

MINISTÈRE DU DÉVELOPPEMENT INDUSTRIEL ET SCIENTIFIQUE

BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES

SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL
B.P. 6009 – 45018 Orléans Cédex – Tél.: (38) 66.06.60

ANALYSES GRANULOMÉTRIQUES

**EMPLOI ET SIGNIFICATION DES PRINCIPAUX
PARAMÈTRES STATISTIQUES**

F. LE LANN*, A. L'HOMER**, et G. SCOLARI*



**** Département géologie**

B.P. 6009 – 45018 Orléans Cédex

Tél.: (38) 66.06.60

***Service de géologie marine**

B.P. 6009 – 45018 Orléans Cédex

Tél.: (38) 66.06.60

73 SGN 112 GEO

Mars 1973

A V A N T - P R O P O S

L'utilisation de l'ordinateur pour les études granulométriques présente des avantages indéniables. En plus de la résolution des calculs de paramètres classiques et de la sortie automatique de courbes cumulées et d'histogrammes, elle permet le calcul systématique de paramètres statistiques rarement utilisés auparavant, du fait de la complexité des calculs.

Un programme de calcul d'indices de ce type a été mis au point au BRGM en 1970 (1).

Il s'est avéré à l'usage que les géologues, souvent peu familiarisés avec les paramètres statistiques, en particulier ceux calculés par la méthode des moments, ne tiraient pas toujours le meilleur parti des calculs obtenus par l'ordinateur. Une des raisons de cette situation est que l'information en langue française sur les paramètres et les indices granulométriques est encore restreinte.

Ce qui suit n'a donc pas la prétention d'être un traité complet, mais bien plutôt un recueil pratique pouvant servir de guide au géologue ayant sous les yeux des résultats d'analyses granulométriques calculés à l'ordinateur.

Nous souhaitons notamment que ce rapport puisse faciliter au géologue le choix, sur les sorties imprimées, des données les mieux adaptées à son problème granulométrique.

(1) Une définition sommaire des indices figurait déjà dans le rapport du laboratoire de sédimentologie. Etudes et tarifs 70 SGN 120 GEO - avril 70.

R E S U M E

Ce rapport, effectué sur fonds propres, a pour but de faciliter l'exploitation par les géologues des diverses données figurant sur les sorties imprimées du programme de calculs granulométriques.

Un certain nombre de données fondamentales sont tout d'abord rappelées et précisées. Les points suivants sont ainsi traités successivement :

- signification de la granulométrie,
- nécessité d'un échantillonnage rigoureux et judicieux pour atteindre des résultats significatifs,
- techniques d'analyses utilisées au laboratoire de sédimentologie,
- tableau de correspondance entre les numéros de tamis AFNOR, les dimensions α , les dimensions *phi* et les *mesh*,
- report graphique des données sous forme de courbes cumulatives et d'histogrammes.

L'étude des paramètres granulométriques est abordée en définissant en premier lieu les plus classiques (médiane, quartile, décile, percentile, mode).

Les indices complexes, souvent utilisés pour l'étude de la dispersion de l'hétérométrie ou de l'asymétrie, sont ensuite expliqués en détail.

L'introduction récente de l'ordinateur dans le calcul de paramètres de formules complexes concourt au succès d'indices proprement statistiques. Une explication est donnée du grain moyen, de l'écart type σ (ou déviation standard) et de la méthode des moments qui permet une bonne approche de l'asymétrie et de l'angulosité.

L'étude se termine par une présentation du programme de calcul, sur ordinateur IBM 360, commun au département Géologie et au service Géologie marine, et de ses applications.

S O M M A I R E

	<u>Pages</u>
AVANT-PROPOS	
RESUME	
1. PRINCIPE DE LA GRANULOMETRIE	1
1.1. Echantillonnage	2
2. TECHNIQUES D'ANALYSE GRANULOMETRIQUE	3
2.1. Maille des tamis	4
2.2. Report graphique des résultats	5
3. CARACTERISATION DES COURBES GRANULOMETRIQUES PAR LES QUARTILES	8
4. APPROCHES DES PARAMETRES STATISTIQUES. INDICES COMPLEXES	9
4.1. Indices de dispersion ou d'hétérométrie	9
4.2. Indices d'asymétrie	13
5. PARAMETRES STATISTIQUES. METHODE DES MOMENTS	14
5.1. Ecart-type σ	14
5.2. Principe de la méthode des moments	15
5.3. Signification des moments apparents d'ordre 1 et 2	16
5.4. Signification des moments d'ordre 3 et 4	16
6. APPLICATIONS ET PROGRAMMES DE CALCUL	18
7. CONCLUSION	19
ANNEXE 1 : Passage des unités ϕ aux mm et α	20
ANNEXE 2 : Correspondance <i>mesh</i> -mm. Série de tamis TYLER	21
ANNEXES 3 et 4 : Exemple de sorties imprimées	{ 22
	23
ORIENTATION BIBLIOGRAPHIQUE	24

1. PRINCIPE DE LA GRANULOMETRIE

Une roche est constituée de fragments -ou grains- de dimensions variées. La granulométrie étudie la fréquence des grains de diverses dimensions présents dans tout ou partie de l'échantillon. Lorsque les grains sont d'assez grande taille (rudite), il est possible de les dénombrer manuellement. En revanche, lorsqu'ils sont plus petits, il faut opérer par une méthode indirecte en pesant les différentes fractions, en partant du postulat que le poids spécifique des particules est homogène, ce qui est naturellement faux. L'erreur est cependant insignifiante eu égard, par exemple, à celle introduite par la technique même du tamisage.

Une analyse granulométrique a donc pour but de dresser la meilleure image possible de la répartition statistique d'un paramètre particulier -la taille, obtenue soit directement, soit par approche indirecte- dans une population de grains minéraux. Puisqu'il s'agit d'une répartition statistique, il conviendra d'employer les raisonnements et techniques de cette science au moment de la présentation, puis de l'interprétation des résultats.

Le problème se ramène à opérer rapidement, mais avec une précision suffisante (qu'il importe de savoir évaluer), à présenter les résultats de façon lisible, commode et comparable, à expliquer ces résultats correctement sur la base d'hypothèses de travail raisonnables pour, finalement, bâtir une image des conditions régnant au moment du dépôt. Cette ultime étape, de loin la plus délicate, n'est pas toujours nécessaire, ni même recherchée : la connaissance du seul "spectre granulométrique" peut suffire, lorsqu'on désire caractériser un matériau naturel ou artificiel (géotechnique, pédologie, industrie des matériaux de construction, etc.).

Dans le domaine des roches sédimentaires, l'intérêt de la granulométrie réside dans le fait qu'il existe un rapport plus ou moins rigoureux entre les conditions régnant au moment de la sédimentation -essentiellement les conditions hydrodynamiques ou aérodynamiques- et la répartition granulométrique. Comme à divers milieux de sédimentation marins ou/et continentaux correspondent des régimes hydrodynamiques (ou aérodynamiques) parfois caractéristiques, on peut accéder ainsi à une connaissance des milieux. Il convient toutefois d'agir avec la plus grande prudence car, dans la nature, des effets différents peuvent donner des résultats semblables. C'est pourquoi le seul

emploi de l'analyse granulométrique n'est, le plus souvent, pas suffisant, mais doit être intégré à un faisceau d'autres méthodes.

1.1. Echantillonnage

Si l'on veut qu'une analyse granulométrique ait une signification, il est naturellement nécessaire de prendre de sévères précautions lors du prélèvement des échantillons.

Il conviendra ainsi de reconnaître si l'on est en présence d'un dépôt homogène ou, au contraire, de sédiments appartenant à un corps sédimentaire offrant en son sein des variations granulométriques ordonnées (lits, bancs, lentilles, grano-classement...) ou désordonnées.

C'est ainsi qu'un échantillon de sable, pris en un point quelconque d'une dune, n'a qu'une valeur représentative et de comparaison médiocre, sinon nulle. Prenons comme exemple une dune du Sahara, région de Ouargla. La fig. 1 permet de se rendre compte de l'éventail granulométrique que peut offrir un appareil dunaire, tant du point de vue de la dimension des grains que du point de vue du classement.

