BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES

SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL B.P. 6009 - 45 Orléans (02) - Tél.: (38) 66.06.60

MÉTHODES D'INTERPRÉTATION DE POMPAGES D'ESSAI EN NAPPE LIBRE

par M. BONNET, J. FORKASIEWICZ, P. PEAUDECERF



Département HYDROGÉOLOGIE B.P. 6009 – 45 Orléans (02) – Tél.: (38) 66.06.60

70 SGN 359 HYD

Décembre 1970

RESUME

La plupart des schémas hydrauliques, dérivés de l'analyse de THEIS, élaborés pour interpréter les données des pompages d'essai en vue d'évaluer les paramètres des couches aquifères sont conçus pour les nappes captives (1). Leur application dans les conditions des nappes libres est une approximation souvent admissible, mais pouvant aussi entraîner des erreurs inacceptables (notamment dans l'estimation du coefficient d'emmagasinement) et aux conséquences pratiques graves pour les prévisions d'exploitation.

Plusieurs méthodes ont été élaborées, à des dates récentes, qui tiennent compte de l'une ou l'autre des différences de conditions caractérisant les nappes libres par rapport aux nappes captives :

tridimensionnalité de l'écoulement au voisinage d'un puits
variation de la transmissivité avec le rabattement
retard de désaturation de l'aquifère

L'objet de ce rapport est d'exposer ces méthodes, en indiquant leurs conditions d'application et en les illustrant par des exemples concrets.

Cette étude a été réalisée à la fois dans le cadre des travaux méthodologiques du département d'hydrogéologie et dans celui de l'opération de "Recherches sur le coefficient d'emmagasinement appliquées aux réserves des nappes libres" entreprises pour la D.G.R.S.T. (Action concertée EAU).

(1) cf rapport BRGM 69 SGL 293 HYD

"Interprétation des données des pompages d'essai pour l'évaluation des paramètres des aquifères AIDE-MEMOIRE" par J. FORKASIEWICZ

Т

.../...

INTRODUCTION

- 1. GENERALITES HYPOTHESES FONDAMENTALES
 - 1.1. Présentation du problème
 - 1.2. Les hypothèses fondamentales qui permettent une résolution analytique des problèmes d'écoulement en nappe libre
 - 1.2.1. La condition de surface libre : lère hypothèse simplificatrice Notion de porosité efficace
 - 1.2.2. 2ème hypothèse simplificatrice l'hypothèse de DUPUIT (ou de bidimensionnalité)
 - 1.2.3. 3ème hypothèse simplificatrice l'hypothèse de rabattement faible
 - 1.3. <u>Les conditions aux limites qui permettent une résolution analytique</u> des problèmes d'écoulement autour d'un puits en pompage
 - 1.4. Présentation des méthodes d'interprétation des pompages d'essai en nappe libre
- 2. <u>METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA COMPOSANTE VERTICALE DE LA</u> VITESSE AU VOISINAGE DU P<u>UITS</u>
 - 2.1. Equation de BOULTON
 - 2.1.1. Conditions du calcul
 - 2.1.2. Equations de l'écoulement
 - 2.1.3. Solution du système d'équations
 - 2.1.4. Valeurs numériques
 - 2.1.5. Cas de milieux anisotropes
 - 2.1.6. Etude de la remontée après un pompage
 - 2.1.7. Rabattement au puits de pompage
 - 2.2. Application à l'interprétation d'essais de pompage

2.2.1. Méthodes d'interprétation

- 2.3. Etude critique de la méthode
 - 2.3.1. Critiques théoriques
 - 2.3.2. Critiques d'ordre pratique

