA (pour les broyeurs à barres) ou BOBO (pour les broyeurs à boulets), puis elle est intégrée dans une formulation issue de l'approche cinétique :

- . le transport de minerai est représenté par un nombre de mélangeurs parfaits
- . les fonctions de broyage et de sélection sont supposées satisfaire la condition de compensation :

$$B_{ij} S_j = K_i \quad (\S 2.3.4.1)$$

#### Etapas du calcul

1. Calcul de l'énergie PW (voir § 3.2.1)
2. Calcul des constantes K par classe granulométrique et par minéral :

$$KE(I,J) = KI(J) \cdot D1 \alpha(J)$$

D1 est une dimension normalisée  
KI et  $\alpha$  sont les paramètres d'ajustement.

### 3. Calcul de la courbe des refus cumulés des produits :

$$1 - P_i = [1 - F_i] \left[ 1 + \frac{KE(I)PW}{N TMSF} \right]^{-N}$$

TMSF : débit

Pi : passant cumulé produit à la classe i

Fi : passant cumulé d'alimentation à la classe i

N : nombre de réacteurs parfaitement agités

### 4. Calcul des passants classe par classe.

#### Remarques

Dans ce programme, on considère que le comportement de chaque minéral est indépendant de son environnement. Ainsi, le débit de référence pour les calculs de courbes des refus cumulés, est une fraction du débit global, pour un minéral donné.

De plus, le produit est calculé pour toutes les classes granulométriques sauf la dernière, le produit des plus fins étant calculé par différence. Ceci peut être à l'origine d'une imprécision du modèle.

Tous les paramètres sont accessibles en interactif.

**Tableau 3 - Paramètres de BABA et BABO**

Nom paramètre	Nom FORTRAN	rang dans PBABA	rang dans PBABO
Diamètre	DD	PARAM (1)	PARAM (1)
Longueur / diamètre	XLD	PARAM (2)	PARAM (2)
Poids des boulets	TB	-	PARAM (3)
Poids des barres	TR	PARAM (3)	-
Fraction $\bar{v}_c$	NS	PARAM (4)	PARAM (4)
Densité corps broyants	RV	PARAM (5)	PARAM (5)
nbre mélangeurs	P	PARAM (6)	PARAM (6)
K	KI(J)	PARAM (6+J)	PARAM (6+J)
$\alpha$	AL(J)	PARAM(6+NGC+J)	PARAM(6+NGC+J)

Les paramètres d'ajustement sont K et  $\alpha$

### 3.2.5 - MODELE GUBA

Ce modèle repose sur le phénomène de production de fines d'ordre zéro dans une opération de broyage à barres en discontinu (GUPTA, 1985). Il résulte de l'adaptation d'un algorithme destiné initialement au contrôle de procédé.

#### *Etapas du calcul*

1. Calcul de la courbe des passants cumulés des produits  $P_i = F_i = V_{ij} (\text{TMSF})^{-\delta}$   
 $V_{ij}$  est caractéristique de la dureté du minéral  $j$  et de la classe granulométrique  $i$ .
2. Calcul des passants classe par classe

*Paramètres* :  $\delta, V_{ij}$

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**  
**(3e partie)**

Austin, L.G. (1977) - The design of grinding circuits. **S. Afr. Inst. Min. Metall.**, Johannesburg.

Bond, F.C. (1960) - Crushing and Grinding calculations. **British Chemical Engineering**, 6, 378-391, 543-548.

Gupta, V.K. (1985) - Identification of red mill grinding operation for control under variable ore hardness conditions. In **Proc. 15th IMPC**, 3, pp. 41-48.

Herbst, J.A. et Bascur, O.A. (1979) - A program for the simulation of steady state grinding circuit behaviour, using a small computer. Report of Department of Metallurgy and Metallurgical Engineering, University of Utah, Salt Lake City.

King, R.P. (1983) - MODSIM - A modular approach to the design, balancing and simulation of ore-dressing plant flowsheets. Research Report G9 Department of Metallurgy. University of Witwatersrand, Johannesburg.

Lynch, A.J. (1977) - **Mineral Crushing and Grinding Circuits**. Elsevier, Amsterdam.

#### **4e PARTIE :**

### **CONCEPTION DE LA METHODOLOGIE DE CALIBRAGE**

Il est nécessaire de concevoir une méthodologie de détermination de paramètres applicable à n'importe quel cas réel pour les différents modèles. L'examen des méthodes disponibles pour déterminer ces paramètres permet d'élaborer une procédure constituée par la succession de deux phases, quels que soient les modèles :

- . une phase de mesures ; les paramètres qu'il est possible de mesurer seront appelés paramètres mesurables dans la suite de l'exposé.
- . après incorporation des paramètres mesurables dans chaque modèle, la recherche des autres paramètres (appelés paramètres d'ajustement) par une procédure informatique d'optimisation (§ 2.4.4).

Les fonctions de broyage et de sélection peuvent être mesurées ou calculées. Cependant, la mesure de la fonction de broyage est moins difficile que celle de la fonction de sélection, qui nécessite des essais expérimentaux complexes et aléatoires (§ 2.4.2). De plus, la fonction de broyage est supposée être caractéristique d'un minerai, et donc invariante quel que soit le broyeur, à la manière du Work Index de Bond.

C'est pourquoi, dans l'objectif d'une utilisation pratique des modèles, il a paru logique de déterminer expérimentalement la matrice de broyage, la matrice de sélection étant calculée par des méthodes d'optimisation.

#### **4.1 - DETERMINATION EXPERIMENTALE DES PARAMETRES MESURABLES**

##### **4.1.1 - MESURES DIRECTES**

Certains paramètres sont accessibles par mesure directe : longueur, diamètre, vitesse de rotation des broyeurs cylindriques etc... Ils sont généralement donnés par le constructeur, et peuvent être dénommés paramètres **techniques**.

##### **4.1.2 - RESULTATS DE MANIPULATIONS NORMALISEES**

D'autres grandeurs sont déterminées par des manipulations normalisées effectuées couramment dans l'industrie minière. L'exemple typique est l'indice énergétique, appelé "Work Index", ou indice de Bond.

L'annexe 1 en décrit le mode opératoire, préconisé par le constructeur Allis Chalmers, et universellement utilisé.

##### **4.1.3 - INTERPRETATION DE RESULTATS DE MANIPULATIONS SPECIFIQUES**

Certains paramètres mesurables ne peuvent être obtenus qu'en effectuant des manipulations spécifiques à une perspective de simulation.

Il s'agit principalement des paramètres du transport de matière, déterminés grâce à l'analyse de la distribution des temps de séjour par traceur chimique, et de la matrice de broyage, dont il existe plusieurs méthodes d'obtention.

#### 4.1.3.1 - Distribution des temps de séjour (DTS)

##### . Procédure expérimentale (BAUDET, 1985)

On mesure la DTS de l'eau de la pulpe, car les mesures de la DTS des solides sont extrêmement compliquées et le comportement des fines particules est semblable à celui de l'eau. L'hypothèse d'une DTS de la phase solide semblable à celle de la phase liquide est assez habituelle et a été utilisée au Canada pour la modélisation de gros broyeurs.

La mesure de la DTS dans un broyeur (industriel ou pilote) à modéliser comporte les étapes suivantes :

- mise en régime permanent du circuit ; le traceur ne doit être introduit qu'après le temps nécessaire à la mise en régime équilibré (de 30 mn à plusieurs heures selon le type d'appareil).
- injection d'un traceur soluble dans l'eau à l'entrée du broyeur sous forme d'une solution, généralement de chlorure de lithium LiCl, proche de la saturation. L'injection doit s'effectuer le plus rapidement possible (une trentaine de secondes ou moins).
- prélèvements d'échantillons de pulpe à la sortie du broyeur à intervalles réguliers (30 s à 1 mn).
- après collecte des échantillons, chaque prélèvement est traité comme suit :
  - . filtration,
  - . analyse de la concentration en lithium du filtrat.

La courbe (temps, concentration en Li), donne la distribution des temps de séjour.

##### . Exploitation des données

Il convient cependant de corriger les concentrations de traceur, du fait de la durée importante de l'injection (celle-ci doit être théoriquement instantanée, ce qui n'est pas réalisable). Cette correction implique les relations suivantes :

- . si  $t \leq T_0$  et  $F(0) = 0$ ,  $F(t) = t.C'(t)$
- . si  $t > T_0$ ,  $F(t) = T_0.C'(t) + F(t - T_0)$

où

$t$  temps

$C'(t)$  concentration du traceur mesurée au temps  $t$

$T_0$  durée de l'injection du traceur

$F(t)$  distribution cumulée des temps de séjour (intégrale de la fonction de distribution non cumulée  $E(t)$ ).

## Calculs

Les calculs sont réalisés essentiellement sur micro-ordinateur HP 9845.

- Calcul de la quantité de traceur injecté  $m_o$  à partir des concentrations  $C'(t)$  et du débit volumique de pulpe  $Q P$ , en supposant l'absence de rétention du traceur dans l'appareil.

$$m_o = \int_0^{\infty} Q P C'(t) dt$$

La comparaison de  $m_o$  quantité calculée et de  $M_o$  quantité obtenue par pesée du traceur avant injection permet de vérifier la fiabilité de l'expérimentation.

- normalisation de  $F(t)$  tel que  $F(t) = 1$  pour  $t$  élevé, correspondant à  $C'(t) \neq 0$
- ajustement des valeurs de  $F(t)$  à un modèle de  $m$  mélangeurs parfaits en série, par régression non linéaire.

Le modèle testé est :

$$F = 1 - \exp(-mt / \tau) - \left(\frac{1}{2}\right) (mt / \tau)^2 \exp(-mt / \tau) \\ \dots - (1/(m-1)!) (mt / \tau)^{m-1} \exp(-mt / \tau)$$

$m$  : nombre de mélangeurs parfaits

$\tau$  : temps de séjour moyen

$m$  et  $\tau$  sont les paramètres caractéristiques de la DTS dans les modèles de simulation. Il ne semble pas y avoir d'obstacle à l'application de la méthode précédente à tout problème industriel.

### 4.1.3.2 - Fonction de broyage

Il n'existe pas encore de mode opératoire standardisé de la détermination de la fonction de broyage. C'est pourquoi trois types de manipulations ont été retenus, et une étude comparative des résultats sera effectuée.

#### a) Méthode d'AUSTIN et GUPTA

On étudie la fonction de fragmentation d'une classe granulométrique dans un broyeur de laboratoire.