C'est l'ensemble des courbes (*fig. 2-3*) qui constitue le spectre granulométrique caractéristique de la dune étudiée. Les points de prélèvements choisis correspondent, en gros, aux zones où s'observent à l'oeil des variations notables de la dimension des grains, variations qui reflètent les changements de régime aérodynamique le long du profil de la dune. Les échantillons étant prélevés uniquement en surface sur quelques millimètres d'épaisseur, on peut considérer qu'ils sont représentatifs de sables "synchrones". En d'autres termes, le spectre obtenu ne concerne qu'un "seul instant" du dépôt ou du remaniement. Pour avoir un spectre complet de la dune, donnant en particulier les principales variations de la force des vents échelonnées dans le temps, il faudrait échantillonner suivant une coupe verticale au travers de l'appareil dunaire. Il est probable d'ailleurs que la forme des courbes obtenues dans ce cas ne s'écarterait guère de celle obtenue en surface. On observerait surtout des translations vers les fins ou les grossiers, reflétant les régimes aériens extrêmes ayant existé durant l'édification de la dune. Les courbes obtenues -ou l'enveloppe de celles-ci-

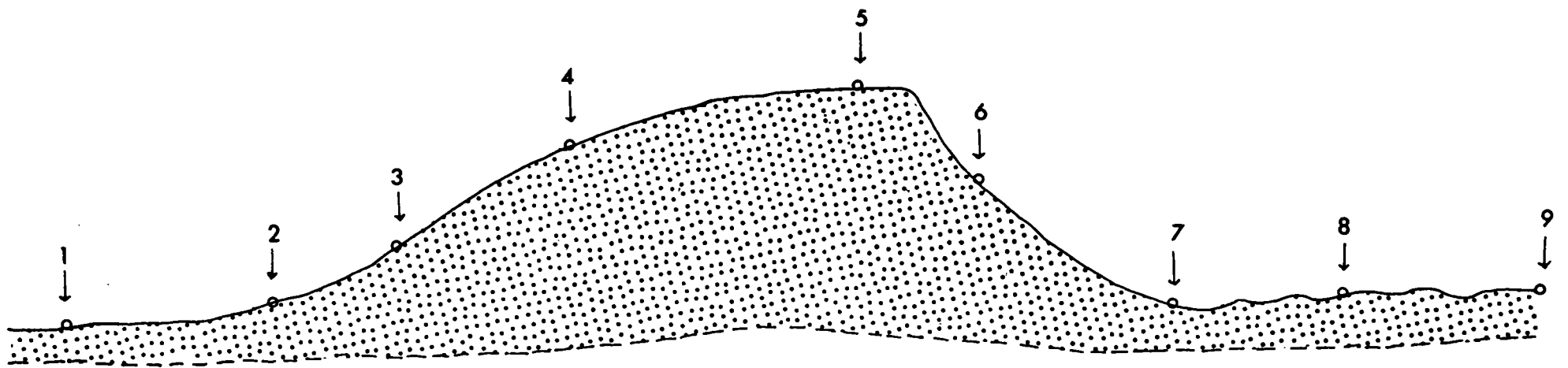


Fig. 1

Positionnement des échantillons

Dune de sable du Sahara algérien (A. L'Homer)