2.4. Conclusion

- 3. <u>METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA DIMINUTION DE TRANSMISSIVITE</u> <u>DUE AU RABATTEMENT DE LA NAPPE</u>
 - 3.1. Elaboration de la méthode
 - 3.1.1. Rappel de l'approche de l'équation de THEIS
 - 3.1.2. Introduction de l'effet du rabattement
 - 3.1.3. Procédé itératif
 - 3.2. Application à l'interprétation de pompages d'essai
 - 3.3. Critique de la méthode
- 4. <u>METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DU DEBIT RETARDE DU A LA ZONE</u> <u>NON SATUREE</u>
 - 4.1. Equation du rabattement
 - 4.2. Application à l'interprétation de pompages d'essai
 - 4.2.1. Méthode d'interprétation
 - 4.2.2. Remarques
 - 4.2.3. Utilisation de la méthode
- 5. <u>METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA PRESENCE D'UNE STRATE</u> <u>CONDUCTRICE</u> D'EAU PRIVILEGIEE
 - 5.1. Considérations théoriques
 - 5.1.1. Formule de base
 - 5.1.2. Schematisation
 - 5.1.3. Durée du palier
 - 5.2. Interprétation de pompages d'essai

CONCLUSIONS GENERALES

EXEMPLE D'APPLICATION n° 1 - Méthode de BOULTON tenant compte de l'égouttement EXEMPLE D'APPLICATION n° 2 - Méthode de BERKALOFF tenant compte de la présence d'une strate conductrice

LISTE DES FIGURES ET PLANCHES

Figure	1 .	Définition des domaines d'écoulement et des équations qui le régissent
Figure	2	Coefficient de correction pour $\tau < 0,05$
Figure	3	Coefficient de correction pour $\tau > 5$
Figure	4	"Sans parole"
Figure	5	Courbe permettant d'estimer le temps à partir duquel le retard dû à l'égouttement cesse d'avoir une influence
Figure	6	Relation entre l'indice de retard et la nature litholo- gique de la formation aquifère
Figure	7	"Sans parole"
Figure	8	Schématisation des variations du rabattement en fonction du temps

Planche 1Courbes de BOULTON-SHALLMAN - Effets des écoulements
verticauxPlanche 2Courbes de GLOVER-BITTINGER - Effets de la baisse du
niveauPlanche 3Courbes de BOULTON - Effets de l'égouttement

III

NOTATIONS

1

/..,

• •

В	paramètre d'égouttement = $\sqrt{T/\alpha S'}$
C _f	facteur correctif
F(x) = W(1/x)	fonction de puits de THEIS
h et H	hauteur de la surface libre par rapport au substratum
Ho	hauteur initiale au repos
H p	hauteur de l'eau dans un puits
$J_{o}(\mathbf{x})$	fonction de BESSEL de première espèce d'ordre O
K	coefficient de perméabilité (ou perméabilité de DARCY) du milieu aquifère
K _v ou K _z	coefficient de perméabilité verticale
$K_o(x)$	fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce d'ordre O
Q	débit de pompage
q	débit élémentaire
r	distance radiale
S	coefficient d'emmagasinement instantané
St	coefficient d'emmagasinement retardé
S	rabattement
T	transmissivité initiale T = KH_o
t	temps à partir du début du pompage
$u = \frac{r^2 S}{4 T t}$	
$u' = \frac{4 T t}{r^2 S}$	$u_1' = \frac{4 \mathrm{T} \mathrm{t}}{\mathrm{r}^2 \mathrm{S}'}$
v_{2} , v_{z}	vitesse d'écoulement radial, vertical
$w = \sqrt{u}$	

V (ρ,τ)	fonction de puits par gravité
W(u)	fonction de puits pour les aquifères étanches (fonction de THEIS)
Z	cote verticale d'un point

2

a

ψ

ρ

θ

τ

ω

inverse de l'indice de retard

 β, λ paramètres d'intégration

 $\phi(r,z,t)$ fonction potentiel

(chapitre 1 : succion (chapitre 3 : fonction introduite par GLOVER, rabattement réduit

 $\eta = 1 + S'/S$

distance réduite = $\frac{r}{H_0}$

 ε, μ_1 et μ_2 fonctions partielles définies en son temps

teneur en eau de la zone non saturée

temps réduit = $\frac{Kt}{SH_{o}}$

paramètre = $\frac{Q}{2 \pi K H_0^2}$

porosité du milieu aquifère

σ

INTRODUCTION

L'application des théories de l'hydrodynamique des écoulements en milieux poreux a permis aux hydrogéologues de faire de grands progrès dans la connaissance quantitative des couches aquifères, en particulier en permettant l'établissement des méthodes de pompage d'essai.

