MINISTÈRE DE L'INDUSTRIE, DU COMMERCE ET DE L'ARTISANAT

BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES

SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL

B.P. 6009 - 45018 Orléans Cédex - Tél.: (38) 63.80.01

Note technique aux géologues agréés
en matière d'eau et d'hygiène publique
N° 8

UTILISATION D'ABAQUES POUR LA DÉTERMINATION DE PÉRIMÈTRES DE PROTECTION DE CAPTAGES SITUÉS PRÈS D'UN COURS D'EAU

par

D. THIERY

Département hydrogéologie

B.P. 6009 - 45018 Orléans Cédex - Tél.: (38) 63.80.01

78 SGN 010 HYD

Janvier 1978

RÉSUMÉ

Ce rapport décrit l'utilisation d'un abaque pour déterminer simplement le périmètre de protection d'un ouvrage situé à proximité d'une zone de réalimentation (cours d'eau, lac, océan). Cet abaque permet de tracer les fronts de déplacement isochrones de l'écoulement. Une méthode approchée permet également de déterminer ces fronts avec une précision généralement suffisante en pratique. Une pollution survenant à l'extérieur d'un front isochrone parviendra à l'ouvrage dans un délai supérieur à une durée déterminée correspondant, par exemple, à la dégradation du polluant par des réactions chimiques et biologiques.

L'abaque décrit dans ce rapport s'applique à un ouvrage situé dans une nappe idéale, homogène, initialement en équilibre, avec une limite rectiligne à potentiel constant.

Ce travail a été réalisé dans le cadre des études méthodologiques du département Hydrogéologie.

NOTATIONS

C : constante

D : distance du captage à la limite de réalimentation

e : épaisseur moyenne de l'aquifère

i : nombre imaginaire pur ($i^2 = -1$)

m : porosité cinématique

Q : débit du captage

t : temps

T : transmissivité

V : vitesse

$w(z)$: potentiel complexe $w(z) = \phi(z) + i\psi(z)$

x : abscisse

y : ordonnée

z : affixe du point de coordonnées (x,y) $z = x + iy$

θ : angle fixant la position du point (x,y) sur une ligne de courant

ϕ : fonction potentiel

ψ : fonction de courant

symbole ' indique une variable adimensionnelle.

S O M M A I R E

1. INTRODUCTION

Les périmètres de protection sont des zones délimitées au voisinage des captages, et dans lesquelles un certain nombre d'actions risquant de contaminer l'eau d'une nappe sont soumises à des servitudes fixées en application de la réglementation en vigueur, après avis d'un expert, le "géologue agréé", consulté à cette fin.

En effet, lorsqu'un polluant miscible se trouve mêlé à l'eau d'une nappe, il est entraîné par l'écoulement des particules fluides (phénomène de convection). Il convient donc de protéger particulièrement la nappe au voisinage des captages destinés à l'alimentation en eau des collectivités, par la mise en place de ces périmètres.

Le captage étant l'exutoire de la nappe, toutes les lignes de courant y convergent, et toute pollution y parviendra après un certain temps. Il n'est pas possible, pour des raisons économiques évidentes, de protéger toute la nappe ; cependant, différents phénomènes tendent à dégrader et à fixer le polluant lors de son transfert dans l'aquifère. Les réactions chimiques et biologiques, ainsi que les mécanismes de dispersion, abaissent le taux de pollution et, en cas de pollution accidentelle, on peut considérer qu'après un certain temps de séjour dans l'aquifère la concentration en polluant sera inférieure à un seuil critique ; c'est pourquoi, dans la définition d'un périmètre, on prend souvent en considération la durée de parcours de l'eau dans la nappe, soit que l'on estime que cette durée permettrait de réagir, en cas de pollution accidentelle ponctuelle, soit qu'on admette qu'elle fournit une mesure de l'épuration biologique.

Il convient cependant de préciser que :

- d'une part, un aquifère sédimentaire se compose souvent de plusieurs couches ayant des propriétés très différentes, et pour lesquelles les temps de parcours sont très inégaux - et tout à fait différents du temps de parcours calculé pour une couche fictive ayant des propriétés moyennes ;
- d'autre part, même dans une couche homogène, ce n'est pas l'ensemble de l'eau contenue dans les pores qui se déplace à une vitesse uniforme, mais une partie seulement, ce qui conduit à substituer à la porosité vraie une porosité cinématique plus faible correspondant à la proportion d'eau en mouvement.