TABLEAU DE COMPARAISON DE COURBES GRANULOMETRIQUES

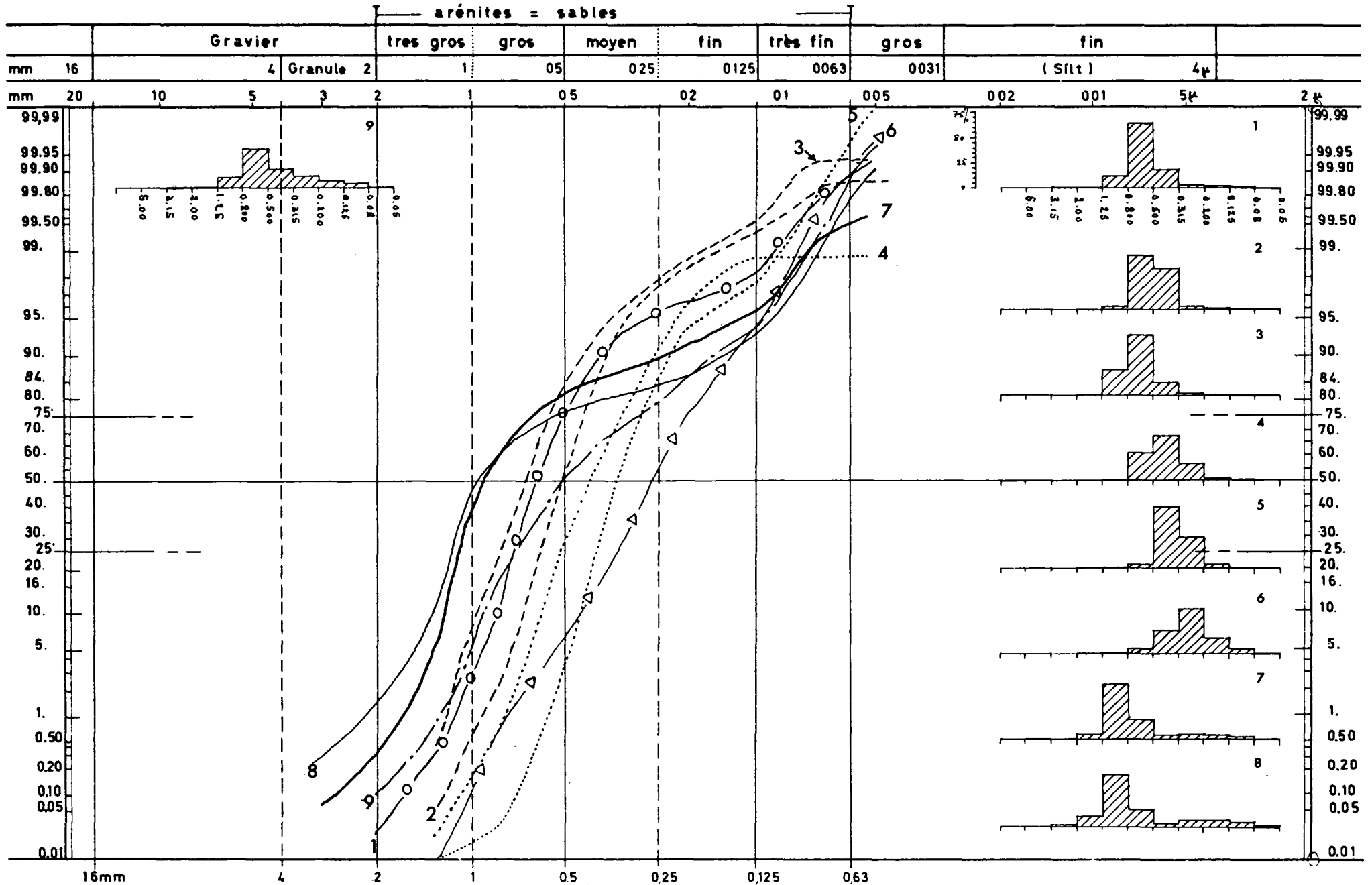


Fig 2 sables éoliens Dune continentale (Sahara) - A.L' Homer -

TABLEAU DE COMPARAISON DE COURBES GRANULOMETRIQUES

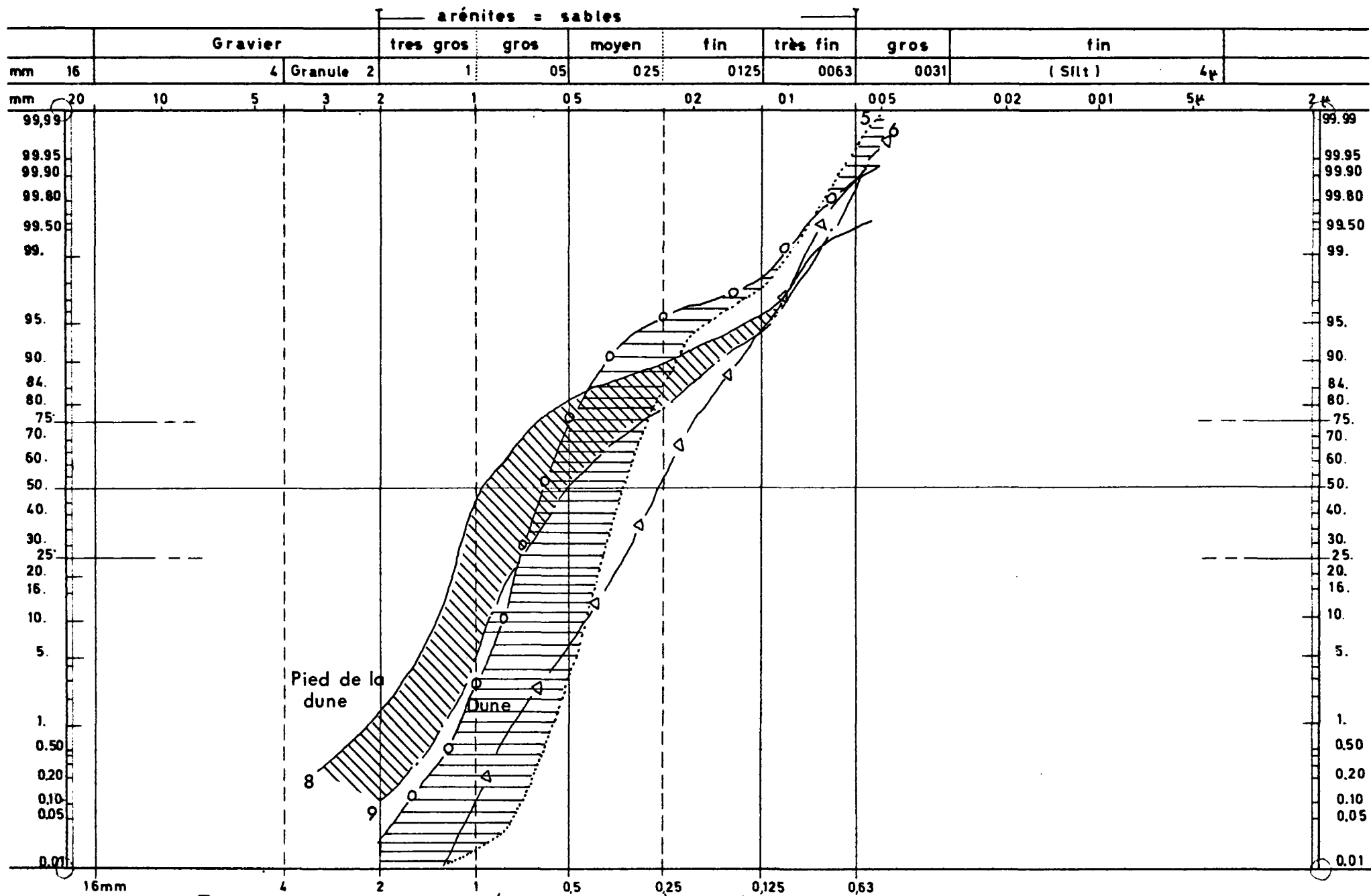


Fig 3 Enveloppes des courbes (Dune du Sahara) - A. L' Homer -

étant caractéristiques d'un système dunaire continental, il est possible de reconnaître des formations identiques d'âge différent par étude comparative des spectres granulométriques (1).

Ce qui précède montre bien que de grandes précautions doivent être prises lors du prélèvement des échantillons. Ainsi, en présence d'un dépôt ayant une géométrie hétérogène, rythmée par exemple, l'analyse granulométrique n'aura de sens qu'à l'échelle du feuillet, du lit ou du banc, à condition bien entendu qu'il y ait homogénéité au sein de cette unité stratonomique. S'il y a grano-classement, seuls des prélèvements minutieux et correctement repérés permettront d'aboutir à une interprétation satisfaisante.

2. TECHNIQUES D'ANALYSE GRANULOMETRIQUE

Ce n'est pas le propre de ce texte de procéder à un examen détaillé des techniques granulométriques. Nous rappelons brièvement celles utilisées au laboratoire de sédimentologie du département Géologie.

Les sédiments meubles de 5 ou 2 mm à 40 microns en quantité connue, passent à sec au travers d'une colonne de tamis à maille carrée ; les refus de chaque tamis sont pesés.

Il est possible de pousser le tamisage vers les fins -jusqu'à 20 microns- en procédant, pour la fraction de 50 à 20 microns, à un tamisage par voie humide.

Les fractions de 40 à 20 microns à 1,6 micron sont analysées au moyen du compteur électronique de particules Coulter. Dans ce système, le sédiment fin est mis en suspension avec certaines précautions opératoires dans un électrolyte. Celui-ci, constamment agité, est introduit dans le compteur qui comporte une sonde avec un orifice au travers duquel le liquide est aspiré. De part et d'autre de cet orifice est établie une différence de potentiel. Le passage d'une particule modifie cette différence, en fonction

(1) cf. note interne A. L'HOMER, 1970, BRGM - département Géologie, service de sédimentologie.

de la taille. Un système d'amplification et de comptage permet la visualisation du phénomène.

Un certain nombre de calculs réalisés sur ordinateur conduisent à la restitution du spectre granulométrique.

Les différentes méthodes utilisées (tamisage à sec, tamisage humide et compteur Coulter) sont compatibles entre elles, de telle sorte qu'il est possible d'obtenir une analyse granulométrique continue de 5 mm à 1,6 micron.

2.1. Maille des tamis

En France, la progression de la maille des tamis est conforme aux normes AFNOR (1). Le côté des mailles carrées obéit à une progression d'ordre :

$$x = \sqrt[10]{10} \text{ soit environ } 1,26.$$

Cela signifie, par exemple, que le tamis de taille supérieure à celui d'ouverture $x_1 = 1,25$ mm aura une maille x_2 :

$$x_2 = 1,25 \times \sqrt[10]{10} = 1,25 \times 1,26 \approx 1,58 \text{ mm}$$

$$x_3 = 1,58 \times 1,26 = 2,00 \text{ mm etc.}$$

Dans la pratique, on n'utilise pas toute la gamme des tamis. Le laboratoire de sédimentologie emploie 1 tamis sur 2.

W.C. KRUMBEIN (1934, 1936) a proposé de remplacer l'échelle millimétrique par une échelle susceptible de simplifier les calculs et mieux en rapport avec les progressions des mailles des tamis : c'est l'échelle des phi (Φ). En choisissant arbitrairement un diamètre de particule de 1 mm pour valeur 0, l'unité *phi* est telle qu'une valeur est toujours le double de celle immédiatement plus petite. En d'autres termes, les unités *phi*, centrées sur

(1) Voir ANNEXE 2 pour la correspondance mesh-mm et les séries de tamis TYLER et AFNOR.

la valeur 0 fixée égale à 1 mm, obéissent à la loi de progression :

$$x_{phi} = - \log_2 x$$

où x est la dimension en millimètres ; ou encore :

$$x_{phi} = - 3,32193 \log_{10} x$$

En France, C. POMEROL (1963) recommande l'emploi de l'échelle des *alpha* (α), basée sur le même principe que l'échelle des *phi*, mais conforme à la progression de la maille des tamis AFNOR, toujours centrée sur la valeur 0 = 1 mm :

$$x_{\alpha} = - \frac{10}{\sqrt{10}} x$$

$$x_{\alpha} = - 1,26 x$$

On trouvera au tableau de la page suivante les correspondances entre mailles en mm, numéros des tamis AFNOR, dimensions α et dimensions *phi*. On remarque qu'avec une bonne approximation :

$$3_{\alpha} = 1_{phi}.$$

2.2. Report graphique des résultats

Les résultats sont donnés sous la forme d'une fréquence -exprimée en pourcentage-poids- des différentes classes granulométriques, celles-ci étant définies par les mailles des tamis successivement utilisés ou, pour la microgranulométrie, par des divisions choisies de façon à être compatibles avec la progression retenue pour l'analyse du reste de l'échantillon.

Les résultats sont donnés d'abord sous la forme d'une fiche de calcul, puis d'un histogramme et d'une courbe des fréquences cumulées.

Les règles élémentaires régissant l'établissement d'histogrammes corrects ont besoin d'être rappelées.