Mais l'importance de ces progrès ne doit pas masquer les incertitudes et les approximations qui demeurent dans ce domaine malgré l'existence de nombreuses formulations analytiques qui peuvent donner l'illusion d'une fausse rigueur.

En effet, on sait que la plupart de ces formules ne s'appliquent que dans des conditions très restrictives. En particulier, la plupart d'entre elles, et en tous cas les plus anciennes et les plus classiques, impliquent, plus ou moins directement, que l'écoulement se produise en milieu aquifère captif.

Pourtant on connaît l'importance pratique des écoulements en nappe libre. Cette importance explique que les praticiens essaient très souvent, faute de mieux, d'appliquer à ces écoulements la méthodologie mise au point pour les écoulements captifs.

Si cette approche peut parfois être justifiée et représente une bonne approximation, ce n'est pas toujours le cas et des résultats obtenus ainsi peuvent apparaître incohérents ou conduire à des calculs prévisionnels manifestement erronés.

Devant de tels inconvénients, il est apparu nécessaire de mieux analyser le problème et de définir des méthodes permettant de le traiter de façon encore économique, mais avec plus de rigueur. Nous avons limité cette étude aux milieux isotropes. C'est l'ensemble de ces méthodes, généralement récentes, qui sont présentées dans ce rapport.

Une première partie rappelle brièvement les fondements théoriques généraux qui leur sont communs. Puis chacune d'entre elles fait l'objet d'un chapître détaillé.

En annexe, sont groupés des exemples d'application sur des cas réels.

1. GENERALITES - EQUATIONS FONDAMENTALES

1.1. Présentation du problème

On distingue traditionnellement dans les aquifères dits libres deux domaines d'écoulement en continuité physique parfaite mais qui font traditionnellement l'objet de méthodes d'études différentes tant sur le plan pratique que théorique.

La figure 1 schématise la définition de ces deux domaines.



FIGURE 1

Définition des domaines d'écoulement et des équations qui les régissent

. Le <u>domaine saturé</u> est compris entre le substratum (que nous réputerons ici étanche) de l'aquifère et la surface lieu des points où l'eau contenue dans les pores du terrain se trouve à une pression égale à la pression atmosphérique. Par définition cette surface est appelée "surface libre de la nappe" (sous entendu : "en milieu saturé").

4

Dans ce domaine l'écoulement est monophasique et régi par les équations fondamentales suivantes :

. teneur en eau $\theta = \omega$ porosité (en tous points)

$$\vec{\mathbf{v}} = -\mathbf{K} \text{ grad } \mathbf{\phi}$$
 (loi de DARCY)

avec $\phi = \frac{p}{\rho g} + z$ (potentiel)

(1) . S $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ = div (K grad ϕ) (équation différentielle de l'écoulement)

<u>Le domaine non saturé</u> est compris entre la surface libre et la limite supérieure de la formation aquifère. Dans ce domaine l'écoulement est essentiellement diphasique (air-eau) et régi au moins en première approximation (*) par les équations fondamentales suivantes :

. teneur en eau $\theta < \omega$. succion de l'eau $\phi = -pe/\rho g = \phi(\theta)$. perméabilité à l'eau K = K(θ) . $\vec{v} = -K(grad \phi)$ loi de DARCY avec $\phi = -\psi + z$ (2) . $\frac{\partial \theta}{\partial t} = div(K grad \phi)$

En théorie, la seule façon rigoureuse d'aborder les problèmes d'écoulement en aquifères libres serait de raisonner sur l'ensemble des deux domaines physiquement indissociables qui viennent d'être définis cidessus.

Mais on aurait alors à manipuler simultanément deux équations différentielles de type assez différent et dont la seconde surtout (équation de l'écoulement en milieu non saturé) présente de grandes difficultés d'intégration du fait de sa non linéarité (K et ϕ fonctions de θ).

Traditionnellement on a donc toujours cherché à s'affranchir de cette difficulté en ne considérant que l'écoulement dans le domaine saturé (encore appelé nappe libre) et par conséquent la seule équation linéaire et parabolique qui le régit. On essaie parfois de prendre en compte l'influence de la zone non saturée sous la forme d'une <u>condition à la limite</u> appliquée à la surface libre : ou <u>condition de surface libre</u>.