#### Appareillage et conditions opératoires

On utilise un broyeur cylindrique de laboratoire d'au moins 25 cm de diamètre, avec trois tailles de boulets : 0.5 in (1.27 cm), 0.75 in (1.91 cm) et 1 in (2.54 cm). Le nombre de boulets est le même pour chaque taille.

La fraction de la vitesse critique est la même que celle du broyeur à modéliser, de même que le pourcentage de solide dans la pulpe. On remarque que, dès la description des conditions opératoires, l'hypothèse de l'invariance de la matrice de broyage par rapport au broyeur est sujette à caution dans ce cas.

### Préparation de l'alimentation

L'alimentation est une tranche granulométrique unique dont la composition granulométrique est vérifiée par un tamisage soigné (pendant 20 minutes à la tamiseuse Rotap) d'un échantillon quarté. .

Le critère est, qu'après tamisage, l'échantillon ne comporte pas plus de 5 % de déclassé. Cette proportion de déclassé est un facteur correctif qui intervient dans le calcul de la matrice.

Le "devenir" d'une tranche granulométrique donne une colonne de la matrice de broyage. Pour obtenir la matrice complète, on peut vérifier la "normalité" de celle-ci ( $B_{i,j} = B_{i-j+1, 1}$  ; voir § 2.4.1.1) en effectuant les essais sur au moins deux tranches granulométriques.

Une certaine liberté est laissée dans le remplissage du broyeur : le minerai doit occuper de 45 à 60 % de l'espace entre les boulets.

### Exploitation des données

Le tamisage du produit broyé au temps t donne les refus cumulés à chaque classe i  $R_i(t)$ .

La fonction de broyage cumulative s'écrit :

$$B_{ij} = \frac{\log (R_i(o) / R_i(t))}{\log (R_1(o) / R_1(t))}$$

$$R_1(o) = 100 - (\% \text{ déclassé Rotap})$$

Enfin, partant de l'analyse chimique, il est possible de calculer la composition minéralogique du minerai, et d'en déduire une matrice B pour chacun des principaux minéraux constituants. La sélectivité de broyage est ainsi prise en compte, contrairement au cas d'une matrice de broyage unique caractérisant le comportement du minerai dans son ensemble. Cette méthodologie présente l'avantage de conduire à des manipulations de courte durée. Le concept d'une matrice B par minéral constitue une innovation.

### b) Méthode du "régime permanent" du BRGM

La détermination, par une manipulation discontinue, de paramètres intervenant dans la simulation d'une opération en régime permanent et continu pose le problème du temps de broyage.

La méthode de GUPTA le résoud, par un calcul correctif. Une autre démarche consiste à se placer dans les conditions du régime permanent par une manipulation cyclique effectuée dans un broyeur fonctionnant en régime discontinu.

Cette manipulation est effectuée avec un broyeur de laboratoire cylindrique sur une tranche granulométrique unique de minerai.

## Conditions opératoires

Les conditions opératoires dépendent du type de minerai.

### Déroulement de la manipulation

A chaque cycle, l'échantillon subit un broyage de très courte durée pour se rapprocher le plus possible de la situation où chaque grain ne subit qu'une seule fragmentation. Prenons l'exemple du broyage d'une tranche 2-3,15 mm. Le critère de durée est que le passant à la borne inférieure de la tranche (ex : 2 mm pour une tranche 2-3,15 mm) doit constituer environ 5 % de l'échantillon initial.

A la fin d'un cycle, le passant à 2 mm est séparé de l'échantillon initial et remplacé par une quantité égale de 2-3,15 mm. Lorsque les cycles sont équilibrés, c'est-à-dire lorsque la quantité de passant à 2 mm est à peu près constante, on rassemble ces quantités pour constituer le produit "équivalent" d'une simple fragmentation en régime permanent.

La distribution granulométrique de ce dernier constitue une colonne de la matrice de broyage.

Cette deuxième manipulation est plus longue que la précédente, à cause du nombre de cycles à effectuer. Elle est cependant beaucoup plus rigoureuse, car l'analyse granulométrique finale porte sur un produit de même composition minéralogique que l'alimentation du broyeur.

### c ) Méthode de l'ULB

Le principe est de concasser les grains d'une tranche granulométrique sous une presse hydraulique pour trouver  $F(x,y)$  en fonction de  $x/y$  (variable réduite). L'hypothèse est que si l'on considère le simple concassage de solides ayant tous le même volume  $y$ , les décompositions granulométriques des fragments résultants sont identiques.

Chaque classe granulométrique doit comporter 30 à 50 grains.

Le volume d'un grain représentatif d'une classe granulométrique est obtenu à partir du poids moyen des particules de cette classe. La durée des manipulations est très longue, mais cette méthodologie présente le grand avantage de "libérer" la fonction de fragmentation de toute influence du type de broyeur.

#### 4.1.4 - REMARQUE FINALE

Il faut noter que, pour une installation donnée, lorsque les paramètres techniques et d'écoulement de la pulpe ont été mesurés, ils sont incorporés définitivement au modèle et la phase de manipulations propre à l'installation est terminée. Ces manipulations ont un coût négligeable devant celui d'un essai pilote. Il en est de même pour la détermination de la fonction de broyage : il suffit de faire un essai pour chaque minerai. Afin d'approfondir les connaissances dans ce domaine, une étude comparative des trois modes opératoires retenus sera effectuée.

L'ambition de cette étude est de sélectionner un mode opératoire unique et standardisé de mesure de la fonction de broyage.

## 4.2 - RECHERCHE DES PARAMETRES D'AJUSTEMENT PAR OPTIMISATION

Le problème est le suivant : on dispose, pour des conditions données (distribution granulométrique d'entrée, paramètres techniques et paramètres mesurables connus), d'une distribution granulométrique expérimentale de sortie à débit fixé. On recherche les paramètres dits "d'ajustement" qui permettront à un modèle choisi de prédire au mieux cette distribution. Il faut donc définir une **fonction réponse** qui permette d'évaluer la similitude entre résultats expérimentaux et calculés. Le problème se ramène alors à rechercher les valeurs des paramètres qui minimisent la fonction réponse.

Tout algorithme d'optimisation nécessite le calcul à chaque itération de la fonction réponse pour un jeu de paramètres. La recherche des paramètres optimaux nécessite donc un grand nombre de simulations. Pour effectuer rapidement ces dernières, il faut créer un logiciel qui donne également la valeur de la réponse dans chaque cas. Ce logiciel est appelé programme de **calibrage**, il permet d'effectuer rapidement des simulations pour un appareil isolé.

### 4.2.1 - DEFINITION DE LA FONCTION REPONSE

Plusieurs types de fonctions ont été testés.

La fonction de type "moindres carrés" est la plus courante

$$R = \sum_{i=2}^n \frac{(PC(i) - PE(i))^2}{(PE(i))^2}$$

n : nombre de classes granulométriques

dans la granulométrie de sortie	PC(i) = passant cumulé à la maille i calculé PE(i) = passant cumulé à la maille i mesuré
------------------------------------	---

Il est également possible d'utiliser une fonction du type "valeur absolue", qui représente l'aire entre courbe calculée et courbe expérimentale.

$$R = \sum_{i=2}^n \frac{|PC(i) - PE(i)|}{n}$$

### 4.2.2 - RECHERCHE DES PARAMETRES QUI MINIMISENT LA FONCTION REPONSE

Le nombre de paramètres d'ajustement a été limité dans les sous programmes à deux par modèle et par minéral. Le mode opératoire le plus simple consiste en un "balayage" d'une grille constituée par les couples de valeurs de paramètres à optimiser ( $X_1$ ,  $X_2$ ). Le couple de paramètres retenu est celui correspondant à la réponse minimum. Ces couples peuvent être différents suivant le type de réponse. Un examen graphique comparatif de la courbe expérimentale et des courbes calculées pour les différents optimums permet d'effectuer le choix final.

D'autres méthodes d'optimisation (type Simplex) sont envisageables.

### 4.3 - BILAN DE LA METHODOLOGIE DE CALIBRAGE

La conception d'une méthodologie de détermination de paramètres permettant l'utilisation de modèles pour la simulation de cas réels consitue une partie importante du travail de recherche.

L'accent a déjà été mis sur le caractère "unique" de certaines mesures pour des installations données. Cependant, quelques domaines restent à examiner plus précisément :

- . une étude comparative des méthodes de détermination expérimentale des matrices de broyage doit être effectuée.
- . la recherche sur les méthodes de calcul de paramètres va être poursuivie.
- . les essais qui vont suivre permettront de déterminer si les choix qui ont été faits au niveau de la méthodologie (matrice de broyage mesurée, matrice de sélection calculée) sont valides.

Enfin, la méthodologie exposée précédemment, même sous sa forme actuelle, permet de confronter les modèles programmés aux données pilotes ou industrielles, et d'effectuer les premières évaluations de leur qualité et de leur domaine de validité.

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**  
**(4e partie)**

Baudet, G. (1985) - Etude de la concentration de la fraction grenue du phosphate de Taïba par flottation pelliculaire sur spirale. Rapport BRGM non public.

Université Libre de Bruxelles, (1985) - **Modélisation des opérations de préparation des minerais.** Convention CEE-ULB.

Austin, L.G. ; Klimpel, R.R. et Luckie, P.T. (1984) - **Process Engineering of Size Reduction : Ball Milling.** AIME, Denver.

## ANNEXE 1

### DETERMINATION DU WORK INDEX

L'intérêt de la méthode de Bond est que les indices pour un matériau donné tiennent compte des rendements des appareils utilisés pour les déterminer. Il sera possible de connaître l'énergie à mettre en oeuvre industriellement pour une opération de fragmentation sur un matériau donné.

Deux procédés empiriques sont proposés par Bond pour déterminer le Work Index.

- . On mesure l'énergie cinétique nécessaire pour réduire à 100  $\mu$  le matériau en utilisant un broyeur pendulaire.

T étant l'énergie et S le poids spécifique du minerai,  $W_i$  est déduit de la formule expérimentale :

$$W_i = 2,59 \frac{T}{S}$$

en kW/h/t.

- . On obtient le Work Index à partir de tests de broyabilité dans des broyeurs à boulets ou à barres, par lesquels on détermine les poids respectifs G ou G' en grammes du passé obtenu, par tour de broyeur, à la dimension 1 :

$$W_i = \frac{16,6}{G^{0,625}} \sqrt{\frac{1}{100}} \quad \text{pour le broyeur à barres}$$

$$W_i = \frac{16,6}{G'^{0,820}} \sqrt{\frac{1}{100}} \quad \text{pour le broyeur à boulets}$$

#### 1 - TEST DE LABORATOIRE DE BOND POUR DETERMINATION DU $W_i$

(Essai à sec en broyeur à boulets 12" x 12" suivant mode opératoire Allis-Chalmers).