Le calcul du temps de séjour correspondant à l'abaissement du taux de pollution est donc extrêmement complexe, car il dépend de nombreux facteurs : nature de l'aquifère, nature du polluant, utilisation de l'eau, etc. Sa détermination n'entre pas dans le cadre de ce rapport ; cependant, ne serait-ce qu'à titre d'information, ou de terme de comparaison, le géologue peut avoir besoin de connaître, sur le terrain, la forme des courbes d'égales **durées** de parcours.

Le rapport BRGM 75 SGN 430 AME "Note technique aux géologues agréés en matière d'eau et d'hygiène publique N° 6 - Utilisation d'abaques pour la détermination des périmètres de protection" montre comment déterminer les courbes d'égales durées de parcours dans le cas d'une nappe immobile, infinie ou d'une nappe de gradient constant. Le présent rapport, qui lui fait suite, se propose d'aider, au moyen d'un abaque unique, le géologue agréé à donner sa réponse dans le cas d'un ouvrage situé à proximité d'une zone de réalimentation rectiligne : cours d'eau, lac, océan, ... L'examen de cet abaque montre que les courbes d'égales durées de parcours peuvent souvent être déterminées avec une précision suffisante en ajoutant un terme correctif aux rayons des cercles correspondant à une nappe immobile infinie.

o

o o

2. <u>CONDITIONS D'EMPLOI DE L'ABAQUE ET DE LA METHODE APPROCHEE</u>

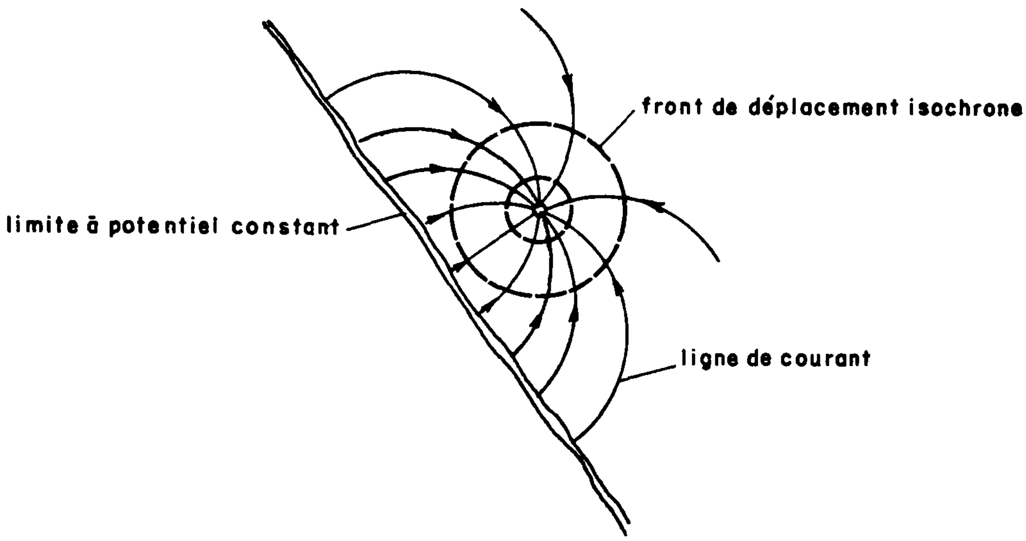
* La nappe doit avoir une perméabilité et une porosité efficace sensiblement homogènes à l'échelle de l'étude.
  Son épaisseur doit être à peu près uniforme et le rabattement au captage doit être faible devant l'épaisseur totale.

* Elle doit être située à proximité d'une limite de réalimentation pouvant être considérée comme rectiligne sur une longueur très supérieure à la distance captage - limite.

* La nappe doit être en équilibre avec la limite de réalimentation si on arrête le captage.

* La limite de réalimentation doit être peu ou pas colmatée (dans le cas contraire, on pourra obtenir un résultat approché en considérant la "distance équivalente" captage - limite).

Ces conditions ne sont jamais exactement vérifiées en pratique, mais l'application de la méthode avec des valeurs moyennes des paramètres permet d'obtenir une évaluation approchée des phénomènes réels.