ECHELONNEMENT DES TAMIS AFNOR ; CORRESPONDANCE AVEC LES

MAILLES LOGARITHMIQUES PHI ET ALPHA

		N° AFNOR	DIMENSION en mm	DIMENSION en ϕ	DIMENSION en α	COUPURES UTILISEES
R U D I T E			25	- 4.64	- 14	
			20	- 4.32	- 13	x
			16	- 4.00	- 12	
			12.5	- 3.64	- 11	x
			10	- 3.32	- 10	
			8	- 3	- 9	x
			6.3	- 2.66	- 8	
		38	5	- 2.32	- 7	x
		37	4	- 2.00	- 6	
		36	3.15	- 1.66	- 5	x
	35	2.50	- 1.32	- 4		
	34	2	- 1.00	- 3	x	
A R E N I T E		33	1.6	- 0.66	- 2	
		32	1.25	- 0.32	- 1	x
		31	1	0	0	
		30	0.80	0.32	1	x
		29	0.63	0.66	2	
		28	0.50	1.00	3	x
		27	0.40	1.32	4	
		26	0.315	1.66	5	x
		25	0.0250	2.00	6	
		24	0.200	2.32	7	x
		23	0.160	2.66	8	
		22	0.125	3.00	9	x
		21	0.100	3.32	10	
		20	0.080	3.64	11	x
	19	0.063	3.98	12		
	18	0.050	4.32	13	x	
L U T I T E	S I L T	17	0.040	4.64	14	x
			0.0315	4.98	15	x
			0.0250	5.32	16	x
			0.0200	5.64	17	x
			0.0160	5.96	18	x
			0.0125	6.32	19	x
			0.0100	6.64	20	x
			0.0080	6.96	21	x
			0.0063	7.30	22	x
			0.0050	7.64	23	x
			0.0040	7.96	24	x
			0.00315	8.30	25	x
			0.00250	8.64	26	x
			0.00200	8.96	27	x
			Ar- gi- le	0.00160	9.28	28

Les classes sont portées en abscisse, par convention les plus grossières à gauche, les plus fines à droite. La fréquence figure en ordonnées. La fréquence-poids de chaque classe est ainsi visualisée par un quadrilatère et ce sont alors les aires de ces quadrilatères que l'on compare entre elles et non pas seulement leurs hauteurs. Cela implique nécessairement que les intervalles de classe doivent être graphiquement égaux entre eux. Si cette condition n'est pas réalisée, les hauteurs correspondant aux fréquences doivent être affectées d'un coefficient de correction : les populations des classes n fois plus grandes, ou plus petites, que l'intervalle de classe de référence seront corrigées d'un coefficient $c = n$. Ainsi, si une classe a une largeur double de la classe de référence, l'effectif (c'est-à-dire ici le pourcentage) devra être divisé par 2.

Une autre conséquence de la règle de comparaison des surfaces est que les fréquences des classes extrêmes (fines ou grossières) dont une des limites n'est pas précisée ne peuvent être reportées graphiquement sur histogramme. Elles doivent être indiquées en marge ($>$ ou $<$ à x mm : $m, n \%$).

Dans la pratique, pour obtenir graphiquement des intervalles de classe égaux entre eux lorsqu'on reporte les résultats de tamisages effectués sur colonne de tamis AFNOR, il faut travailler sur papier semi-logarithmique du module convenable, les fréquences étant en unités arithmétiques.

Les courbes de fréquences dérivent directement de l'histogramme en construisant la courbe-enveloppe passant par tous les points de coordonnées $x_i y_j$.

Les courbes de fréquences cumulées s'obtiennent en élevant, à l'extrémité de chaque point, une ordonnée proportionnelle aux fréquences cumulées jusqu'à cette limite, puis en joignant deux à deux les points ainsi obtenus. Ces courbes peuvent être tracées soit sur papier semi-logarithmique, soit sur des papiers spéciaux dits bi-logarithmiques et d'un module tel que toute répartition normale, c'est-à-dire obéissant à la loi de LAPLACE-GAUSS, est représentée par une droite. La déviation éventuelle de la courbe représentative par rapport à la droite de distribution normale est facilement perceptible, de même que la présence de deux ou plusieurs populations normales (courbes bi- ou polymodales). Toutefois, la représentation sur papier semi-logarithmique est la plus fréquente.

3. CARACTERISATION DES COURBES GRANULOMETRIQUES PAR LES QUARTILES

Les courbes de fréquences cumulées permettent de mettre rapidement en évidence un certain nombre de valeurs caractéristiques de la répartition granulométrique étudiée.

D'une façon toute générale, la courbe permet d'estimer pour tout point d'abscisse x_n le pourcentage en poids des fractions, de dimension plus grande et/ou plus petite que x_n .

Sur ce principe, certaines valeurs d'abscisse correspondant à des ordonnées déterminées (se reporter aux figures de la page 10) sont considérées comme paramètres caractéristiques, soit :

- . la médiane M_d , abscisse dont l'ordonnée est 50 %
- . le premier quartile Q_1 , dont l'ordonnée est 25 %

(N.B. : Q_{25} devient Q_1 lorsque notre convention de report des valeurs sur l'axe des abscisses est respectée. Cependant, on trouve parfois la convention contraire ! (1)).

- . le troisième quartile Q_3 , dont l'ordonnée est 75 %.

Sont souvent utilisés d'autres déciles et percentiles, par exemple Q_{16} , Q_{84} , Q_{95} , Q_{99} ...

. Le mode, paramètre correspondant au plus grand effectif (ou à la plus grande fréquence). Sa valeur est choisie au milieu de la classe dominante.

La médiane (M_d) est d'un emploi très fréquent : c'est certainement le meilleur indice de position de la courbe.

(1) Pour éviter toute confusion, nous recommandons de renoncer à la notation Q_1 , Q_2 , Q_3 ... et de lui préférer Q_{25} , Q_{50} , Q_{75} ...

4. APPROCHES DES PARAMETRES STATISTIQUES. INDICES COMPLEXES

4.1. Indices de dispersion ou d'hétérométrie

La pente de la courbe des fréquences cumulées et l'allure de l'histogramme donnent des indications sur la qualité du classement de l'échantillon. Il est évident qu'une courbe de fréquence (ou un histogramme) très étalée, ou encore une pente de courbe des fréquences cumulées très faible, sont les signes d'un mauvais classement ou, en d'autres termes, d'une hétérométrie certaine. En revanche, un sédiment homométrique offrira une pente de courbe cumulative très raide ou un histogramme très ramassé.

Plusieurs propositions ont été faites pour résumer dans un indice chiffré la qualité du classement d'un échantillon :

4.1.1. Indice de Trask, So

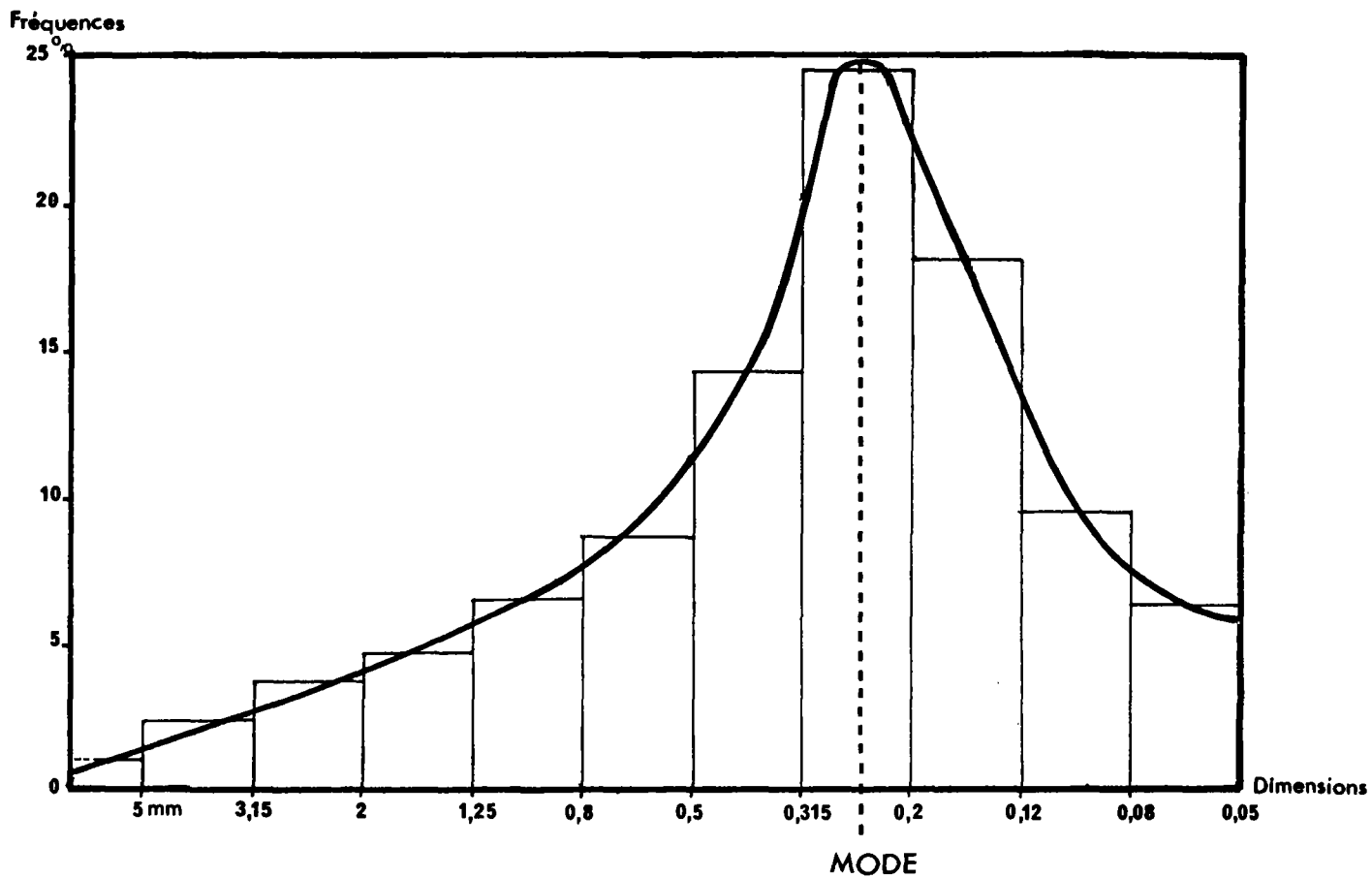
Par définition, le sorting index de Trask vaut :