##### a) Principe de la détermination

Le matériau à étudier est **concassé de façon ménagée**, de manière à ce que tout passe au tamis de 6 mesh (3,33 mm), mais on peut utiliser, en vue du test, un matériau broyé plus finement si cela est nécessaire.

On procède à l'analyse granulométrique complète par tamisage, puis à la détermination de la densité apparente par remplissage et tassement d'un récipient de 1000 cm<sup>3</sup> gradué.

Une prise d'essai d'un poids (A) correspondant à un volume de  $700 \text{ cm}^3$  est introduite dans le broyeur et broyée à sec dans des conditions correspondant à une charge circulante de 250 %.

Le broyeur est un cylindre de 12 x 12" (0,305 x 0,305 m) avec des raccords de surface arrondis et un léger blindage, excepté à l'endroit de la trappe de chargement, dont les dimensions sont 4 inches x 8 inches (10 x 20 cm).

Le broyeur doit posséder un compteur de tours. La vitesse de rotation est de 70 t/mn.

La charge broyante consiste en 285 boulets d'acier d'un poids total de 20,125 kg, ainsi répartie :

5 boulets Ø 40 mm  
 93 boulets Ø 30 mm  
 26 boulets Ø 25 mm  
 161 boulets Ø 25 mm

Les tests sont faits en utilisant n'importe quel tamis de contrôle au dessous de 28 mesh (0,590 mm) pour la classification après broyage. (soit M l'ouverture en  $\mu$  de ce tamis de contrôle).

En fait il est préférable de choisir l'ouverture du crible la plus voisine possible de la consigne de finesse de l'opération industrielle.

Après une première période de broyage de 100 tours, le broyeur est vidé, la charge est séparée sur un tamis.

Les  $700 \text{ cm}^3$  de matériau broyé sont alors tamisés sur un tamis d'ouverture correspondant à la dimension de coupure choisie.

On pèse le refus et on complète, avec du minerai brut rajouté au refus de tamisage, la charge de la seconde opération de broyage de façon à travailler à charge constante de matériau.

La seconde opération de broyage est exécutée avec un nombre de tours calculé de façon à viser une charge circulante de 250 %.

Ce nombre de tours est défini à partir des résultats du broyage précédent, de façon à produire un passé de tamisage égal à  $\frac{1}{3,5}$  de la charge totale en matériau du broyeur.

Cette quantité de passé peut être considérée comme la somme de deux termes :

- le premier correspondant aux fines existant déjà dans la charge du broyeur avant sa mise en rotation (appelons à ce poids)

- le second correspondant aux fines créées par l'opération de broyage (appelons B ce poids).

Le poids total de passant à la dimension de consigne sera :

$$P = \frac{A \times 100}{350} = \frac{A a}{350} + B$$

Un paramètre intéressant pour la conduite de l'essai est le rapport de B au nombre de tours N correspondant à l'opération.

$G = B/N$  représente le poids de fines à la dimension de consigne créées par tour du broyeur.

On accélère l'itération en faisant le raisonnement suivant. Considérons un essai de rang i. Si pour un nombre  $N_i$  de tours on a réalisé une production nette  $Q_i$  de fines nouvelles la production par tour sera :

$$G_i = Q_i/N_i$$

Si l'on se donne pour objectif de l'essai suivant (de rang  $i + 1$ ) une production de fines nouvelles B, une approximation du nombre de tours à effectuer pourra être déterminée par  $N_{i+1} = B/G_i$

On aura donc ainsi tous les éléments pour passer de l'essai i à l'essai  $i + 1$ .

Les cycles de broyage sont poursuivis jusqu'à ce que le poids de passé en grammes, produit à chaque tour de broyeur, atteigne un équilibre. Alors, le passé du dernier contrôle sur tamis et la charge circulante sont analysés.

On définit ainsi, en prenant une moyenne sur les 3 derniers tours, la production de fines par tour.

Bond a effectué de nombreux essais pour déterminer les paramètres et les coefficients expérimentaux de la loi de similitude permettant de passer de la jarre d'essai à un broyeur industriel. Ces travaux l'ont finalement conduit à proposer l'équation suivante :

$$W_i = \frac{44,5}{M^{0,23} \times G_i^{0,82} \times \left( \frac{10}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{D_{80}}} \right)}$$

Dans cette formule :

M est l'ouverture en  $\mu$  du tamis de contrôle de la classification.

$G_i$  est la production nette de fines par tour pour les 3 derniers tests.

$D_{80}$  est le calibre pour lequel on a 80 % de passant dans l'alimentation des tests.

$d_{80}$  est le calibre pour lequel on a 80 % de passant dans le passé du tamisage de contrôle du dernier test.

L'indice  $W_i$  calculé à partir de cette équation correspond à la puissance absorbée par le moteur d'un broyeur à boulets de type moyen à débordement, diamètre 8' intérieur (soit 2,40 m), travaillant en milieu humide et en circuit fermé avec 250 % de charge circulante.

#### b) Mode opératoire

1. Préparer une dizaine de kg de l'échantillon par concassage ménagé à 6 mesh (3,3 mm) (ou à un calibre inférieur)
2. Effectuer l'analyse granulométrique par tamisage et déterminer le calibre  $D_{80}$  pour lequel on a 80 % de passant.
3. Déterminer la densité apparente en g/l.
4. Calculer le poids de la prise d'essai initiale A :

$$\text{Densité apparente en } \frac{\text{g/l}}{1000} \times 700 \text{ cc.}$$

5. Calculer la production idéale de fines (PIF) pour 250 % de charge circulante  

$$\frac{\text{PIF} = \text{Prise d'essai A en grammes}}{3,5}$$
6. A l'aide d'un diviseur, partager l'échantillon de façon à obtenir 8 à 12 fractions de poids légèrement inférieur à PIF. Prélever également à l'échantillonneur la prise d'essai correspondant à la charge initiale du broyeur.
7. Placer cette charge dans le broyeur muni de ses boulets et effectuer N tours de broyage. Ce nombre de tours sera choisi en fonction du work index estimé : en général 50, 70, 100, 150 ou 200 révolutions.
8. Décharger le broyeur, séparer les boulets de la charge. Tamiser à sec le matériau broyé sur un tamis correspondant au calibre de coupure choisi. Peser le produit de broyage passant au tamis.  
On détermine alors :
9. Poids de fines après broyage  $Q_i$  : poids A de produits introduits dans le broyeur moins le poids du refus au tamis de contrôle après broyage  $R_i$ .
10. Poids de fines produites au broyage  $P_i$  : poids de fines après broyage  $Q_i$  moins le poids de fines contenu dans l'alimentation du broyage  $a_{Q_i} - 1$ .
11. Poids net des fines produites par tour  $G_i$  :

$$G_i = \frac{\text{poids de fines produites au broyage } P_i}{\text{nombre de tours de broyage } N_i}$$

12. Ajouter une fraction d'échantillon de minerai brut au refus du tamisage effectué après la première opération (et qui correspond à la charge circulante), de façon à compléter la charge au poids A, en vue du test suivant  $i + 1$ .

13. Calculer le nombre de tours pour le test suivant en utilisant la formule :

$$\text{Nombre de tours } N_{i+1} = \frac{\text{PIF - poids des fines } a_{Qi} \text{ contenues dans l'alimentation du test } i}{\text{Poids net } G_i \text{ des fines produites par tour déterminé lors du test précédent}}$$

14. Répéter les opérations 8 à 13 jusqu'à ce que la production nette  $G_i$  de fines par tour soit en équilibre.  
La charge circulante sera définie par :

$$\frac{\text{Charge avant broyage A - fines } Q_i \text{ produites pendant les 2 ou 3 dernières périodes}}{\text{fines } Q_i \text{ produites pendant les 2 ou 3 dernières périodes}}$$

15. Déterminer le calibre correspondant à 80 % de passant  $d_{80}$  dans le passant au tamis de contrôle M du dernier test.

N° Essai de Broy.	Nbre de tours	CHARGE SOUMISE AU BROYAGE			COMPOSITION APRES BROYAGE		PRODUCTION DE FINES NOUVELLES PASSANT à M		CALCUL DU NOMBRE DE TOURS DE L'ESSAI SUIVANT			
		POIDS TOTAL A= g			REFUS à M	FINES PASSANT à M	GLOBALE	PAR TOUR	BRUT T.V. à INTRODUIRE		FINES N°125 à PRODUIRE POUR OBTENIR L'EQUILIBRE	NOMBRE DE TOURS à PREVOIR
		BRUT TOUT-VENANT	REFUS REINTRO- DUIT	Poids total					FINES PASSANT	POIDS TOTAL		
i	Ni	Qi-1	aQi-1	Ri-1	Ri	Qi = A-Ni	Pi = Qi-aQi-1	Gi = Pi/Ni	Qi	aQi	Mi - 1 = PIF-aQi	Mi-1 Gi
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												

ANALYSE GRANULOMETRIQUE. REFUS%	microns .....	2000	1000	800	630	400	200	160	125	100	80	63	40	CALIBRE 80 DE PASSANT
---------------------------------	---------------	------	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	----	--------------------------

MATERIAU BRUT	D80	
PRODUIT DU DERNIER TEST (passant à M)	d80	

MOYENNE Gi DE LA PRODUCTION DES FINES NOUVELLES PASSANT A M POUR LES 3 DERNIERS TOURS :

FEUILLE D'ESSAIS POUR LA DETERMINATION DU WORK INDEX



**FEUILLE D'ESSAI POUR LA DETERMINATION DU WORK INDEX  
SUR BROYEUR A BOULETS**

**TABLEAU RECAPITULATIF**

MATIERE : (CONCASSEE à 3,15 mm)

DENSITE APPARENTE  $d =$  (tassé)

POIDS DES 700 cm<sup>3</sup> DE LA CHARGE : A = grammes.  
dont a = % de passant au tamis de maille M =  $\mu$

CHARGE CIRCULAIRE : 250 %

On veut dans la jarre :  $\frac{2,5}{3,5}$  A g de refus à M

et  $\frac{1}{3,5}$  A g. de passant à M, dont a  $Q_i - 1$  g introduits à l'alimentation i

et  $B_i = \frac{1}{3,5} A - a Q_i - 1 =$  g produits par le broyage

à l'équilibre  $Q_i = \frac{Q}{3,5} =$  g

MOYENNE DES 3 DERNIERS  $G_i$  : .... G = ..... g/tour

Essai i	Nbre de Tours Ni	Ri refus à M	Qi passant à M	Charge Ri + Qi	$aQ_{i-1}$ < M introd.	Prod.Pi = $Q_i - aQ_{i-1}$	par tour Gi Pi/Ni	Nbre de Tours à prévoir Ni + 1 = Bi+1/Gi
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								

## ANALYSE GRANULOMETRIQUE (en % de refus cumulés)

MAILLE	2000	1000	630	315	250	200	160	125	100	80	63	40
ENTREE JARRE												
SORTIE JARRE												
PRODUIT FINI												

F = .....μ, maille du tamis où l'on a 80 % de passant à l'alimentation

P = .....μ, maille du tamis où l'on a 80 % de passant au produit fini, tout passant à M.

$$\text{INDICE DE BOND : } w_i = \frac{44,5}{M^{0,23}} \times \frac{1}{G_i^{0,82}} \times \frac{1}{\frac{10}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{D_{80}}}}$$

Wi = ..... kWh/short ton

## 5e PARTIE

### EVALUATION DES MODELES A L'AIDE DE DONNEES INDUSTRIELLES

Dans un premier temps, l'évaluation des modèles programmés a été effectuée sur des jeux de données obtenus à l'usine pilote du BRGM, c'est-à-dire :

- . les résultats de quatre essais méthodologiques effectués spécialement pour le travail de recherches.
- . les résultats d'une campagne pilote sur le minerai de Chessy (Rhône).