Les fronts de déplacement sont des courbes ressemblant un peu à des cercles ; le calcul de leurs équations est développé dans l'annexe II. L'utilisateur peut facilement déterminer la position des fronts sans effectuer de calculs compliqués en se servant de l'abaque de l'annexe I.

o

o o

3. *DONNEES NECESSAIRES*

Q : débit fictif continu du puits

$(Q = q \times \frac{h}{24}$ si le puits fonctionne h heures avec un débit q)

e : épaisseur de la nappe

m : porosité de l'aquifère

D : distance du puits à la limite à potentiel constant

t : temps de parcours du front isochrone.

o

o o

4. DETERMINATION DES COURBES ISOCHRONES AU MOYEN DE L'ABAQUE

Pour tracer les courbes, on procède de la manière suivante :

a) on calcule le nombre $t' = 0.318 \dfrac{Qt}{emD^2}$

avec Q : débit en m^3/s ou { Q en m^3/h ; t en heures }

t : temps en secondes

e : épaisseur en mètres

D : distance à la limite en mètres

m : porosité cinématique (sans dimension)

ou bien $t' = 27502 \dfrac{Qt}{emD^2}$

avec Q : débit en m^3/s

t : temps en jours

e : épaisseur en mètres

D : distance à la limite en mètres

m : porosité cinématique (sans dimension)

ou bien $t' = 7.64 \dfrac{Qt}{emD^2}$

avec Q : débit en m^3/h

t : temps en jours

e : épaisseur en mètres

D : distance à la limite en mètres

m : porosité cinématique (sans dimension)

t' est appelé temps adimensionnel.

b) On cherche sur l'abaque de l'annexe I les deux courbes dont les indices t'_1 et t'_2 encadrent le nombre t', puis on trace par interpolation la courbe correspondant au temps t'.

c) On trace sur la carte de travail la perpendiculaire à la limite à potentiel constant.

d) En utilisant la formule de conversion suivante, on reporte sur la carte quelques points de la courbe tracée sur l'abaque, en les repérant par leurs distances aux axes de l'abaque :

$$d_{\text{mètres}} = \frac{d'_{cm}}{10\ D} \text{ avec } \begin{cases} d' & : \text{distance en cm mesurée sur l'abaque} \\ d & : \text{distance réelle en m} \\ D & : \text{distance en m du puits à la limite à potentiel constant.} \end{cases}$$

On remarque que les courbes sont symétriques par rapport à la perpendiculaire OP ; il suffit donc de trois ou quatre points pour tracer la courbe cherchée.

o

o o

5. EXEMPLE D'APPLICATION DE L'ABAQUE

Soit une nappe d'épaisseur 5 m, de porosité cinématique (que l'on assimilera à la porosité efficace) 9%, située à 200 m d'une rivière rectiligne et de gradient négligeable. On désire prélever un débit de 240 m^3/h 10 heures sur 24, d'où un débit fictif continu de 100 m^3/h. On estime que le temps de séjour d'un éventuel polluant doit être de 10 jours au minimum.

On calcule t' :

$$t' = 7{,}64 \times \frac{100 \times 10}{5 \times 0.09 \times 200^2} = 0.424$$

On interpole la courbe t' = 0.424 entre les courbes t' = 0.3 et t' = 0.5.

On relève les coordonnées de quatre points sur l'abaque :

$x'_A = 2{,}5$ cm

$x'_B = 15{,}8$ cm

$y'_C = - y'_D = 6{,}3$ cm

$x'_E = 4{,}5$ cm

$y'_E = 4{,}5$ cm.

On calcule alors les coordonnées réelles en multipliant les coordonnées lues sur l'abaque par le facteur $\frac{D}{10} = \frac{200}{10} = 20$.

On obtient alors :

x_A = 2,5 x 20 = 50 mètres, soit 150 mètres du puits

x_B = 15,8 x 20 = 316 mètres, soit 116 mètres du puits

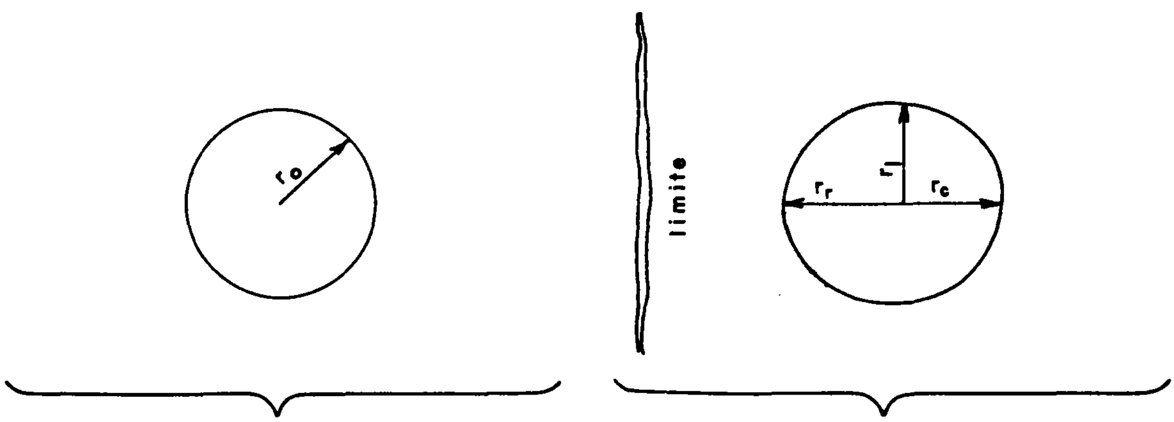
y_C = - y_D = 126 mètres.