$$S_o \text{ (mm)} = \sqrt{\frac{Q_{25} \text{ (mm)}}{Q_{75} \text{ (mm)}}}$$

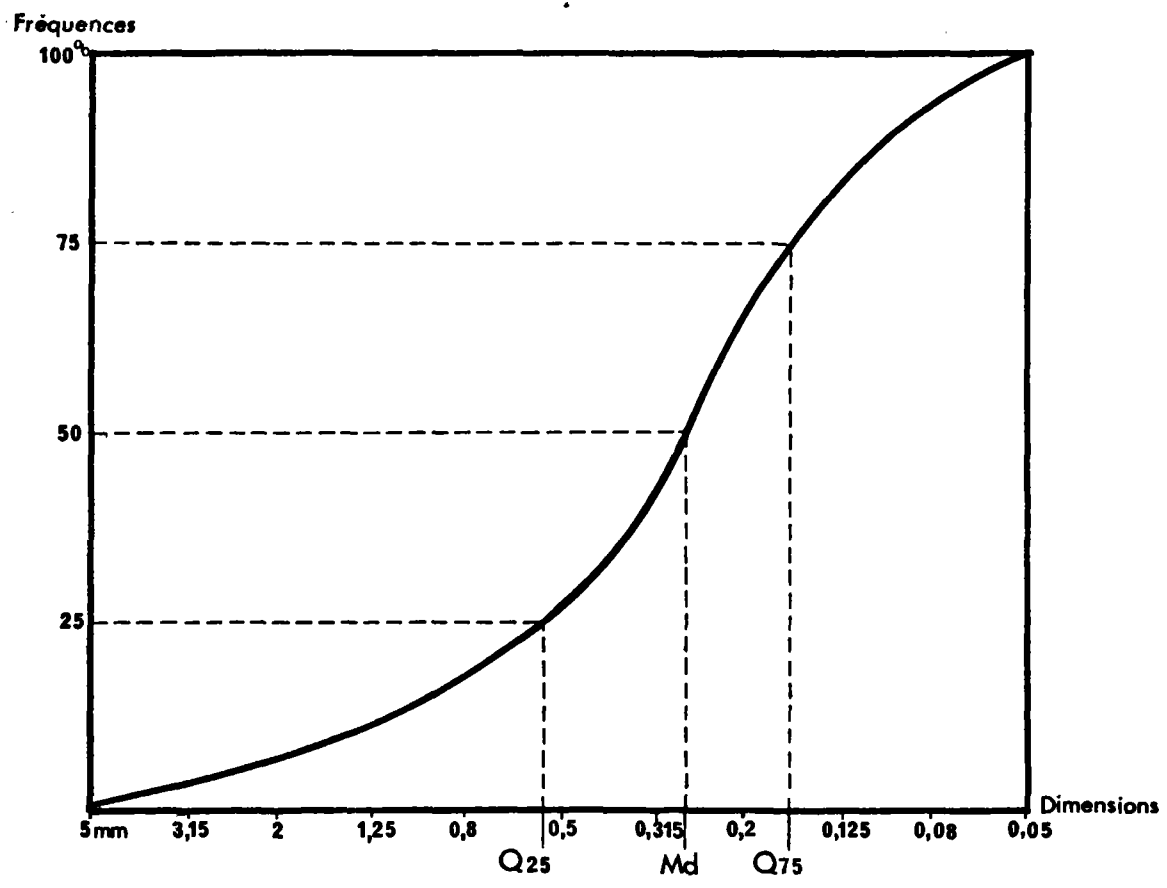
(N.B. : quelle que soit la convention choisie pour le report des valeurs sur l'axe des abscisses, on convient que le quartile le plus élevé est toujours au numérateur).

Les valeurs des quartiles sont exprimées en millimètres. Plus S_o est grand, plus l'hétérométrie est accentuée et Trask propose la nomenclature suivante :

- So plus petit que 2,5 sédiment bien classé ;
- So entre 2,5 et 4,5 sédiment "normalement" classé ;
- So plus grand que 4,5 sédiment mal, puis très mal classé.



HISTOGRAMME



COURBE GRANULOMÉTRIQUE CUMULATIVE

4.1.2. Indice_Qdphi_de_Krumbein

L'indice d'hétérométrie de Krumbein, ou $Qdphi$, est défini ainsi :

$$Qdphi = \frac{Q_{25} \phi - Q_{75} \phi}{2}$$

où les quartiles sont exprimés en unités phi . Plus $Qdphi$ est grand, plus l'hétérométrie est accentuée, le $Qdphi$ d'un sédiment n'appartenant qu'à une seule classe granulométrique étant naturellement nul.

Il existe une relation mathématique entre S_o et $Qdphi$; elle est de la forme :

$$Qdphi = \log_{10} S_o$$

4.1.3. Indice_de_dispersion_d'Inman

Cet indice est défini ainsi :

$$D_{I\phi} = \frac{Q_{84\phi} - Q_{16\phi}}{2}$$

où Q_{84} et Q_{16} sont exprimés en unités phi . Là encore, plus $D_{I\phi}$ est grand, plus l'hétérométrie est grande.

4.1.4. Indice_de_dispersion_de_Folk_et_Ward

Ces auteurs modifient l'indice d'Inman en introduisant des valeurs extrêmes de la courbe que les autres indices ne prennent effectivement pas en compte :

$$D_{fw\phi} = \frac{Q_{84\phi} - Q_{16\phi}}{4} + \frac{Q_{95\phi} - Q_{5\phi}}{6,6}$$

Des tables de référence pour ce coefficient permettent de fixer le langage :

$D_{fw\phi}$ plus petit que 0,35	échantillon très bien classé ;
" de 0,35 à 0,50	" bien classé ;
" de 0,50 à 1	" à classement modéré ;
" de 1 à 2	" mal classé ;
" de 2 à 4	" très mal classé ;
" plus grand que 4	" extrêmement mal classé.

4.1.5. Indice d'hétérométrie Hé de Cailleux

L'indice Hé de Cailleux ressemble beaucoup à celui de Krumbein. Toutefois, ce n'est plus la différence $Q_{25} - Q_{75}$ qui est utilisée, mais l'espace interquartile qui, dans la courbe considérée, montre la plus forte pente.

$$Hé = Md - Q_{75} \quad \text{ou} \quad Hé = Q_{25} - Md$$

Dans ce cas aussi, les faibles valeurs de Hé indiquent une faible hétérométrie. Hé peut indifféremment être exprimé en millimètres, en unités *alpha* ou en unités *phi*.

4.1.6. Indice d'hétérométrie Hq de Pomerol

Cet indice, très employé en France, est conçu sur des bases semblables à l'indice de Krumbein. Exprimé en unités *alpha*, il vaut :

$$Hq\alpha = \frac{Q_{25\alpha} - Q_{75\alpha}}{2}$$

On trouve naturellement que $Hq\alpha \approx 3 Qd\phi$.

4.2. Indices d'asymétrie

Une courbe granulométrique est définie par sa position, sa dispersion, mais aussi par son asymétrie, c'est-à-dire la mesure de sa déviation vers les fines ou vers les grosses par rapport à la distribution normale, ou encore l'excès des valeurs au-dessus ou au-dessous de la moyenne ou de la médiane.

Comme pour la dispersion, on a proposé différents indices.