#### 5.1 - PREDICTION DE LA DISTRIBUTION GRANULOMETRIQUE GLOBALE A LA DECHARGE DES BROYEURS DE L'USINE PILOTE : ESSAIS METHODOLOGIQUES

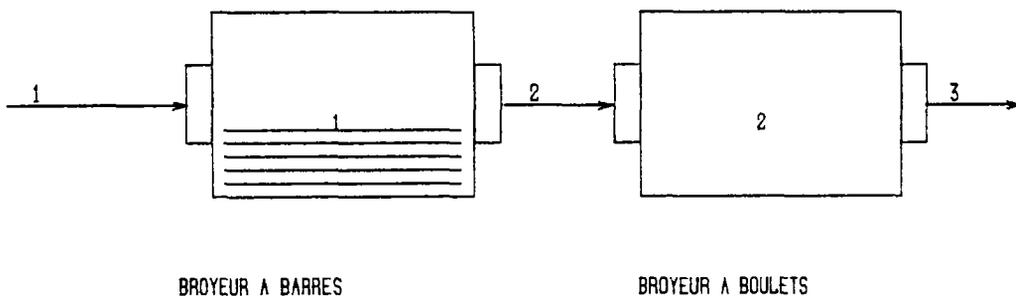
Le but des essais méthodologiques était d'évaluer les modèles programmés sur le circuit de broyage utilisé au BRGM, et de déterminer les paramètres mesurables caractéristiques de chaque appareil. Les données rassemblées ne permettent qu'une évaluation de la précision de la distribution granulométrique.

##### 5.1.1 - DESCRIPTION DU CIRCUIT

L'usine pilote du BRGM comporte un circuit de broyage fixe auquel on peut relier un grand nombre de configurations et de types d'appareils de séparation (spirales, cellules de flottation, ...) en fonction du projet étudié. Pour les essais méthodologiques, le broyeur à barres et le broyeur à boulets étaient en circuit ouvert pour faciliter l'interprétation des résultats.

Le débit dans ce circuit est régulé automatiquement par un alimentateur K-Tron. Des vérifications par prélèvement pesé et à durée chronométrée ont été effectuées régulièrement.

**Figure 1 - Circuit de broyage étudié**



**Tableau 1 - Caractéristiques techniques des broyeurs**

Type de broyeur	Nom de code	Diamètre (m)	Longueur (m)	Fraction vitesse critique (%)	Masse corps broyants (kg)
Barres	TBR	0.76	1.87	65	1067
Boulets	TBB	0.76	1.87	75	1495

**5.1.2 - MODE OPERATOIRE**

De manière à obtenir une variété de cas la plus grande possible, on a effectué les essais sur deux minerais sulfurés différents : un minerai du Moyen Orient : Jabal Sayid et un minerai français : Rouez.

Pour chaque minerai, deux marches ont été choisies pour le circuit de broyage : 250 kg/h et 400 kg/h. Sur le minerai de Jabal Sayid, la détermination de la distribution des temps de séjour du broyeur à barres par traceur chimique a été faite pour l'alimentation de 250 kg/h. Celle du broyeur à boulets a été déterminée dans les conditions d'alimentation à 400 kg/h.

Pour les deux minerais et les deux marches, des échantillons en vue d'une analyse granulométrique ont été prélevés à l'entrée du broyeur à barres (flux 1), à la sortie de ce broyeur (flux 2) et à la sortie du broyeur à boulets (flux 3).

Le tableau 2 résume les conditions opératoires et les mesures effectuées sur les différentes marches par ordre chronologique.

**Tableau 2 - Conditions opératoires des essais méthodologiques**

Minerai	Jabal Sayid	Jabal Sayid	Rouez	Rouez
Débit (kg/h)	250	400	400	250
% solide	65	65	65	65
DTS TBR	x			
DTS TBB			x	
Prélèvement pour granulométrie	x	x	x	x

Parallèlement, la matrice de broyage du minerai de Jabal Sayid était déterminée au laboratoire suivant la méthode décrite au § 4.1.3.2 b.

L'exploitation complète des essais est ici présentée pour le broyeur à barres.

### 5.1.3 - RESULTATS DES MESURES DE LA DTS

La distribution des temps de séjour a été déterminée, puis modélisée comme indiqué § 4.1.3.1.

Les résultats des déterminations du temps de séjour moyen  $\tau$  en fonction du nombre de réacteurs parfaitement agités  $m$  sont présentés dans les tableaux 3 et 4. Ces tableaux incluent les valeurs corrigées de  $F(t)$ , avec  $t_0 = 1$  mn (durée de l'injection, voir § 4.1.3.1).

Dans les tableaux PARAMETER 1 =  $m$   
PARAMETER 2 =  $\tau$

On obtient  $m = 3$

Le temps de séjour moyen permet de calculer le volume utile du broyeur, c'est-à-dire le volume occupé par la pulpe (eau + solide), variable indépendante du débit.

#### Calcul du débit $Q$ en l/mn

$$Q = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{solide}}$$

$$Q_{\text{eau}} = 250 \times 0.35 = 87,5 \text{ l/h}$$

$$Q_{\text{solide}} = \frac{(Q_{\text{total}}) \times 0.65}{\rho} = 54,7 \text{ l/h}$$

$\rho$  : masse volumique du minerai

$$Q = 87,5 + 54,7 = 142,2 \text{ l/h}$$

$$Q = \frac{142,2}{60} = 2,37 \text{ l/mn}$$

$$\text{d'où } V_{\text{utile}} : \tau \times Q = 6,42 \times 2,37 \approx 15 \text{ l}$$

(mn) (l/mn)

## DATA MANIPULATION

Mode number = ?

2

Is data stored on the program's scratch file (DATA) ?

"YES"

DTS TBR AVRIL 85

Data file name: DATA

Number of observations: 23

Number of variables: 2

Variables names:

1. F

2. T

OBS #	Variable # 1	Variable # 2
1		
2	.00100	1.00000
3	.01500	2.00000
4	.11300	3.00000
5	.25700	4.00000
6	.39700	5.00000
7	.51800	6.00000
8	.62900	7.00000
9	.71500	8.00000
10	.78600	9.00000
11	.84500	10.00000
12	.89000	11.00000
13	.92400	12.00000
14	.94800	13.00000
15	.96600	14.00000
16	.98100	15.00000
17	.98900	17.00000
18	.99300	19.00000
19	.99500	21.00000
20	.99700	23.00000
21	.99800	25.00000
22	.99900	27.00000
23	.99900	29.00000
	1.00000	31.00000

Tableau 3 - Données de la régression non linéaire (reproduction du listing)

\*\*\*\*\*

NON-LINEAR REGRESSION ON DATA SET:

DTS TBR AVRIL 85

\*\*\*\*\*

--where: Dependent variable = F  
Independent variable(s) = T

≠ of parameters in the model(<=20) ?

2

Is a plot of the non-linear regression desired

"NO"

Enter convergence coefficient (e.g. 0.005):

0.005

Enter parameter ≠ 1

?

3

Enter parameter ≠ 2

?

3

Is the above information correct?

"YES"

\*\*\*\*\*

Delta (Convergence criteria)= .005

THE INITIAL VALUES OF PARAMETERS ARE:

PARAMETER 1 = 3

PARAMETER 2 = 3

Would you like to print out every iteration on hard copy option printer

"YES"

ITERATION	ESTIMATED PARAMETER VALUES		S.S.RESIDUALS
-----------	----------------------------	--	---------------

0	3.0000000	3.0000000	1.2519436
1	2.9982479	4.2773112	.4584010
2	2.9981342	5.2706192	.1331184
3	2.9981186	5.8557916	.0413387
4	2.9981147	6.1619455	.0187065
5	2.9981134	6.3144449	.0133720
6	2.9981128	6.3882836	.0121413
7	2.9981126	6.4214156	.0118691

DONE!!!!: Press 'CONT' when ready to continue

\*\*\*\*\*

THE ESTIMATED PARAMETER VALUES AFTER 7 ITERATIONS ARE :

PARAMETER 1= 2.9981124 (2.9981124181E+00)

PARAMETER 2= 6.4381420 (6.4381419973E+00)

\*\*\*\*\*

THE INITIAL VALUE OF SUM OF SQUARED RESIDUALS = 1.25194358129  
AFTER 7 ITERATIONS THE SUM OF SQUARED RESIDUALS = 1.17967622194E-02

Tableau 4 - Régression non linéaire (reproduction du listing)