o

o o

6. *DETERMINATION APPROCHEE DES COURBES ISOCHRONES*

La note technique aux géologues agréés en matière d'eau et d'hygiène publique n° 6 (rapport BRGM 75 SGN 430 AME) permet de calculer les rayons des cercles isochrones dans une nappe immobile infinie. Quand la nappe est bordée par une limite rectiligne à potentiel constant, les lignes isochrones sont des courbes ovales qui diffèrent d'autant moins de ces cercles que le temps (adimensionnel) considéré est petit. En effet, pour les petits temps de parcours, les cercles correspondants sont situés au voisinage du captage et sont peu ovalisés par le limite rectiligne.



isochrone dans une nappe immobile infinie

isochrone dans une nappe bordée par une limite rectiligne

En pratique, il est possible de déterminer simplement les courbes isochrones au moyen des trois "rayons" :

r_r = rayon du côté de la rivière
r_c = rayon du coté du coteau
r_l = rayon latéral

La méthode est la suivante :

- On calcule le rayon r_o du cercle correspondant au temps de parcours t dans une nappe immobile infinie (rapport BRGM 75 SGN 430 AME)

$$r_o = 0.564\sqrt{\frac{Qt}{em}} \quad \text{avec} \begin{cases} Q \text{ en } m^3/s \\ t \text{ en secondes} \end{cases} \quad \text{ou} \begin{cases} Q \text{ en } m^3/h \\ t \text{ en heures} \end{cases}$$

$$r_o = 165.84\sqrt{\frac{Qt}{em}} \quad \text{avec} \begin{cases} Q \text{ en } m^3/s \\ t \text{ en jours} \end{cases}$$

$$r_o = 2.764\sqrt{\frac{Qt}{em}} \quad \text{avec} \begin{cases} Q \text{ en } m^3/h \\ t \text{ en jours} \end{cases}$$

- On calcule le rapport r_o/D de ce rayon à la distance à la limite rectiligne

- On applique à r_o la correction donnée par le tableau suivant pour déterminer r_r, r_c et r_l.

r_o/D	correction pour r_r	correction pour r_c	correction pour r_l
0.1	+ 2%	- 2%	0
0.2	+ 4%	- 3%	0
0.3	+ 6%	- 5%	0
0.4	+ 8%	- 6%	- 1%
0.5	+ 11%	- 7%	- 1%
0.6	+ 14%	- 8%	- 2%
0.7	+ 17%	- 9%	- 3%
0.8	+ 22%	- 10%	- 4%
1.0		- 12%	- 5%
1.5		- 16%	- 8%
2		- 20%	- 10%
3	$r_r > D$	- 25%	- 14%
4		- 29%	- 17%
5		- 33%	- 20%

o

o o

7. EXEMPLE D'APPLICATION DE LA METHODE APPROCHEE

En reprenant les données de l'exemple précédent, on calcule d'abord

$$r_0 = 2.764 \sqrt{\frac{100 \times 10}{5 \times 0,09}} = 130.3 \text{ mètres}$$

On obtient alors le rapport :

$$r_0/D = \frac{130.3}{200} = 0.65$$

On lit alors les corrections à effectuer en interpolant entre les lignes 0.60 et 0.70 :

$$\left\{\begin{array}{l} r_r = 130.3 + 15.5\% = 150.5 \text{ mètres} \\ r_c = 130.3 - 8.5\% = 119.2 \text{ mètres} \\ r_l = 130.3 - 2.5\% = 127.0 \text{ mètres} \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} \text{à comparer aux} \\ \text{valeurs obtenues} \\ \text{par l'abaque} \end{array} \quad \left\{\begin{array}{l} 150 \text{ m} \\ 116 \text{ m} \\ 126 \text{ m} \end{array}\right.$$

o

o o

8. REMARQUES IMPORTANTES

8.1. *Transmissivité*

Les méthodes décrites ci-dessus, comme dans le cas d'une nappe infinie initialement en équilibre, ne font pas intervenir explicitement la perméabilité (ou la transmissivité) de l'aquifère. Il est cependant impératif que cette perméabilité soit homogène.