La plupart des méthodes que nous exposerons suivent cette démarche théorique. Il faut bien voir qu'elle ne constitue qu'une approximation dont la validité repose essentiellement sur la validité de la condition de surface libre qui sera admise.

* Nous présenterons seulement ici les équations les plus classiques en hydrologie qui sont basées sur l'hypothèse que le fluide air est toujours immobile et à pression constante (= p atmosphérique).

5

- 1.2. Les hypothèses fondamentales qui permettent une résolution analytique des problèmes d'écoulement en nappe libre
 - 1.2.1. <u>La condition de surface libre</u> : <u>lère hypothèse simplificatrice</u> -Notion de porosité efficace

Dans la démarche dont le principe vient d'être énoncé ci-dessus il faut définir précisément la condition de surface libre de façon à pouvoir l'exprimer sous forme analytique.

L'hypothèse la plus couramment admise consiste à poser que le domaine non saturé ne contient que de l'eau à saturation résiduelle, encore que la zone non saturée échange instantanément au niveau de la surface libre la fraction dite gravitaire de l'eau contenue dans l'aquifère (qui en chaque pore est égale à la porosité efficace : ω_{eff} = porosité totale - teneur en eau résiduelle), voir figure 1.

Dans cette hypothèse on aurait donc à tout instant dans l'aquifère un profil θ (z) présentant une brusque discontinuité au niveau de la surface libre (ou plutôt de la surface capillaire) comme schématisé sur la figure 1. (profil hydrique en pointillé).

On voit donc que cette hypothèse est assez schématique et, on le sait, sans doute d'autant plus fausse que le terrain présente des pores plus fins.

Dans ces conditions le problème est théoriquement bien posé. On a deux inconnues : la répartition du potentiel dans le domaine, et la forme de la surface libre qui limite en partie ce domaine, et deux équations : l'équation fondamentale de l'écoulement dans le domaine et la condition de surface libre. Malheureusement cette dernière est une équation différentielle pratiquement inintégrable analytiquement.

Pour résoudre le problème on est donc obligé de faire intervenir d'autres hypothèses simplificatrices dont les deux principales sont dans l'ordre de simplification croissante :

1.2.2. <u>2ème hypothèse simplificatrice : l'hypothèse de DUPUIT (ou de bidimensionnalité)</u>

On sait que l'hypothèse de DUPUIT consiste à admettre que la composante verticale des vitesses est partout faible ou autrement dit que l'écoulement est bidimensionnel dans le plan (x, y). Dans cette hypothèse, on a :

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

ce qui entraîne :

- la pression est hydrostatique dans tout le domaine

- le potentiel $\phi \neq = h$ (cote de la surface libre) sur toute verticale

Si l'on considère d'autre part que la vitesse d'avancée de la surface libre est régie par la loi de DARCY et si l'on se rappelle que sur la surface libre p = 0 la condition de surface libre s'exprime :

$$\begin{cases} (3) \quad p = 0 \quad \text{et} \quad \frac{dp}{dt} = 0 \\ (4) \quad \vec{u} = -\frac{K}{\omega_{eff}} \text{ grad } \phi \\ \text{soit en explicitant } (3) \\ \vec{u} = -\frac{K}{\omega_{eff}} \text{ grad } \phi \\ \text{soit en explicitant } (3) \\ \vec{u} = -\frac{d}{\omega_{eff}} (\phi - z) = \frac{\delta(\phi - z)}{\partial t} + \vec{u} \cdot \text{grad } (\phi - z) = 0 \\ \text{et en remplaçant } \vec{u} \text{ par son expression } (4) \end{cases}$$

$$(5) \quad \omega_{eff} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = K \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + K \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + K \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 - K \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

ou en coordonnées cyclindriques :

$$\omega_{eff\frac{\partial\phi}{\partial t}} = \kappa \left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)^2 + \kappa \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 - \kappa \frac{\partial\phi}{\partial z}$$

Dans le cas général on aura donc à résoudre simultanément le système d'équations suivant :