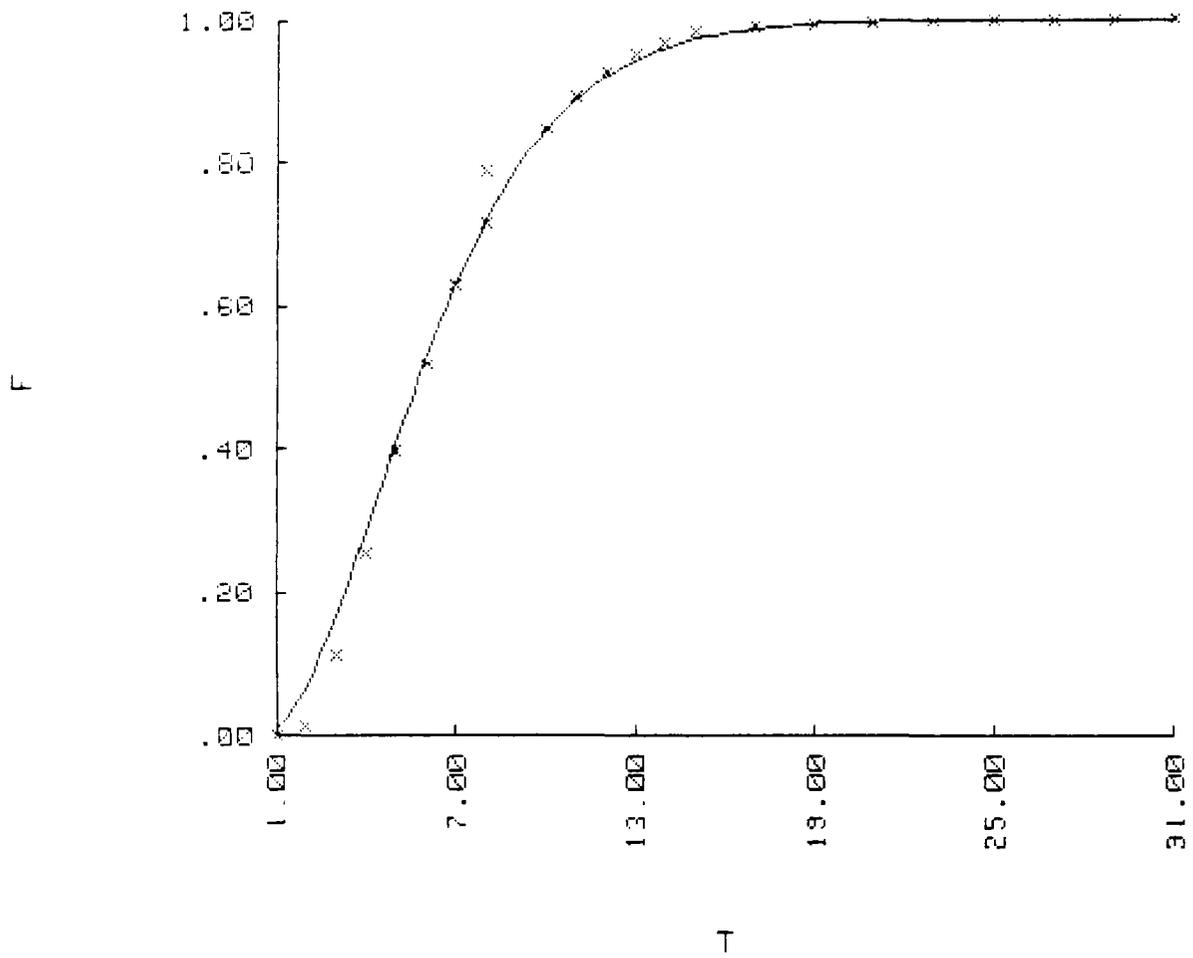


Figure 2 - Ajustement de la courbe expérimentale et de la courbe calculée avec  $m = 3$

#### **5.1.4 - MESURE DE LA MATRICE DE BROYAGE DU MINERAI DE JABAL SAYID**

La matrice de broyage du minerai de Jabal Sayid a été déterminée selon la méthode du "régime permanent" mise au point dans le cadre de cette recherche sur une tranche granulométrique 5-6,3 mm.

##### **Conditions opératoires**

. Charge de boulets :

16 boulets de diamètre 45 mm  
 28 boulets de diamètre 32 mm            usagés  
 49 boulets de diamètre 25 mm

. Charge de minerai :

2 kg de minerai à 66,67 % de solde (1 l d'eau).

##### **Résultats**

La colonne de la matrice de broyage obtenue est la suivante :

0.6051  
 0.1361  
 0.0552  
 0.0324  
 0.029  
 0.0226  
 0.0190  
 0.0190  
 0.0100  
 0.0100

La fonction de broyage du minerai de Rouez n'a pas été déterminée.

#### **5.1.5 - CALIBRAGE DES DIFFERENTS MODELES**

Après la phase de mesures de paramètres, les paramètres ajustables ont été calculés par la méthode de "balayage" (cf § 4.2.2).

On a recherché les valeurs du couple qui permettent d'obtenir une distribution granulométrique de sortie (flux 2) la plus proche de la courbe expérimentale, en fonction des données du flux 1 et des paramètres mesurés.

Tous les modèles ont pu être calibrés pour les données concernant le minerai de Jabal Sayid, alors que seuls BABA et BOBA ont pu l'être pour le minerai de Rouez, à cause de l'absence de mesure de la fonction de broyage.

### 5.1.6 - EVALUATION DES MODELES

Une fois tous les paramètres mesurés et calculés, il a été possible de commencer à tester les modèles, en retenant deux critères principaux d'évaluation : la précision et la diversité des variables d'entrée.

#### La précision

La précision est évidemment un critère décisif. Pour le quantifier, la fonction réponse du type "moindres carrés" a été utilisée. Par définition, cette fonction prendrait la valeur zéro pour une simulation parfaitement précise.

Pour les deux minerais, les essais à 250 kg/h ont servi de base au calibrage. Les figures 3 et 4 montrent la précision des ajustements réalisés pour les différents modèles. Ensuite, la simulation des essais à 400 kg/h a été effectuée avec des modèles calibrés à partir des résultats de la marche à 250 kg/h. La précision des simulations peut être appréciée par l'examen des figures 5 et 6, et du tableau 5.

La mauvaise précision de la simulation pour le modèle GUBA s'explique aisément. L'approche de GUPTA (1985) est en réalité destinée au contrôle et non à la simulation de régimes équilibrés, puisque le modèle sert à détecter des variations de dureté du minerai pendant la marche d'une installation. Ce modèle pourrait vraisemblablement être utilisé avec succès en simulation à condition de disposer de plusieurs jeux de données à des débits différents pour calibrer la sensibilité aux variations de débit. Or, l'objectif de ces essais était de tester les modèles avec un seul jeu de données ; on a donc dû faire une hypothèse forte pour calibrer le modèle dans ces conditions, ce qui l'a rendu peu performant.

Par contre, la précision du modèle LYBA est décevante. Elle peut s'expliquer par la variation importante du débit (+ 60 %).

Pour le modèle BOBA, la précision est bonne à condition d'appliquer un coefficient correcteur (CAL = 1,5) dû à la petite taille du broyeur pilote par rapport aux appareils industriels sur lesquels la méthode s'applique habituellement. Il est envisagé d'effectuer des mesures de l'énergie sur l'installation pour vérifier expérimentalement la valeur du coefficient.

Tableau 5 - Valeurs de la fonction réponse

Minerai	Débit kg/h	Modèle			
		BOBA	BABA	AUST	LYBA
Jabal Sayid	250*	0.1712	0.0096	0.0024	0.032
Jabal Sayid	400	0.204	0.134	0.120	0.380
Rouez	250*	0.0158	0.0029	pas de matrice de broyage	pas de matrice de broyage
Rouez	400	0.0754	0.0812	pas de matrice de broyage	pas de matrice de broyage

\* Données utilisées pour le calibrage.