8.2. *Porosité cinématique*

La porosité à faire intervenir dans les calculs est la porosité cinématique. Cette porosité, qui est inférieure à la porosité géométrique de l'aquifère, peut être déterminée par des expériences de traçage sur le site du captage. Il conviendra de faire aussi souvent que possible de telles expériences de traçage.

o

o o

BIBLIOGRAPHIE

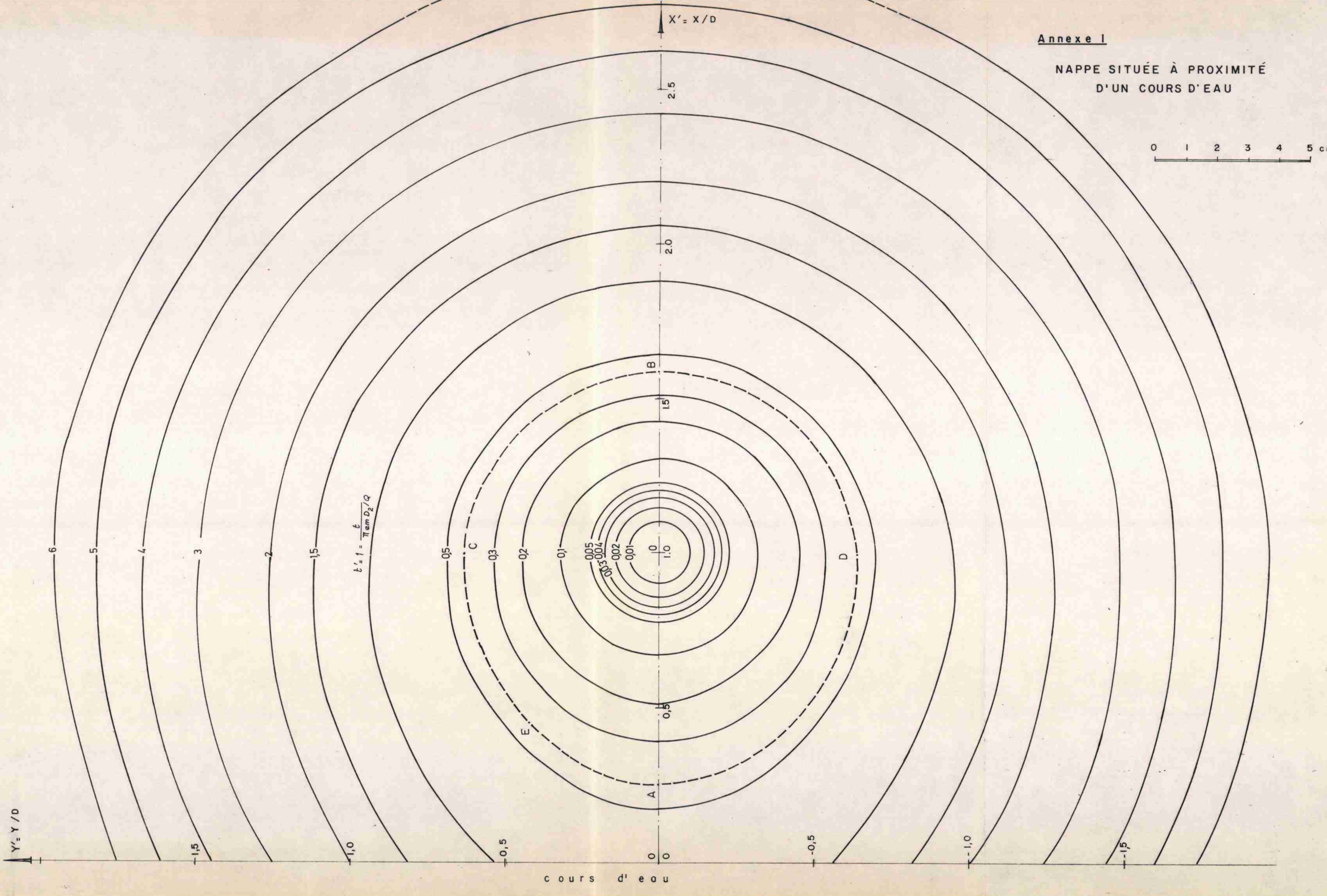
/1/ DEMASSIEUX (L.) .- Détermination des temps moyens de transferts de l'eau vers quelques dispositifs de captage par puits .- *Bull. BRGM, 2ème série, sect. III, n° 2, 1975 , pp. 185-196.*

/2/ MUSKAT (M.) .- The flow of homogeneous fluids through porous media .- *Edward Inc.,Ann. Arhor Michigan, 1946, pp. 472-476.*