 $\begin{cases} (1) & \operatorname{div} (\operatorname{K} \operatorname{grad} \phi) = \operatorname{S} \frac{\partial \phi}{\partial t} & \operatorname{valable pour tout le domaine saturé **} \\ (5) & \omega_{eff} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \operatorname{K} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \operatorname{K} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \operatorname{K} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - \operatorname{K} \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{cases}$

Equation applicable à la seule surface libre

Si de plus on remarque que du fait de la très faible compressibilité de l'eau et des terrains dans les conditions de nappe libre l'équation du mouvement dans le domaine saturé peut se simplifier (dans le cas d'un milieu homogène)en :

- (1) $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$
- * pour plus de détails voir mémento d'hydraulique souterraine (70 SGN 367 HID par M. BONNET)
- ** S est ici le coefficient d'emmagasinement dû à la décompression de l'eau et de la roche. Ici il est très faible.

7

soit sur la surface libre (et <u>pour un substratum horizontal</u> pris comme origine des potentiels)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \int_{0}^{h} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z^{2}} dz = - \int_{0}^{h} \left(\frac{\partial^{2} \phi}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \phi}{\partial y^{2}} \right) dz$$
$$= -h \left(\frac{\partial^{2} \phi}{\partial x^{2}} \right) + \left(\frac{\partial^{2} \phi}{\partial y^{2}} \right)$$

expression qui n'est pas fonction de z et $\phi \#$ h

(5')
$$\frac{\omega_{eff}}{K} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2 + h\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)$$

ou encore :

(5')
$$\frac{\omega_{eff}}{\kappa}$$
 $\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (h^2) + \frac{\partial^2}{\partial h^2} (h^2) \right]$

Cette équation dite de FORCHEIMER,issue de la combinaison des hypothèses de désaturation instantanée, de DUPUIT et de substratum horizontal, permet d'appliquer aux écoulements à surface libre vérifiant ces hypothèses, toutes les solutions connues pour les nappes captives à condition de remplacer partout dans ces équations les termes $(h - h_0)$ par 1/2 $(h^2 - h_0^2)$, ou encore si ces solutions s'expriment en fonction du rabattement s, en remplaçant partout s par

$$s \operatorname{corrigé} = s - s^2/2b$$

(ho, représentant le potentiel initial, b l'épaisseur de l'aquifère)

1.2.3. 3ème hypothèse simplificatrice : l'hypothèse de rabattement faible

Si l'on admet, outre les hypothèses de DUPUIT (gradient faible) et FORCHEIMER (substratum horizontal), que h varie peu (selon x et y) c'està-dire qu'en tout point on a :

$$h = h + s$$

avec h = valeur moyenne de h

et s < h

on obtient en négligeant dans l'équation de FORCHEIMER (5') les termes du second ordre en s :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} = \frac{\omega_e}{T} \frac{\partial s}{\partial t} - \frac{q}{T}$$

avec T = K h

soit encore, puisque $h = s + C^{te}$

 $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{\omega_e}{T} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{q}{T}$

C'est une équation identique à celle qui régit les écoulements bidimensionnels en nappe captive à la signification physique près des termes suivants :

h	cote de la surface libre	2	potentiel hydraulique ou charge piézométrique
ω	porosité efficace	Ň	S coefficient d'emmagasinement

Le développement théorique précédent permet de faire plusieurs remarques d'intérêt pratique.

- 1. Quand on traite un problème d'écoulement à surface libre en prenant des solutions issues de la théorie applicable aux écoulements captifs et en assimilant la cote de la surface libre à la charge piézométrique, on admet implicitement toutes les hypothèses simplificatrices énoncées précédemment
- 2. En particulier quand un hydrogéologue baptise carte piézométrique une carte des hydroisohypses de la surface libre, il admet ces hypothèses.
- 3. Dans les problèmes d'écoulements à surface libre on a affaire à deux sortes de coefficient d'emmagasinement :
 - le coefficient d'emmagasinement de l'écoulement dans le milieu saturé qui représente le phénomène de décompression de l'eau et du terrain. Nous le noterons par la suite S.
 - le coefficient d'emmagasinement ou de désaturation de l'écoulement au droit de la surface libre ou porosité efficace qui représente le phénomène de désaturation. Nous le noterons par la suite S', et non ω_e pour simplification typographique.