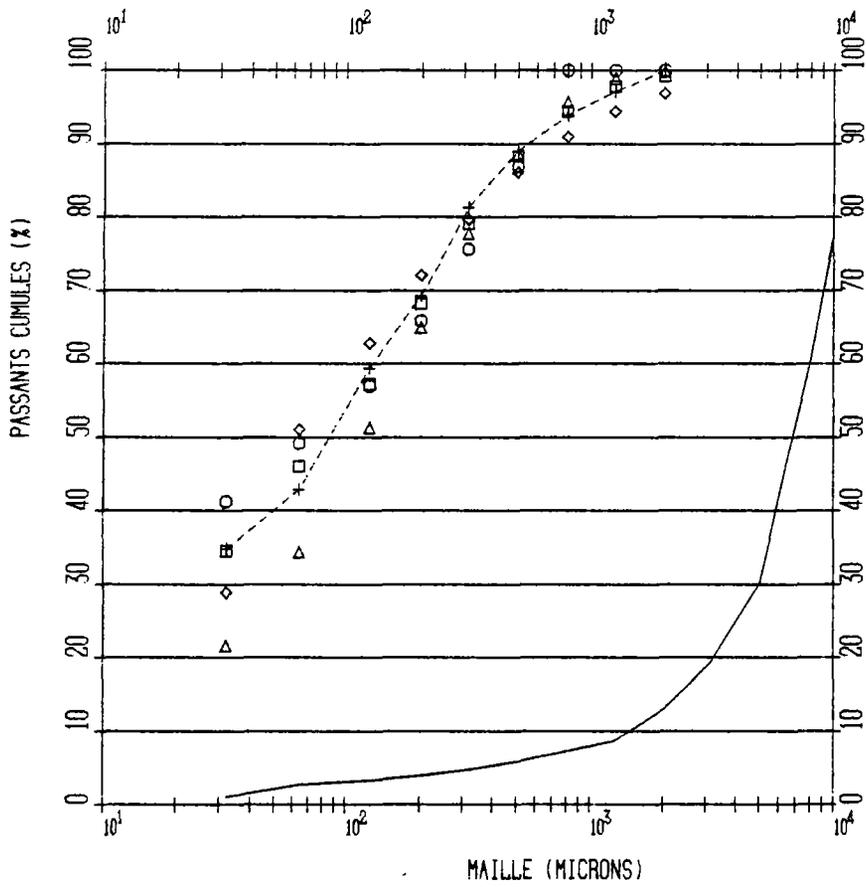


FIG 3: COURBES GRANULOMETRIQUES CALCULEES ET EXPERIMENTALE JABAL SAYID 250 KG/H

- +--- SORTIE TBR EXPERIMENTALE
- ◇ MODELE BABA
- MODELE AUST
- △ MODELE BOBA
- MODELE LYBA
- TOUT VENANT EXPERIMENTAL

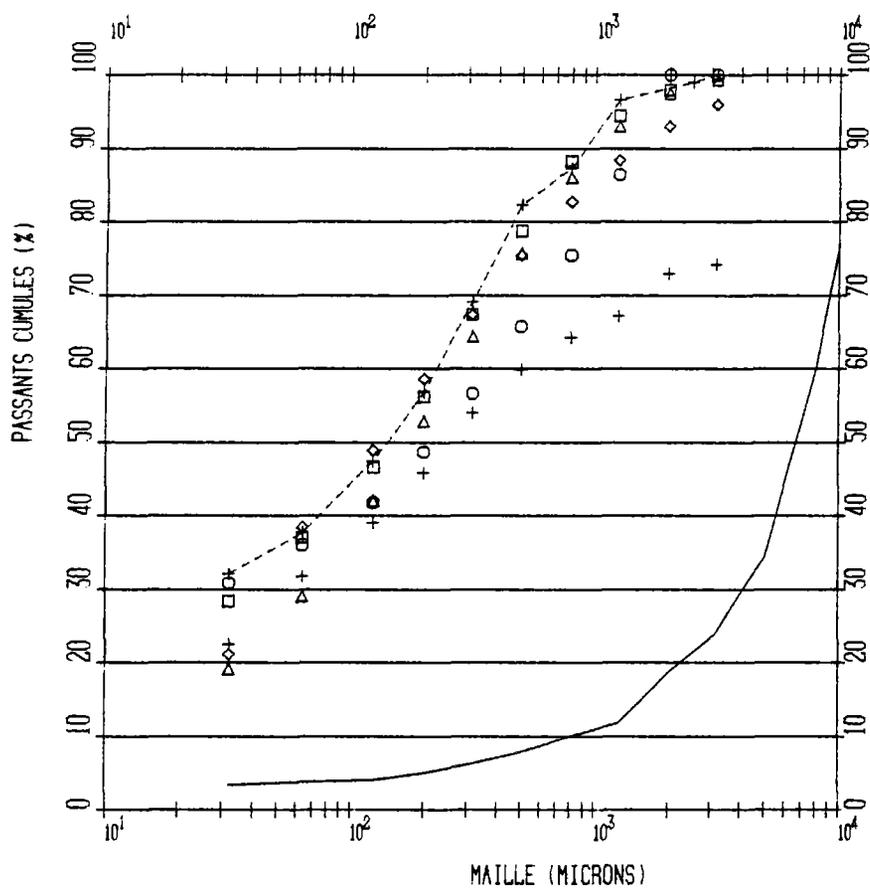


FIG 4: COURBES GRANULOMETRIQUES CALCULEES ET EXPERIMENTALE JABAL SAYID 400 KG/H

- + SORTIE TBR EXPERIMENTALE
- ◇ MODELE BABA
- MODELE AUST
- △ MODELE BOBA
- MODELE LYBA
- + MODELE GUBA
- TOUT VENANT EXPERIMENTAL

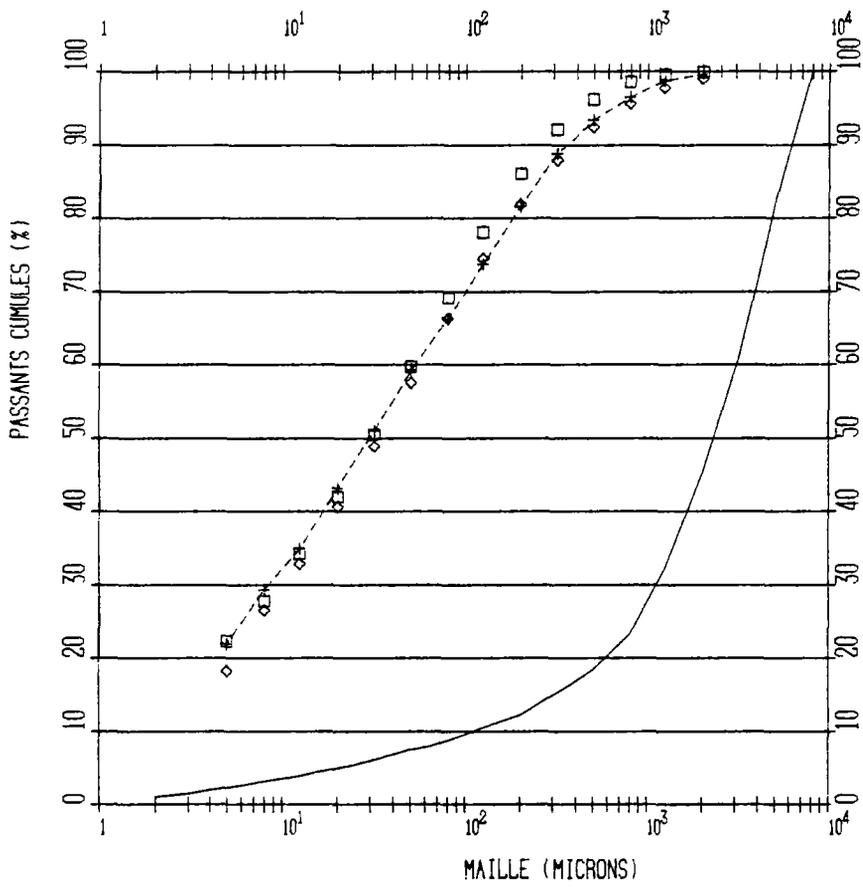


FIG 5 : COURBES GRANULOMETRIQUES CALCULEES ET EXPERIMENTALE ROUEZ 250 KG/H

- + COURBE EXPERIMENTALE
- ◇ MODELE BABA
- MODELE BOBA
- TOUT VENANT EXPERIMENTAL

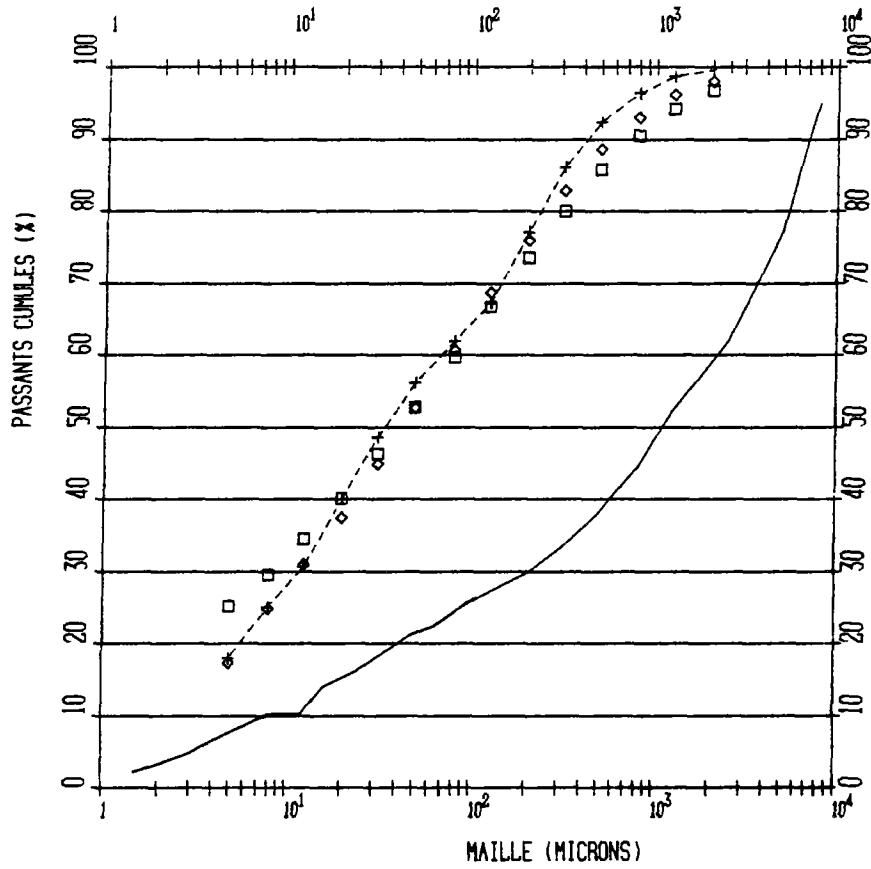


FIG 6: COURBES GRANULOMETRIQUES CALCULEES ET EXPERIMENTALE : ROUEZ 400 KG/H

- + SORTIE TBR EXPERIMENTALE
- ◇ MODELE BABA
- MODELE BOBA
- TOUT VENANT

### . Diversité des variables d'entrée de simulation

Les variables d'entrée de simulation sont celles dont il est possible de simuler l'influence sur les performances du broyeur. Le tableau 6 récapitule ces variables pour quatre modèles : les modèles BABA et BOBA, qui peuvent fournir une information quantitative sur l'influence de la masse de barres et de la vitesse de rotation sont en pratique beaucoup plus attirants que les autres, qui ne conservent leur validité que si ces deux paramètres, essentiels pour le praticien, sont figés. De plus, lorsque les dimensions du broyeur sont des variables d'entrée, l'extrapolation au broyeur industriel devient, avec une certaine expérience, possible.

Ce deuxième critère d'évaluation est donc essentiel pour l'utilisation de ces modèles en simulation par les ingénieurs minéralurgistes.

Modèle		BOBA	BABA	AUST	LYBA	GUBA
Variables d'entrée de simulation	Débit	x	x	x	x	x
	distr. granulométrique d'entrée	x	x	x	x	x
	Volume utile du broyeur	x	x	x		
	longueur et diamètre du broyeur	x	x			
	Masse de corps broyants	x	x			
	Vitesse de rotation	x	x			
Données nécessaires au calibrage	Jeux de données	facul- tatif	1	1	1	> 2
	Work Index	x				
	DTS		x	x		
	fonction de broyage		x	x		

**Tableau 6 - Variables d'entrée et données nécessaires au calibrage des modèles**

#### 5.1.7 - CONCLUSIONS

Dans l'état actuel des connaissances, BABA est adapté à une simulation du traitement d'un minerai par l'installation pilote du BRGM. Dans certains cas, BOBA sera utilisé, parce qu'il ne requiert pas obligatoirement de jeu de données provenant du pilote. La faculté de prédiction de ce modèle est susceptible de gagner en précision si une vérification du coefficient correcteur, soit par mesures énergétiques, soit par des tests sur de nouvelles données industrielles est effectué.

AUST et LYBA verront peut-être leur domaine d'application élargi lorsque la méthode de détermination de la matrice de broyage sera plus affinée.

## 5.2 - PREDICTION DE LA DISTRIBUTION GRANULOMETRIQUE ET DE LA DISTRIBUTION DES PHASES MINERALES : PILOTE DE BROYAGE DU MINERAI DE CHESSY (Rhône, France)

### 5.2.1 - BREVE DESCRIPTION MINERALOGIQUE DU MINERAI DE CHESSY

Le minerai de Chessy est le premier minerai sur lequel la prédiction de la distribution des phases minérales par modélisation a été testée.