/3/ SAUTY (J.P.), THIERY (D.) .- Note technique aux géologues agréés en matière d'eau et d'hygiène publique n° 6 - Utilisation d'abaques pour la détermination de périmètres de protection .- *Rapport BRGM 75 SGN 430 AME.*

Annexe I

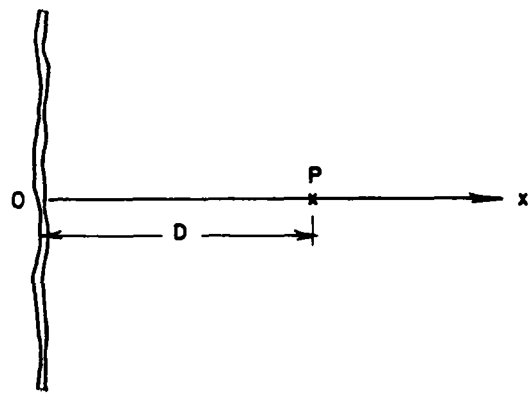
NAPPE SITUÉE À PROXIMITÉ
D'UN COURS D'EAU



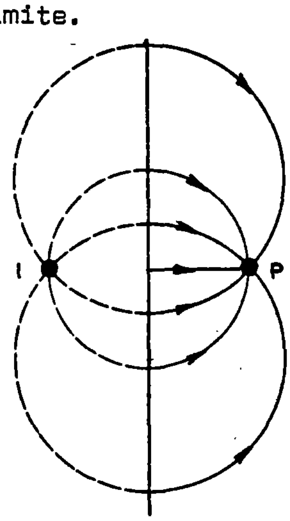
A N N E X E I I

CONSTRUCTION DE L'ABAQUE

Soit une nappe d'épaisseur e, de transmissivité moyenne T et de porosité cinématique m, bordée par une limite à potentiel constant (rivière, lac, océan...) ; les calculs qui suivent permettent de calculer le temps t que mettra une particule fluide de coordonnées x et y pour atteindre un puits de pompage P de débit Q situé à une distance D sur l'axe Ox.



Pour faire ce calcul, on utilise la théorie des images et la théorie des potentiels complexes. Le potentiel en tout point de l'aquifère est identique au potentiel qui serait engendré par un doublet formé d'un puits de pompage P de débit Q à une distance D de la limite, associé à un puits d'injection I de débit Q situé symétriquement par rapport à la limite.



Soit W(z) le potentiel complexe résultant du doublet :

$$W(z) = \phi + i\,\psi \qquad (1)$$

i étant le nombre imaginaire pur tel que $i^2 = -1$.

En tout point d'affixe $z = x + iy$, le potentiel est la somme du potentiel créé par le puits P :

$$W_P = \frac{Q}{2\pi T} L_n(z - D) + C_P$$

et du potentiel créé par le puits I :

$$W_I = -\frac{Q}{2\pi T} L_n(z + D) + C_I$$

C_P et C_I étant les constantes de référence.

Le potentiel résultant s'écrit alors :

$$W(z) = \frac{Q}{2\pi T} L_n \frac{z - D}{z + D} + C_P + C_I$$

Le potentiel étant nul à l'infini, on doit avoir :

$$C_P + C_I = 0$$

soit :

$$W(z) = \frac{Q}{2\pi T} L_n \left(\frac{z - D}{z + D}\right) \qquad (2)$$

Pour la commodité des calculs, on définit les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$x' = \frac{x}{D} \; ; \; y' = \frac{y}{D} \; ; \; z' = \frac{z}{D} \; ; \; W' = \frac{W}{Q/2\pi T} \; ; \; \phi' = \frac{\phi}{Q/2\pi T} \; ; \; \psi' = \frac{\psi}{Q/2\pi T} \; ; \; t' = \frac{t}{\pi e m D^2/Q}$$

L'expression (2) s'écrit alors :

$$W'(z) = L_n \left(\frac{z' - 1}{z' + 1}\right) \qquad (3)$$

$$W' = L_n \left(\frac{x'^2 + y'^2 - 1 + 2i\, x'y'}{x'^2 + y'^2 + 1 + 2x'}\right)$$

$$W' = L_n \sqrt{\frac{(x'^2 + y'^2 - 1)^2 + 4y'^2}{(x'^2 + y'^2 + 1 + 2x')^2}} + i \text{ Arctg} \left(\frac{2y'}{x'^2 + y'^2 - 1}\right) \qquad (4)$$