1.3. Les conditions aux limites qui permettent une résolution analytique des problèmes d'écoulement autour d'un puits en pompage

Une fois posée une forme d'équation différentielle correspondant à certaines hypothèses physiques fondamentales, on sait qu'il faut pour en trouver une solution particulière analytique, fixer des conditions sur le milieu, des conditions aux limites et des conditions initiales.

Dans le cas des problèmes d'écoulement autour d'un puits en pompage on admet en général les conditions suivantes :

- 1. le milieu est infini
- 2. A l'instant initial le milieu est équipotentiel
- 3. A l'infini la charge demeure constante
- 4. L'écoulement possède la symétrie radiale : le puits est circulaire et équipotentiel à tout instant

9

1.4. <u>Présentation des méthodes d'interprétation des pompages d'essai en nappes</u> <u>libres</u>

Toutes les méthodes d'interprétation des pompages d'essai sont basées sur la comparaison de relevés expérimentaux avec une expression analytique, solution particulière d'une équation différentielle et par conséquent valable pour :

- les hypothèses physiques qui ont déterminé la forme de l'équation différentielle
- les conditions particulières qui ont déterminé la forme de la solution.

Dans le cas qui nous préoccupe, ces conditions seront toujours celles qui viennent d'être énoncées ci-dessus. Les méthodes se différencieront donc essentiellement par la nature des hypothèses physiques.

On peut donc les classer selon ce critère, ce qui est fait dans le tableau ci-dessous où la solution classique de THEIS est également mentionnée comme référence bien qu'elle ne fasse évidemment pas l'objet d'un exposé détaillé par la suite. On remarquera combien cette solution pourtant largement employée implique des <u>hypothèses physiques</u> très restrictives. Dans ces conditions il ne faut pas s'étonner qu'elle conduise parfois à des résultats aberrants.

C'est bien sûr pour éviter ces hypothèses que les autres méthodes ont été proposées. On voit toutefois qu'aucune ne les évite toutes.

METHODES	1 Hypothèse de désaturation instantanée	2 Hypothèse de DUPUIT	3 Hypothèse de rabattement faible
THEIS	OUI	OUI	OUI
THEIS avec correction	OUI	OUI	NON
BOULTON	OUI	OUI	OUI
GLOVER et BITTINGER	OUI	OUI	NON (transmissivité verticale)
BOULTON égouttement	NON (par artifice)	OUI	OUI
BERKALOFF	NON (par artifice)	OUI (pour la strate conductrice)	NON (tant qu'il n'y a pas dénoyage de la strate)

10

2. <u>METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA COMPOSANTE VERTICALE DE LA VITESSE AU VOISINAGE DU PUITS</u> d'après N.S. BOULTON (réf. 1)

L'application à une nappe libre de l'intégrale exponentielle développée par THEIS pour les aquifères captifs peut être tentée. Si les rabattements sont relativement faibles, son emploi sera satisfaisant. Mais si au voisinage du puits la composante verticale de la vitesse ne peut plus être négligée, la formule de THEIS qui n'en tient pas compte conduira à des erreurs grossières. La composante verticale dans l'écoulement total près du puits est surtout importante à la partie supérieure de l'aquifère, au voisinage de puits profonds et en début de pompage ; c'est cette période qui nous intéressera en premier lieu.

N.S. BOULTON (1) pour étudier cet effet considère le facteur $\tau = \frac{Kt}{SH_o}$ qui est fonction du temps certes, mais aussi de la perméabilité, du coefficient d'emmagasinement et de la hauteur mouillée initiale.

Il montre que la formule de THEIS donne de bons résultats, même en début de pompage, si τ est supérieure à 5 donc pour des formations aquifères peu épaisses et très perméables. Or en pratique τ peut varier entre une petite fraction de 1 et plusieurs centaines. La méthode proposée permettrait d'évaluer les coefficients des aquifères pour toutes les valeurs de τ c'està-dire sans être limité aux pompages de longue durée et aux formations aquifères perméables et peu épaisses. Auparavant ceci ne pouvait être effectué que pour des écoulements permanents. La méthode de BOULTON est basée sur une solution qui ne satisfait rigoureusement les conditions aux limites soit, à la surface libre et au puits, que pour les rabattements faibles par rapport à la puissance de la nappe. C'est pourquoi, dans certains cas, on devra introduire des corrections pour limiter l'importance des approximations.