Dans une perspective de simulation, les types de minéraux constitutants doivent être clairement déterminés à partir des études minéralogiques. Seules les principales espèces minéralogiques, présentes dans tous les faciès du minerai, sont retenues.

Les jeux de données à partir desquels on a calibré les modèles ont été établis sur un minerai de composition minéralogique suivante :

Chalcopyrite	4.53 %	de formule théorique $\text{CuFeS}_2$
Sphalérite (Blende)	22.77 %	de formule théorique $\text{ZnS}$
Pyrite	21.19 %	de formule théorique $\text{FeS}_2$
Barytine	33.98 %	de formule théorique $\text{BaSO}_4$
Gangue	17.52 %	principalement constituée de Silice

La proportion des quatre premiers minéraux a été calculée à partir des analyses chimiques en cuivre, zinc, fer, baryum.

La proportion de "gangue" a été obtenue par différence à cent.

### 5.2.2 - DONNEES UTILISEES POUR LE CALIBRAGE

Dans le cadre d'une campagne d'essais pilotes de broyage sur le minerai de Chessy, les jeux de données ont été établis avec le circuit de la figure 7.

Cependant, les mesures de débit et les distributions granulométriques n'étaient pas cohérentes entre elles. C'est pourquoi, pour pouvoir effectuer un calibrage des modèles, il a fallu utiliser un logiciel de bilan matière statistiquement cohérent sur le classificateur à vis, concernant les flux (voir fig. 7) :

- entrée classificateur

- flux 4 : sortie broyeur à barres
  - flux 8 : sortie broyeur à boulets

- sortie classificateur

- flux 6 : entrée (solides) broyeur à boulets
  - flux 9 : alimentation flottation

Une confiance plus grande a été accordée aux mesures des distributions granulométriques qu'aux mesures de débits. Les tableaux 7, 8, 9 et 10 montrent que le débit dans le broyeur à barres est évalué à 456 kg/h, et celui dans le broyeur à boulets à 723 kg/h.

### **5.2.3 - DETERMINATION DE LA MATRICE DE BROYAGE PAR MINERAL**

La méthode du "régime permanent" (BRGM) a été utilisée pour déterminer la matrice de broyage du minerai global. La fonction de broyage par minéral a été recalculée à partir de l'analyse chimique et des relations arithmétiques donnant les teneurs en minéral à partir des teneurs analysées en cuivre, zinc, fer et baryum.

Si le principe du calcul n'est pas à remettre en cause, l'étude des différentes méthodes de détermination apportera des éléments plus intéressants pour utiliser la matrice de broyage "sélective" à des fins de simulation.

### **5.2.4 - EVALUATION DU MODELE BABA POUR LA SIMULATION DU BROYAGE SELECTIF**

Pour l'heure, le modèle BABA, dont les qualités de simplicité et de précision ont été mises en évidence au § 5.1.7, a permis d'établir la première comparaison des teneurs par minéral expérimentale et calculée.

Le tableau 11 permet de comparer les teneurs expérimentale et calculée pour chaque classe granulométrique. Les résultats sont satisfaisants, sauf pour la répartition de la barytine et de la gangue pour les classes 40-80  $\mu\text{m}$  et 80-125  $\mu\text{m}$ .

Ceci est dû au fait qu'aucun modèle ne peut rendre compte de la disparition brutale d'un minéral dans une classe granulométrique, ce qui est le cas de la gangue pour ces deux classes. L'exactitude des mesures expérimentales est d'ailleurs à mettre en doute dans ce cas.

### **5.2.5 - BILAN PROVISOIRE**

Le modèle BABA présente des qualités de simplicité et de précision qui permettent de l'inclure dans un logiciel de simulation de circuits de l'usine pilote. Les données fournies par des essais futurs permettront de savoir si ce modèle permet de prédire avec exactitude l'influence de variations des paramètres techniques du broyeur. L'analyse des données de Chessy a également mis en évidence une difficulté qui risque de se retrouver dans toute les études de calibrage et de simulation : celle d'obtenir des données de qualité. En effet, les procédés minéralurgiques mettent en jeu des opérations où sont présentes simultanément des phases solides, liquides et gazeuses, dans des conditions où les appareils de mesure peuvent difficilement garder une fiabilité constante. Les mesures sont donc souvent entachées d'erreurs, et la simulation est tributaire de données dont la description doit être rigoureusement formalisée.

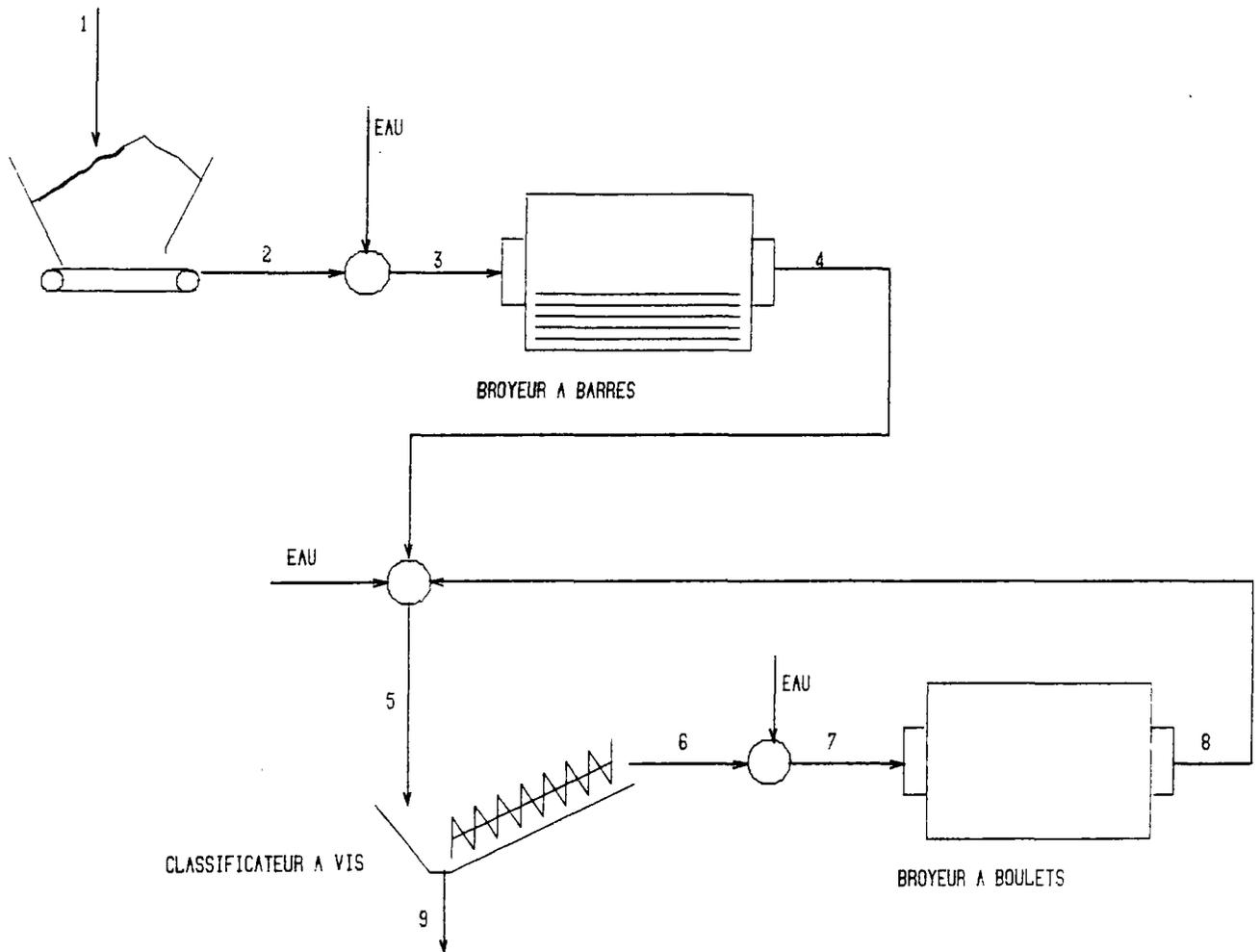


Figure 7 - Préparation mécanique du minerai de CHESSY - Usine pilote du BRGM

FLUX			GLOBAL POIDS	DEBIT RECUPER. (%)								
N° NOM	DE VERS			> 800	500	315	200	125	80	40	0	
1 Sortie TBR	0	1	.456E+03	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2 Sortie TBB	0	1	.724E+03	158.9	0.0	13.7	25.2	92.2	212.0	377.7	211.8	145.8
3 Alim. Fl.	1	0	.460E+03	100.8	0.0	0.0	0.0	8.2	34.0	109.9	184.1	209.9
4 Entrée TBB	1	0	.721E+03	158.1	100.0	113.7	125.2	183.9	278.0	367.7	127.8	35.9

**Tableau 7 - Débits et récupérations calculés - Bilco classif vis Chessy  
(reproduction du listing) :**

FLUX		MESUREE 1	VALEUR MESUREE 2	VALEUR MESUREE 3	VALEUR MESUREE 4	VALEUR MOYENNE
N° NOM	DE VERS					
1 Sortie TBR	O 1	460.000				460.000 1.0 %
2 Sortie TBB	0 1	490.000				490.000 60.0 %
3 Alim. Flot.	1 0	460.000				460.000 1.0 %
4 Entrée TBB	1 0	490.000				490.000 60.0 %

**Tableau 8 - Débits mesurés - Bilco classif vis Chessy  
(reproduction du listing)**

FLUX			TENEUR							
N°	NOM	DE VERS	> 800	500	315	200	125	80	40	0
1		0 1	.314E+01	.542E+01	.119E+02	.123E+02	.149E+02	.116E+02	.137E+02	.270E+02
2		0 1	*****	.468E+00	.190E+01	.711E+01	.199E+02	.275E+02	.183E+02	.248E+02
3		1 0	.542E-15	.410E-15	.467E-16	.100E+01	.504E+01	.126E+02	.250E+02	.563E+02
4		1 0	.199E+01	.390E+01	.946E+01	.143E+02	.262E+02	.269E+02	.111E+02	.614E+01