En variables adimensionnelles, l'expression (1) s'écrit :

$$W' = \phi' + i\psi' \qquad (5)$$

Soit en comparant (4) et (5) :

$$\phi' = L_n \sqrt{\frac{(x'^2 + y'^2 - 1)^2 + 4\, y'^2}{(x'^2 + y'^2 + 1 + 2x')^2}} \qquad (6)$$

$$\psi' = \mathrm{Arctg}\left(\frac{2y'}{x'^2 + y'^2 - 1}\right) \qquad (7)$$

La vitesse $\vec{V}$ est donnée par la relation :

$$\vec{V} = -\frac{T}{em}\,\overrightarrow{\mathrm{Grad}}\,\phi$$

Sa composante sur l'axe Oy est donc :

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -\frac{T}{em}\frac{\partial\phi}{\partial y}$$

soit, en variables adimensionnelles, :

$$\frac{D\,dy'}{dt} = -\frac{T}{em} \times \frac{Q/2\pi T\,\partial\phi'}{D\,\partial y'}$$

$$\frac{\dfrac{dy'}{dt}}{(\pi\ em\ D^2)/Q} = -\frac{1}{2}\frac{\partial\phi'}{\partial y'} \qquad (8)$$

On introduit alors le temps adimensionnel t' :

$$t' = \frac{t}{(\pi\ em\ D^2)/Q}$$

L'expression (8) s'écrit alors :

$$\frac{dy'}{dt'} = -\frac{1}{2}\frac{\partial\phi'}{\partial y'} \qquad (9)$$

La dérivée de ϕ' par rapport à y étant un peu compliquée, il est préférable de dériver directement W' :

$$\frac{\partial\phi'}{\partial y'} + i\frac{\partial\psi'}{\partial y'} = \frac{\partial W'}{\partial y'} = \frac{dW'}{dz'}\frac{\partial z'}{\partial y'} = i\frac{dW'}{dz'}$$

Soit d'après (3) :

$$\frac{dW'}{dz'} = \frac{d}{dz'}\left(L_n\left(\frac{z' - 1}{z' + 1}\right)\right) = \frac{2}{z'^2 - 1} \qquad (10)$$

$$\frac{\partial\phi'}{\partial y'} + i\frac{\partial\psi'}{\partial y'} = \frac{2i}{z'^2-1} = \frac{2i}{x'^2-y'^2-1+2ix'y'} = \frac{2}{2x'y'+i(1+y'^2-x'^2)}$$

$$\frac{\partial\phi'}{\partial y'} = \frac{4\,x'\,y'}{4x'^2\,y'^2 + (1+y'^2-x'^2)^2}$$

C'est-à-dire, en comparant avec (9), :

$$\frac{\partial y'}{\partial t'} = \frac{-\,2\,x'\,y'}{4x'^2\,y'^2 + (1 + y'^2 - x'^2)^2}$$

$$dt' = -\,\frac{4\,x'^2\,y'^2 + (1 + y'^2 - x'^2)^2}{2\,x'\,y'} \qquad (11)$$

En intégrant cette expression le long de la ligne de courant ψ' qui joint le point $M'(x'y')$ au point $P'(1,0)$, on obtient la relation $t' = t'(x',y')$.

L'expression (7) montre que les lignes de courant sont les cercles du faisceau à points de base I' et P' défini par :

$x'^2 + y'^2 - 1 = 2\,cy'$

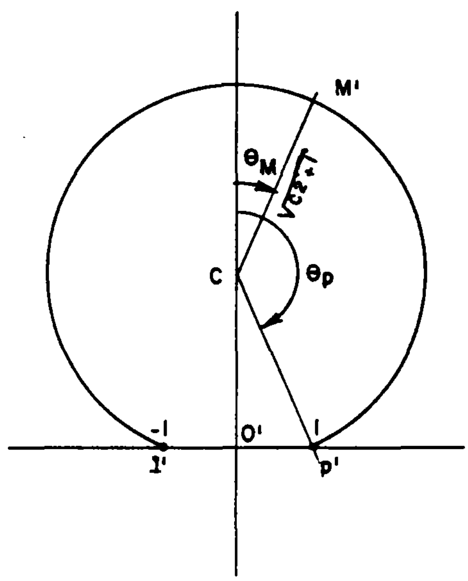
Ces cercles ont pour centre $C(0,c)$ et pour rayon $\sqrt{c^2 + 1}$. Sur la partie droite de ces cercles, on a la relation $x' = +\sqrt{1 - y'^2 + 2\,cy'}$.