2.1. Equations de BOULTON

2.1.1. Conditions du calcul

Rappelons les hypothèses que suppose la solution de BOULTON :

- l'aquifère est supposé homogène, isotrope, d'extension latérale infinie. Son substratum est imperméable et horizontal.
- le puits pénètre l'aquifère dans toute son épaisseur.
- le coefficient d'emmagasinement S' est constant dans le temps et l'espace. L'eau produite provient uniquement de la baisse du niveau de l'eau que l'on suppose sans retard. S' est donc égal à ω_{eff}
- l'écoulement dans l'aquifère obéit à la loi de DARCY.
- on suppose que toute réalimentation durant le pompage est négligeable
- initialement la nappe est au repos.
- à partir du temps t = 0, on pompe dans le puits à débit constant Q

2.1.2. Equations de l'écoulement

On a vu dans le premier chapître comment la loi de DARCY et l'équation de continuité permettait d'écrire l'équation régissant les écoulements en coordonnées cylindriques centrées sur le puits :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{K}{S}, \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \qquad (5)$$

équation différentielle non linéaire et difficilement résoluble. Cependant si la variation dans l'espace de la charge est peu importante, les termes de degré deux sont négligeables et l'équation se réduit à l'équation linéaire :

 $\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{K}{S}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \qquad (6)$

qui est acceptable si $H_o-H_p < 0.5$ H_o

Avec les conditions-limites suivantes :

1.
$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \mathbf{o}) = \mathbf{H}_{\mathbf{o}}$$

- 2. A grande distance $\phi(\infty, z, t) = H_0$
- 3. Au substratum imperméable $\partial \phi$ (r, o, t)/ ∂ z = 0
- 4. On peut avoir une condition de niveau ou une condition de débit soit $\phi = H_p$ pour $r = r_p$ et $0 \le z \le H_p$

En pratique on a plus souvent à faire à un débit constant. La solution est d'ailleurs plus aisée à évaluer numériquement. Il faut cependant, même dans ce cas, simplifier cette condition aux limites.

On suppose que le rayon du puits est infiniment petit, que toutes les parties initialement immergées du puits restent actives, et non pas seulement celles au droit de la zone saturée au temps t, et que chaque élément de longueur produit un débit identique.

Ainsi l'équation (7) est remplacée par :

 $Q = 2 \Pi K H_0 r \frac{\partial \phi}{\partial r}$ quand $r \rightarrow 0$ et pour $0 \le z \le H_0$

Ces approximations peuvent entraîner des erreurs et l'on devra dans certains cas introduire un facteur rectificatif.

L'équation (6) reste difficile à résoudre en pratique sinon en théorie. Dans la plupart des cas le rabattement étant faible devant la puissance de la nappe, on peut effectuer le calcul de (6) en supposant que $z = H_0$.

2.1.3. Solution du système d'équations

Dans ces conditions on peut obtenir une solution de ce problème en appliquant les transformations de LAPLACE, de HANKEL et la transformation finie du cosinus de FOURIER :

$$s = H_{o} - H = \frac{Q}{2\Pi K H_{o}} \int_{o}^{\infty} \frac{J_{o} (\beta r)}{\beta} \left[1 - \frac{Ch \beta z}{Ch \beta H_{o}} e^{-\frac{K}{S} t \beta th (\beta H_{o})} \right] d\beta \dots (8)$$

où Jo représente la fonction de BESSEL de première espèce d'ordre zéro.

Considérant comme nous l'avons établi auparavant que le rabattement est faible, on peut faire en première approximation dans l'équation (8), z égal à H_0 et :

$$s = \frac{Q}{2\Pi T} \int_{\beta}^{\infty} \frac{J_{o}(\beta r)}{\beta} \left[1 - e^{-\frac{K}{S}, t\beta th(\beta H)} \right] d\beta$$

ou en posant :

$$\rho = \frac{r}{H_{o}} \qquad \tau = \frac{Kt}{SH_{o}} \qquad \lambda = \beta H_{o}$$

$$s = \frac{Q}{2\Pi T} \int_{0}^{\infty} \frac{J_{o}(\lambda \rho)}{\lambda} \left[1 - e^{-\tau \lambda th(\lambda)} \right] \qquad d\lambda \qquad \dots \dots \dots \dots (9)$$

que l'on note couramment :

$$s = \frac{Q}{2IIT} V (\rho, \tau)$$
 (10)