4.2.1. Asymétrie de Trask, ast

Cet indice s'obtient en appliquant la formule :

$$ast = \frac{Q_{25} \times Q_{75}}{Md^2}$$

4.2.2. Indice d'asymétrie de Krumbain

Noté SK, s'écrit (en ϕ) :

$$SK\phi = \frac{Q_{25\phi} + Q_{75\phi} - 2Md\phi}{2}$$

Cet indice arithmétique exprime donc la différence entre la moyenne arithmétique des quartiles 25 et 75 et la médiane.

4.2.3. Indice d'asymétrie de Pomerol

$$Asq\alpha = \frac{Q_{75\alpha} + Q_{25\alpha} - 2Md\alpha}{2}$$

$$Asq\alpha \approx 3 SK\phi$$

$3SK_0$ et $Asq = 0$ lorsque la répartition est symétrique de part et d'autre de Md .

Si Asq ou $SK \neq 0$, la courbe est asymétrique, avec davantage de grosses lorsque SK ou $Asq > 0$, davantage de fines lorsque SK ou $Asq < 0$ (en d'autres termes SK ou $Asq > 0$ lorsque la fraction grossière est mieux classée que la fraction fine).

5. PARAMETRES STATISTIQUES. METHODE DES MOMENTS

L'analyse granulométrique ressortit à des méthodes statistiques classiques. Divers paramètres statistiques pourront donc être utilisés pour caractériser une répartition. D'ailleurs, on va voir que la plupart des indices complexes ne sont que des approches de paramètres statistiques, ceux-là ayant sur ceux-ci l'avantage d'être plus faciles à calculer.

Mais l'emploi du calcul sur ordinateur fait tomber cet obstacle.

Pour une série statistique ayant pour valeurs des centres de classes $x_1, x_2, x_3, x_i \dots x_n$ avec pour chacune des classes des fréquences notées $n_1, n_2, n_3, n_i \dots n_n$, on appelle moyenne arithmétique \bar{x} ou, en sédimentologie, GRAIN MOYEN :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i.$$

5.1. Ecart type σ

C'est la racine carrée de la fluctuation ou déviation standard σ^2

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

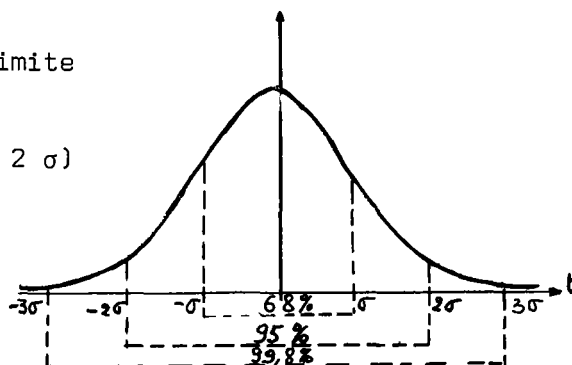
Pour une distribution obéissant à une loi normale (loi de LAPLACE-GAUSS), x_i peut théoriquement prendre n'importe quelle valeur entre $+\sigma$ et $-\sigma$.

Le calcul montre que, pour une telle distribution, environ 68 % des valeurs se situent à l'intérieur de la limite

$$(-1\sigma < \bar{x} < +1\sigma)$$

et 95 % environ à l'intérieur de la limite

$$(-2\sigma < \bar{x} < +2\sigma)$$



L'écart-type est donc une mesure de la dispersion : plus sa valeur est petite, plus la dispersion est faible.

Des corrélations empiriques indiquent que les coefficients de TRASK et d'INMAN s'approchent raisonnablement de l'écart-type, mais que celui de FOLK et WARD en est encore plus proche et semble pouvoir être considéré comme satisfaisant dans la plupart des cas.

5.2. Principe de la méthode des moments

Les autres paramètres permettant de définir correctement une distribution peuvent être calculés grâce à la méthode des moments.

Rappelons que, dans une série statistique, le moment d'ordre q par rapport à une valeur x_0 est la moyenne arithmétique des puissances q èmes des déviations des valeurs de x par rapport à x_0 , $(x - x_0)$. Si la série est formée des valeurs $x_1, x_2 \dots x_i \dots x_n$ avec respectivement les effectifs $n_1, n_2 \dots n_i \dots n_n$, le moment d'ordre q par rapport à x_0 sera :

$$x_0 m_q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - x_0)^q$$

où n est l'effectif total de la série.

5.3. Signification des moments apparents d'ordre 1 et 2

x_0 peut être arbitrairement choisi. Mais si nous posons $x_0 = 0$ et $q = 1$, il vient :

$$\sigma m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i$$

qui n'est autre que \bar{x} , moyenne arithmétique.

Choisissons $x_0 = \bar{x}$ et $q = 2$; on a :

$$\bar{x} m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2$$

qui est σ^2 , la fluctuation dont la racine carrée est l'écart-type, donc une mesure de dispersion.

D'une façon générale, lorsqu'on prend $x_0 = \bar{x}$, on appelle μ_{qx} le moment apparent d'ordre q par rapport à la variable x .

Nous pouvons écrire les moments apparents d'ordre 2, 3, 4 ...

$$\mu_{2x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2$$

$$\mu_{3x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^3$$

$$\mu_{4x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^4$$

5.4. Signification des moments d'ordre 3 et 4

Par des artifices de calcul (translation des axes, obtention de nombres purs indépendants des unités de mesure), on obtient des moments tels que :

$$\alpha_{qx} = \frac{\mu_{qx}}{\sigma x^q}$$

On peut alors démontrer que, lorsqu'une série statistique est proche d'une distribution normale, l'indice $\alpha_{3x} = 0$. En retour, si $\alpha_{3x} \neq 0$, il y a asymétrie. Si $\alpha_{3x} > 0$, il y a davantage de fines (si les fines sont à droite de l'histogramme) ; si $\alpha_{3x} < 0$, c'est le contraire. Le moment α d'ordre 3 est une bonne mesure de l'asymétrie. Les statisticiens utilisent parfois $\frac{\alpha_3}{2}$.

Une courbe est plus ou moins aplatie ou anguleuse. Lorsque la courbe de distribution est plus aplatie qu'une courbe "normale", elle est dite "platicurtique". Plus pointue, elle est "leptocurtique", normale elle est "mésocurtique".

L'indice d'aplatissement ou d'angulosité peut être mesuré par le moment α d'ordre 4, α_4 ou par l'indice $E_c = \alpha_4 - 3$. En effet, pour une courbe normale $\alpha_4 = 3$, donc $E_c = 0$ (courbe mésocurtique). Lorsque $E_c > 0$, la courbe est leptocurtique, quand $E_c < 0$, la courbe est platicurtique.

Une difficulté se présente nécessairement lorsque les fréquences des fractions de dimension plus petite que celle du dernier tamis -ou de la dernière coupure utilisée- ne sont ni nulles ni au moins négligeables (par convention supérieures à 5 %). En effet, dans ces conditions, les paramètres dans le calcul desquels interviennent des quantiles tels que Q_{84} ou Q_{95} ne peuvent plus être estimés. De même, les paramètres obtenus par les moments ne sont plus accessibles avec précision, l'ordinateur "bloquant" la fraction résiduelle dans une classe arbitraire (12,5 par exemple pour les 20).

Dans ces conditions, trois remèdes peuvent être apportés :

- pousser les granulométries jusqu'à ce que la fraction résiduelle soit assez petite pour être tenue pour négligeable (≤ 5 %), mais cela n'est évidemment pas toujours possible ;

- ne tenir compte que des paramètres utilisant les quantiles "moyens" (Q_{25} , Q_{50} , Q_{75} ...) ;

- ne faire porter les calculs que sur une fraction de l'échantillon considérée donc comme un nouvel échantillon complet. On procède fréquemment de cette manière en prenant en compte la tranche arénitique (2 mm - 50 μ) du sédiment. Cette manière de faire trouve sa justification dans le fait que, d'un point de vue hydro- ou aérodynamique, les trois grandes catégories granulométriques (rudites, arénites, lutites) obéissent à des lois finalement assez indépendantes. Dans la pratique, notre programme de calcul est conçu de telle sorte que, selon l'importance de la fraction passant par le tamis le plus fin, il est possible de ne faire porter le calcul des paramètres que sur la fraction arénitique.

Une série de programmes d'analyses statistiques élémentaires, mis au point par le département Informatique, permet de préparer le travail d'interprétation en calculant les caractéristiques de tendance centrale, de dispersion ou de forme des principaux paramètres calculés ci-dessus, pour tous les échantillons d'une famille donnée.