En remplaçant x' par cette valeur au numérateur de l'expression (11), on obtient :

$$dt' = \frac{-\,4\,y'^2\,(c^2 + 1)}{2\,x'\,y'}\,dy'$$

soit :

$$dt' = \frac{-\,2\,y'^2(c^2 + 1)}{x'}\,dy' \qquad \text{quand } y' \neq 0 \qquad (12)$$



On peut alors paramétrer la ligne de courant par l'angle θ défini sur le croquis ci-dessus.

$$x' = \sqrt{c^2 + 1}\ \sin\theta$$

$$y' = c + \sqrt{c^2 + 1}\ \cos\theta \qquad \text{soit } dy' = -\sqrt{c^2 + 1}\ \sin\theta\ d\theta$$

L'expression (12) devient alors :

$$dt' = 2\,(c^2 + 1)\,(c + \sqrt{c^2 + 1}\ \cos\theta)\ d\theta \qquad \text{quand } \theta \neq 0$$

Il est alors facile d'intégrer cette expression :

$$\underset{M' \text{ à } P'}{t'} = \int_{\theta M}^{\theta P} 2\,(c^2 + 1)\,(c + \sqrt{c^2 + 1}\ \cos\theta)\ d\,\theta$$

$$t' = 2\,(c^2 + 1)\left(c(\theta_P - \theta_M) + \sqrt{1 + c^2}\,(\sin\theta_P - \sin\theta_M)\right)$$

Il faut maintenant retourner aux variables initiales en notant que :

$$\sin\theta_M = \frac{x'}{\sqrt{1 + c^2}}$$

$$\sin\theta_P = \frac{1}{\sqrt{1 + c^2}}$$

$$\cos(\theta_P - \theta_M) = \frac{\overrightarrow{cM'}\ \overrightarrow{cP'}}{||\overrightarrow{cM'}||\ ||\overrightarrow{cP'}||} = \frac{x' + c^2 - cy'}{c^2 + 1}$$

On obtient alors le résultat final :

$$\boxed{\begin{array}{l} \underset{M' \text{ à } P'}{t'} = 2\,(c^2 + 1)\left(1 - x' + c\ \mathrm{Arccos}\left(\dfrac{x' + c^2 - cy'}{c^2 + 1}\right)\right) \\ \text{avec :} \\ c = \dfrac{x'^2 + y'^2 - 1}{2\,y'} \end{array}}$$

Pour les points de l'axe Ox (y = 0), les calculs précédents ne peuvent s'appliquer car $V_y \equiv 0$. On utilisera alors V'_x.

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} = -\frac{1}{2}\frac{\partial \phi'}{\partial x'} = -\frac{1}{2}\frac{dW'}{dz'}$$

soit, d'après (10), :

$$\frac{dx'}{dt'} = -\frac{1}{z'^2 - 1} = -\frac{1}{x'^2 - 1}$$

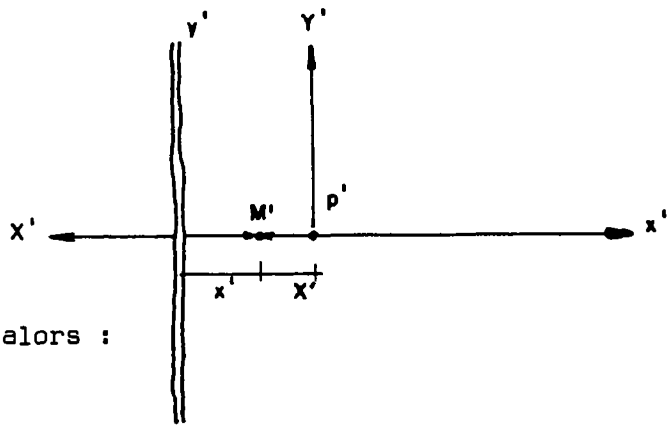
$$dt' = (1 - x'^2)\, dx'$$

$$t' = \int_{\lambda=x'}^{\lambda=1} (1 - \lambda^2)\, d\lambda$$ λ étant une variable muette d'intégration

$$\boxed{t' = \frac{x'^3}{3} - x' + \frac{2}{3} \quad \text{sur } Ox'}$$

CHANGEMENT DE COORDONNEES

Il peut être plus pratique de placer l'origine des coordonnées au point P et d'évaluer les distances à partir du puits et non de la rivière.



$x' = 1 - X'$

On obtient alors :

$$t' = X'^2 \left(1 - \frac{X'}{3}\right)$$

<u>*Remarque importante*</u> :

Le temps de transfert, comme dans le cas d'une nappe hydrostatique, ne dépend pas de la transmissivité moyenne T, mais uniquement du débit Q du puits, de la porosité cinématique et de l'épaisseur de l'aquifère.