**Tableau 9 - Teneurs : valeur calculée - Bilco classif vis chessy  
(reproduction du listing)**

FLUX			TENEUR							
N°	NOM	DE VERS	> 800	500	315	200	125	80	40	0
1		0 1	.400E+01 10.0 %	.780E+01 10.0 %	.118E+02 5.0 %	.120E+02 5.0 %	.145E+02 5.0 %	.112E+02 5.0 %	.135E+02 5.0 %	.252E+02 5.0 %
2		0 1	.000E+00 0.0 %	.800E+00 20.0 %	.220E+01 20.0 %	.780E+01 15.0 %	.201E+02 5.0 %	.261E+02 5.0 %	.194E+02 5.0 %	.236E+02 5.0 %
3		1 0	.000E+00 0.0 %	.000E+00 0.0 %	.000E+00 0.0 %	.100E+01 10.0 %	.500E+01 10.0 %	.130E+02 10.0 %	.225E+02 10.0 %	.585E+02 5.0 %
4		1 0	.600E+00 60.0 %	.100E+01 60.0 %	.500E+01 60.0 %	.190E+02 60.0 %	.269E+02 5.0 %	.300E+02 5.0 %	.109E+02 5.0 %	.630E+01 5.0 %

**Tableau 10 - Teneurs : valeurs mesurées (et erreur relative estimée) - Bilco classif vis Chessy  
(reproduction du listing)**

DISTR. GRANU.	TENEUR EXP.	TENEUR CALC.								
MICRON	CHALCO	CHALCO	SPHAL	SPHAL	PYRITE	PYRITE	BARITE	BARITE	GANG	GANG
<										
3150	0.00	7.67	0.00	29.9	0.00	19.5	0.00	15.8	0.00	27.1
2000	0.00	6.27	0.00	29.6	0.00	22.1	0.00	16.9	0.00	25.1
1250	4.88	5.15	26.1	28.7	21.3	25.0	19.4	18.1	28.4	23.0
800	4.88	4.50	26.1	27.4	21.3	28.2	19.4	19.0	28.4	20.9
500	5.72	4.12	27.9	26.1	32.6	30.7	13.8	19.9	20.1	19.2
315	4.74	3.88	27.7	25.3	32.6	30.0	13.6	22.6	21.4	18.3
200	4.05	3.83	24.0	24.5	27.8	26.5	27.0	26.7	17.0	18.5
125	3.44	3.72	28.2	24.5	25.9	24.8	42.5	31.5	0.00	15.4
80	3.55	3.89	25.7	22.7	21.8	20.3	49.0	38.3	0.00	14.7
40	5.58	4.23	17.9	19.5	14.6	15.3	47.8	45.3	14.2	14.1
TOTAL	4.68	4.53	24.1	22.8	23.8	21.2	33.6	33.9	13.8	17.5

Tableau 11 - Chessy - Teneur par minéral expérimentale et calculée (Modèle BABA)

## 6e PARTIE

### BILAN DES RECHERCHES ET PERSPECTIVES D'EVOLUTION

#### 6.1 - RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS OBTENUS

Les quatre grandes phases de la recherche ont été : la classification des concepts à partir d'une synthèse bibliographique, l'application de ces concepts à la programmation de modèles, la mise en oeuvre de ces programmes grâce au développement d'une méthodologie de calibrage des modèles, enfin l'évaluation des modèles par rapport à des résultats industriels et pilotes.

##### . Synthèse bibliographique aboutissant à une sélection de concepts

Les deux types de théories du processus de broyage ont été étudiés : l'approche énergétique, qui est à l'origine de la méthode de dimensionnement de Bond, et l'approche cinétique, développée en particulier par Austin. Plusieurs théories différentes ayant pour base l'approche cinétique ont été étudiées (travaux de Lynch, Herbst et Bascur).

##### . Programmation des modèles correspondant à chacun des concepts

Les modèles ont été programmés en suivant les objectifs fixés dès le début des recherches, c'est-à-dire l'adaptation et le tri de concepts existants pour en dégager des outils opérationnels. La diversité des concepts publiés a d'ailleurs nécessité la programmation de cinq types de modèles représentant chacun une variante dans l'explication théorique de la comminution.

Outre le respect des théories publiées, les modèles ont été programmés en suivant deux orientations préférentielles :

- chaque type de modèle possède une version adaptée aux **broyeurs à barres**, car il existait peu de travaux publiés à ce sujet, et il importait de combler cette lacune.
- les modèles programmés sont également conçus pour décrire le comportement spécifique de chaque minéral au broyage.

Cette notion de **sélectivité** est importante pour les conséquences qu'elle implique sur les opérations de séparation (flottation, etc...) à l'aval du procédé de broyage.

##### . Développement d'une méthodologie de calibrage des modèles

Pour pouvoir traiter des données réelles avec les logiciels de modélisation de broyage, il a fallu déterminer des paramètres par des méthodes différentes des analyses habituelles (granulométrie, chimie, dureté).

Cet ensemble de méthodes est appelé **méthodologie de calibrage**. Il comprend des essais expérimentaux : détermination de la matrice de broyage au laboratoire, étude de la distribution des temps de séjour sur le broyeur même ; et des procédures informatiques d'optimisation, pour le calcul de la fonction de sélection.

### . Evaluation des modèles à l'aide de critères de sélection

Une fois les modèles calibrés (les valeurs des paramètres permettant de les mettre en oeuvre ayant été déterminées), il est possible de les classer en fonction de critères de choix élaborés au cours des travaux.

Le premier critère est la complexité des données nécessaires pour calibrer un modèle. Pour une usine pilote, par exemple, où la simulation doit générer un gain de temps, il est important d'utiliser des modèles pouvant être calibrés à partir d'un seul jeu de données.

Un autre critère important est l'aptitude de la simulation à prédire l'influence du plus grand nombre possible de variables sur les performances du broyeur. Ces variables sont, par exemple, la masse des corps broyants et la vitesse de rotation des appareils.

Un troisième critère est l'aptitude à représenter de manière précise les résultats expérimentaux. Une fonction-réponse de type "moindres carrés", par exemple, permet de quantifier cette précision.

Les modèles ont été confrontés à des données expérimentales et évalués à partir des critères précédents.

L'approche énergétique permet de concevoir des logiciels répondant au critère de diversité des variables d'entrée. Cependant, la formule de Bond ne donne qu'un point de la distribution granulométrique, ce qui en limite la portée. C'est pourquoi des algorithmes basés à la fois sur l'approche énergétique et les théories cinétiques présentent le plus grand intérêt. Les modèles dits "de Bascur" représentent la solution la plus simple à la synthèse des deux approches. Ils sont applicables dès maintenant. L'amélioration des modèles d'Austin permettrait peut-être un gain de précision.

## 6.2 - LIMITES ET DIFFICULTES

### . Qualité des données initiales

Les jeux de données industrielles reflètent les aléas de la production : pannes d'appareils, fluctuations de composition chimique, etc... Les difficultés de mesure et d'échantillonnage se retrouvent même dans des installations pilotes, ou dans des essais industriels spécialement effectués pour la modélisation. Les principales causes de cela sont les problèmes de fiabilité des capteurs dans des conditions industrielles difficiles et d'accessibilité aux points de mesure. Or, la simulation nécessite une formalisation rigoureuse des données. C'est pourquoi il n'est pas aisé d'obtenir des "marches types" d'unités industrielles utilisables en modélisation.

Le traitement des données brutes constitue toujours une partie importante du travail de calibrage. Et les données traitées donnent quelquefois des informations supplémentaires sur la marche de l'usine et la compréhension du procédé. On peut par exemple diminuer l'incertitude sur les mesures de débit à l'aide des analyses granulochimiques.

### . Mise en évidence de la difficulté de bien connaître la marche des unités

A cause des problèmes évoqués précédemment, il est quelquefois difficile d'expliquer les différences constatées entre résultats de simulation et données expérimentales. L'origine de ces difficultés provient, en fait, du faible niveau de connaissance de la marche des unités révélé par les tentatives de simulation. Or, au moment où la conduite de procédés automatisée devient un objectif primordial, cet objectif ne peut être atteint que si des progrès importants sont effectués dans la connaissance approfondie du fonctionnement des usines : causes des fluctuations de régime, influence réelle des réglages effectués, ... C'est un des rôles importants de la simulation, qui va bien au delà du simple bilan matière prévisionnel.

### . Niveau de confiance des résultats de la simulation

L'incertitude liée aux données de base et certaines hypothèse simplificatrices (modèle BABA) posent le problème du niveau de confiance que l'on peut accorder aux résultats de la simulation. Pour l'heure, les modèles BABA, BOBA et AUST donnent des prédictions réalistes d'influence de variations de débit et de masse de corps broyants. Cependant, dans ce domaine encore nouveau qu'est la simulation, chaque résultat doit être examiné avec attention et situé dans son contexte.

Il est évident que, plus les confrontations avec les données industrielles seront nombreuses, plus les qualités et les défauts des modèles seront mis en lumière. Ces confrontations nécessitent un travail important (traitement des données brutes, calibrage, simulations, interprétation de résultats), mais elles constituent l'unique moyen d'améliorer jour après jour la précision des modèles. De plus, chaque test, bien qu'il présente les difficultés citées précédemment, n'a rien de comparable avec l'importance d'une campagne pilote, tant en moyens matériels qu'humains.

Enfin, il faut souligner le phénomène de "réaction en chaîne" que provoque la simulation : les résultats de premier jeu de données produisent des informations qui, utilisées dans le cadre d'une campagne pilote ou d'une analyse de bilans d'usine permettent d'améliorer la simulation, et par voie de conséquence de donner de nouvelles informations...

## 6.3 - PERSPECTIVES D'ACTIVITE POUR L'ANNEE A VENIR

Parallèlement à l'analyse détaillée de nouvelles données industrielles, les recherches vont être orientées dans plusieurs directions, déterminées grâce au bilan précédent : les modèles "de Bascur" sont rapides à calibrer, précis dans un domaine non encore limité, mais la simplicité de leurs concepts de base risque de nuire à leur efficacité. C'est pourquoi il est aussi nécessaire de poursuivre la recherche sur une approche cinétique plus complexe.

Deux actions permettraient de progresser dans ce sens :

- . une étude comparative des diverses méthodologies de détermination de la matrice de broyage est indispensable pour commencer à normaliser cette opération.
- . une amélioration du modèle d'AUSTIN (relation Work Index - matrice de sélection) est envisageable pour rechercher de nouveaux liens entre approches cinétiques et énergétiques.

Par ailleurs, les premiers résultats de l'étude des broyeurs à barres sont suffisants pour permettre d'insister désormais sur les **broyeurs à boulets**.

Outre les travaux envisagés précédemment, le temps imparti pour cette recherche paraît suffisant, à quelques mois près, pour réaliser deux objectifs importants :

- . l'intégration de la **libération minérale** aux modèles de broyage est un complément essentiel à l'aspect sélectif de la fragmentation.
- . enfin, il est prévu d'étudier la simulation de l'autre type d'opération de comminution : le **concassage**.