Cette famille, choisie par l'utilisateur au vu des premiers résultats, pourra être sélectionnée à l'aide de programmes d'analyse factorielle, d'analyse des correspondances ou des nuées dynamiques également élaborés par le département Informatique. L'avantage de ces derniers programmes est de travailler directement sur les fréquences et qu'ainsi, aucune hypothèse préalable n'est faite sur la répartition granulométrique.

6. APPLICATIONS ET PROGRAMMES DE CALCUL

Les services Sédimentologie et Géologie marine ont mis au point un programme de calcul sur ordinateur IBM 360. L'ensemble utilisé traite l'échantillon en 6 s, temps d'édition compris. Il fournit à l'utilisateur les éléments suivants (cf. exemple : Annexes 2 et 3) :

- les fréquences et les fréquences cumulées ;

- les pourcentages de rudites, arénites, lutites (silts et argiles éventuellement), ainsi que les pourcentages de certaines fractions granulométriques utilisées par les pédologues ;
- les paramètres calculés par la méthode des moments ;
- les paramètres calculés par la méthode des quantiles ;
- un histogramme et le pointé de la courbe des fréquences cumulées.

Bien que le traitement décrit ne concerne que la phase initiale d'une étude granulométrique, il permet de disposer d'une masse considérable d'informations dans un temps relativement court.

La lecture des sorties d'ordinateur ne présente en principe pas de difficulté majeure et l'utilisateur peut choisir dans la liste des indices calculés soit par la méthode des quantiles, soit par celle des moments, ceux dont il a l'usage, choix qu'il peut appuyer par la consultation de l'histogramme et de la courbe des fréquences cumulées.

7. CONCLUSION

Avec plus de rigueur et de rapidité que ne le permet le dépouillement manuel d'analyses granulométriques, nous sommes en mesure de fournir une étude statistique complète portant sur des populations d'effectifs ou de paramètres. Cette étude, qui permet d'accélérer les travaux d'interprétation, peut également faire ressortir certaines caractéristiques d'un environnement sédimentaire. Le but extrême vers lequel nous tendons est d'ailleurs de définir des courbes-types des différents milieux de sédimentation, afin de faciliter le travail de comparaison et d'améliorer les interprétations. Mais il s'agit là d'un problème plus vaste, qui ne pourra être résolu que progressivement, lorsque suffisamment de données de provenances très diverses auront été accumulées.

ANNEXE 1

PASSAGE DES UNITES ϕ AUX MM ET α 1. Correspondance mathématique

La définition de l'échelle des ϕ donne $X_\phi = -\log_2 x_{mm}$ soit après transformation $X_2 = -3,32193 \log_{10} x$.

(le logarithme de x se trouve dans les tables de logarithmes).

$$\begin{aligned} \text{Ex. : } x &= 1,415 \text{ mm} & \log x &= 0,15076 \\ -X_\phi &= 3,32193 \times 0,15076 \rightarrow X_\phi &= -0,501\phi \end{aligned}$$

$$\text{ou en } \alpha \quad X_\alpha = 3X_\phi = -1,503\alpha$$

2. Interpolation linéaire (à l'aide d'un tableau de correspondance)2.1. Passage ϕ mm soit $X = -0,501 \phi$

Un tableau montre que cette valeur est comprise entre $-0,32$ et $-0,68\phi$ et entre $1,25$ et $1,6$ mm. A un accroissement (valeur absolue) de $0,36\phi$ correspond un accroissement de $0,35$ mm.

Pour un accroissement de $0,501 - 0,32 = 0,181 \phi$ on aura donc un accroissement de :

$$\frac{0,35 \times 0,181}{0,36} = 0,181 \text{ mm}$$

soit une valeur de $x = 1,25 + 0,181 = 1,431$ mm contre $1,415$ par la 1ère méthode.

2.2. Passage mm \rightarrow ϕ si $x = 1,415$ mm

$$\text{On aura de même } \frac{0,36 \times 0,165}{0,35} = 0,165 \phi$$

$$X_\phi = - (0,32 + 0,165) = 0,485 \phi$$

au lieu de $0,501 \phi$ par la 1ère méthode.

ANNEXE 2

CORRESPONDANCE MESH-MM - SERIE DE TAMIS TYLER

La série standard des 20 tamis TYLER (Tyler Standard Screen Scale Sieves) a été présentée en 1910. L'ouverture de base qui correspond à un tamis de 200 mesh (0,074 mm) varie suivant les termes d'une progression géométrique de raison $\sqrt[2]{2} = 1,414$. Les tamis TYLER sont identifiés par le nombre exact de mesh (mailles) contenus dans un pouce linéaire de 25,4 mm. Le tableau suivant rappelle les équivalences mm-mesh, terme que l'on rencontre occasionnellement dans la littérature anglo-saxonne.

Module AFNOR	Ouverture en MM		Désignation en MESH	Module AFNOR	Ouverture en MM		Désignation en MESH
	AFNOR	TYLER			AFNOR	TYLER	
		0.038	400			0.495	32
17	0.040	0.043	325	28	0.500	0.589	28
18	0.050	0.053	270	29	0.630	0.701	24
		0.061	250	30	0.800	0.833	20
19	0.063	0.074	200			0.991	16
20	0.080	0.088	170	31	1.00	1.168	14
21	0.100	0.104	150	32	1.25	1.397	12
		0.124	115	33	1.600	1.651	10
22	0.125	0.147	100			1.981	9
23	0.160	0.175	80	34	2.00	2.362	8
24	0.200	0.208	65	35	2.50	2.794	7
		0.246	60	36	3.15	3.327	6
25	0.250	0.295	48			3.962	5
26	0.315	0.351	42	37	4.00	4.699	4
27	0.400	0.417	35	38	5.00	5.613	3,5

6 - 12 - 1972

X = 0.0

Y = 0.0

PLAYA-CHANARAL-SONDAGE-PLV-72

ECHANTILLON 15010

TAMIS (MM) = 1.2500 0.8000 0.5000 0.3150 0.2000 0.1250 0.0800 0.0500 0.0315 0.0200
 FREQUENCES = 0.10 0.20 0.80 14.50 45.10 25.80 8.60 2.30 0.40 0.10 2.10
 CUMULEES = 0.10 0.30 1.10 15.60 60.70 86.50 95.10 97.40 97.80 97.90 100.00

+5MM= 0.0 5-2 MM= 0.0 2-0.2MM=60.70 0.2-0.05MM=36.70 50-20MU= 0.50 20-2MU=***** -2 MU=*****

RUDITES = 0.0 ARENITES = 97.40 LUTITES = 2.60 (SILT =***** ARGILE =*****)

CALCULS RELATIFS AUX ARENITES

TAMIS (MM) = 1.2500 0.8000 0.5000 0.3150 0.2000 0.1250 0.0800 0.0500
 FREQUENCES = 0.10 0.21 0.82 14.89 46.30 26.49 8.83 2.36
 CUMULEES = 0.10 0.31 1.13 16.02 62.32 88.81 97.64 100.00

PARAMETRES CALCULES PAR LA METHODE

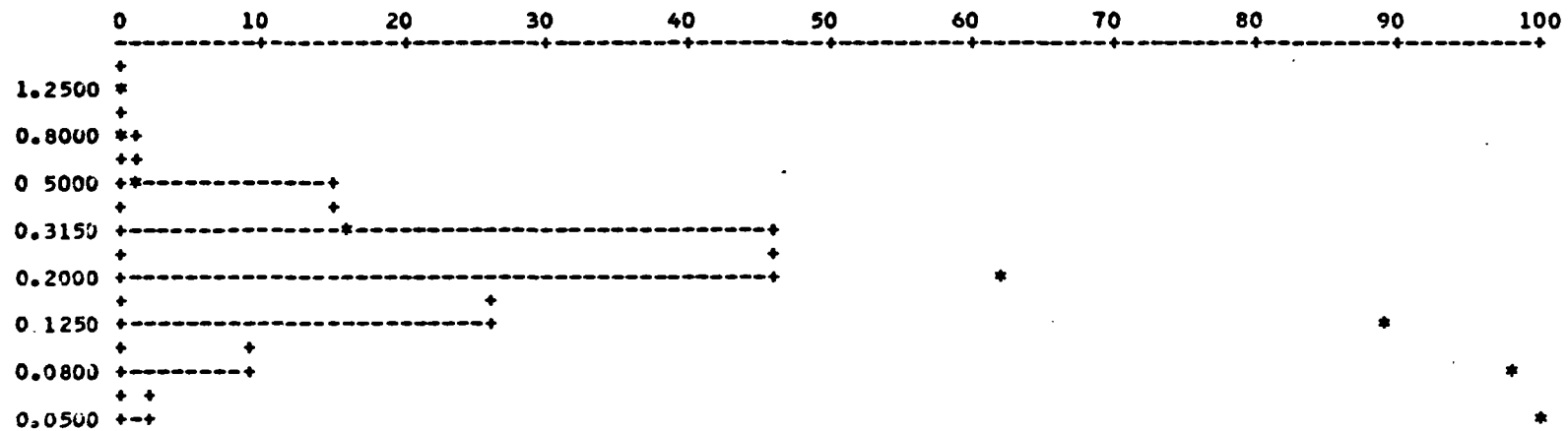
1-DES MOMENTS

DIAMETRE GRAIN MOYEN = 2.212 PHI = 0.2158 MM ECART TYPE = 0.642 PHI = 0.6409 MM
 INDICE D ASYMETRIE = 0.323 INDICE D ANGULOSITE = 3.737

2-DES QUANTILES

MODE = 1.988 PHI = 0.2520 MM QUANTILE 1 = 0.895 PHI = 0.5375 MM
 SORTING INDEX-SO-TRASK= 1.352 QUANTILE 5 = 1.169 PHI = 0.4448 MM
 QUANTILE 10 = 1.392 PHI = 0.3811 MM
 QDPHI = 0.435 PHI QUANTILE 16 = 1.659 PHI = 0.3165 MM
 HETEROMETRIE-HQ = 1.304 ALPHA Q1 = QUANTILE 25 = 1.785 PHI = 0.2901 MM
 DISPERSION - INMAN - = 0.610 PHI MEDIANE = Q2 = QUANTILE 50 = 2.143 PHI = 0.2263 MM
 DISPERSION-FOLK WARD = 0.649 PHI Q3 = QUANTILE 75 = 2.654 PHI = 0.1588 MM
 ASYMETRIE -SK- TRASK = 0.900 QUANTILE 84 = 2.879 PHI = 0.1358 MM
 ASYMETRIE -KRUMBEIN- = 0.076 PHI QUANTILE 90 = 3.066 PHI = 0.1358 MM
 ASYMETRIE -POMEROL - = 0.228 ALPHA QUANTILE 95 = 3.442 PHI = 0.0920 MM

PLAYA-CHANARAL-SONDAGE-PLV-72 ECHANTILLON 15010



O R I E N T A T I O N B I B L I O G R A P H I Q U E
--:--

- ALLEN G.P., CASTAING P. et KLINGEBIEL A. (1971) - Preliminary investigation of the surficial sediments in the Cap Breton Canyon (South West France) and the Surrounding Continental Shelf
Mar. Geol., vol. 10, pp. M27-M32.
- ANDREWS J.T. et SHIMIZU K. (1966) - Three dimensional vector technique for analyzing till fabrics : discussion and Fortran program
Geogr. Bull., vol. 8, N° 2, pp. 151-165.
- BERTHOIS L. (1959) - Techniques de l'analyse granulométrique
C.D.U. édit., Paris, 64 pp..
- CAILLEUX A. et TRICART J. (1959) - Initiation à l'étude des sables et galets
C.D.U. édit., Paris, 3 vol..
- DAVIS M.W. et EHRLICH R. (1970) - Relationship between measures of sediment-size-frequency distributions and the nature of sediments
Geol. Soc. Amer. Bull., vol. 81, pp. 3537-3548.
- DOEGLAS D.J. (1971) - Q1.Md.Q3 indices showing grain-size distributions on maps.
Geol. en Mijnb., vol. 50, N° 3, pp. 367-372.
- DUANE D.B. (1964) - Significance of skewness in recent sediments, Western Pamlico Sound, North Carolina
Jnl. Sed. Pétr., vol. 34, N° 4, pp. 864-874.

- FLOREA N. (1965-1966) - Un sistem de indici granulometrici pentru caracterizarea sedimentelor
Dari de Seama de Sedimentelor, (Roumanie), vol. 53, N° 1,
pp. 54-75 (en roumain).
- FOLK R.L. et WARD W.C. (1957) - Brazos River Bar : a study in the significance of grain-size parameters
Jnl. Sed. Petrol., vol. 27, n° 1, pp. 3-26.
- FRIEDMAN G.M. (1961) - Distinction between dune, beach, and river sands from their textural characteristics
Jnl. Sed. Petrol., vol. 31, pp. 514-529.
- FRIEDMAN G.M. (1962) - Sorting, sorting coefficients and the lognormality of the grain-size distribution of sandstones
Jnl. Geol., vol. 70, pp. 737-753.
- GREENMAN N.N. (1951) - The mechanical analyses of sediments from thin section data
Jnl. Geol., vol. 59, pp. 447-462.
- HARRIS S.A. (1958 - a) - Probability curves and the recognition of adjustment to depositional environment
Jnl. Sed. Petrol., vol. 28, pp. 151-163.
- INMAN D.L. (1952) - Measures for describing the size distribution of sediments.
Jnl. Sed. Petrol., vol. 22, pp. 125-145.
- JONES T.A. (1970) - Comparison of the descriptors of sediments grain-size distributions.
Jnl. Sed. Petrol., vol. 40, N° 4, pp. 1204-1215.

- KLOVAN J.E. (1966) - The use of factor analysis in determining depositional environments from grain-size distributions
Jnl. Sed. Petrol., vol. 36, N° 1, pp. 115-125.
- KRUMBEIN W.C. (1934) - Size frequency distribution of sediments
Jnl. Sed. Petrol., vol. 4, N° 2, pp. 65-77.
- KRUMBEIN W.C. (1935) - Thin section mechanical analysis of indurated sediments
Jnl. Geol., vol. 43, pp. 482-496.
- KRUMBEIN W.C. (1936 -a) - Application of logarithmic moments to size frequency distributions of sediments
Jnl. Sed. Petrol., vol. 6, pp. 35-47.
- KRUMBEIN W.C. (1936 -b) - The use of quartile measures in describing and comparing sediments
Am. Jnl. Sci., 5ème Sér., vol. 31-32, pp. 98-111.
- KRUMBEIN W.C. (1955) - Graphic representation and statistical analysis of sedimentary data, in Symposium on Recent Marine Sediments.
P. D. Trask edit., reprinted by Soc. of Econ. paleontol. and mineral., special publication, N° 4, pp. 558-591.
- MONJALLON A. (1963) - Introduction à la méthode statistique
4ème édition - Librairie Vuibert, Paris - 280 pp..
- MILLER R.L. et KAHN J.S. (1962) - Statistical analysis in the geological Sciences.
John Wiley and Sons, ed. N.Y., 483 pp.
- MOIOLA R.J. et WEISER D. (1968) - Textural parameters : an evaluation
Jnl. Sed. Petrol., vol. 38, N° 1, pp. 45-53.

- POMEROL Ch. (1961) - Etude sédimentologique et micropaléontologique des sables bruxelliens et lédiens à Forest
Bull. Soc. belge Geol., vol. 70, n° 2, pp. 151-165.
- POMEROL Ch. (1963) - Représentation graphique des granulométries exécutées avec la série des tamis AFNOR
Cahiers Geol., vol. 72-73, pp. 813-818.
- RIVIERE A. (1960) - Généralisation de la méthode des faciès granulométriques par extension de la notion d'indice d'évolution. Détermination de celui-ci.
C.R. Ac. Sci. 25 avril 1960, pp. 2917-2919.
- RIVIERE A. (1952) - Expression analytique générale de la granulométrie des sédiments meubles. Indices caractéristiques et interprétation géologique. Notion de faciès granulométriques.
Bull. Soc. Géol. Fr., 6ème série, 2, vol. n° 1-3, pp. 155-167.
- RIVIERE A. (1953) - Méthodes d'interprétation de la granulométrie des sédiments meubles.
Rev. Inst. Fr. Pétro., numéro spécial, pp. 102-107.
- ROZHKOV G.F. et TROFIMOVA Z.M. (1968) - Statistical analysis of grain-size data using a digital computer.
Lito. Polezn. Iskop., trad. anglaise, n° 2, pp. 142-147.
- SCHLEE J. et WEBSTER J. (1967) - A computer program for grain-size data
Sedimentology, vol. 8, pp. 45-53.
- TRASK P.D. (1932) - Origin and environment of source sediments of pétroleum
Gulf publishing Co, Houston, Texas, U.S.A., 323 pp.