Pratiquement pour réduire l'effet des différentes approximations on introduit un facteur correctif et l'expression générale est alors :

$$s = \frac{Q}{2\Pi T} V(\rho, \tau) (1 + C_f) \dots (11)$$

2.1.4. Valeurs numériques

2.1.4.1. <u>Fonction V (ρ, z) </u>

Suivant les valeurs de τ , certains termes de la fonction V (ρ ,z) peuvent être pratiquement négligés. Notamment si τ est suffisamment grand ($\tau > 5$) il y a presque coïncidence entre 2 V et la fonction de THEIS des aquifères captifs W (u). STALLMAN (réf.2) a évalué dans les différents cas les valeurs de l'équation de BOULTON.

On trouvera ces résultats rassemblés sur le graphique de la planche I.

On peut aussi utiliser les formes approchées ci-après :

a/ pour $\tau < 0,05$

 $V(\rho,\tau) \# \operatorname{arg sh}(1/\rho) + \operatorname{arg sh}(\tau/\rho) - \operatorname{arg sh}(1+\tau)/\rho$

b/ pour $\tau < 0,01$

$$V(\rho,\tau) \neq \arg \operatorname{sh} (\tau/\rho) - \tau/\sqrt{1+\rho^2}$$

c/ pour
$$\tau < 0,01$$
 et $\tau/\rho > 10$

$$V(\rho,\tau) \neq \log(2 \tau/\rho)$$

d/ pour $\tau > 5$

ou

courbes.

$$\pi(\rho,\tau) \neq 0,5 \quad W(\rho^2 / 4\tau)$$

$$V(\rho,\tau) \neq 0,5 (-0,5772 - \log u + u - \frac{u^2}{h} + ...)$$

2.1.4.2. Coefficients de correction

Suivant les valeurs de t on peut considérer trois cas :

<u>CAS 1</u> τ < 0,05

Le coefficient C_f est fonction de la distance réduite de ρ mais aussi du débit, par le rapport Q/K H²₀, du niveau dans le puits de pompage par h_p/H₀, du rayon de ce puits par $\Pi r_p/2H_0$

Ses valeurs sont groupées sur le graphique de la figure 1 pour deux valeurs de $\frac{\Pi r_p}{2H_o}$ et 6 valeurs de $\frac{\Pi R_p}{KH_o^2}$

Si nécessaire on procède par interpolation entre ces différentes



-0.30 3-0.25 . રે-0.20 Sev -0.15ò -0.10 % -0.05 locteur 0 +0.05 +0.10 0.03 0.05 010 030 0.50 1.00 3.00 Valeur de P

FIGURE 2



<u>CAS 2</u> 0,05 ≤ τ ≤ 5

Dans les cas pratiques ($\rho \ge 0,2$), il semble que la correction nécessaire ne dépasse pas 6 % et donc qu'elle puisse être négligée.

<u>CAS 3</u> τ > 5

On sait que la fonction V (ρ,τ) est alors équivalente à 0,5.W(u) où u = $\frac{\rho^2}{h_{\tau}}$

W(u) est développable suivant la série (-0,5772-log u+u- $\frac{u^2}{h}$ +...) et <u>si u est petit</u> ou peut se contenter de l'approximation de JACOB soit :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[-0,5772 - \log u \right] = \frac{Q}{4\pi T} \log \frac{0,562}{u}$$

ou si on pose :

$$= 1,5 \sqrt{\tau}$$

 $u = \rho^2/4 \tau$

comme

 $s = \frac{Q}{2\Pi T} \log \rho_e / \rho$

Or cette équation est utilisée pour représenter le rabattement de la surface libre en régime permanent, ρ étant alors un rayon d'alimentation. Cette équation n'est rigoureuse que lorsque le rapport du rayon du puits sur la puissance de la nappe r_{ρ} /H_o = 0,11. Pour d'autres valeurs de ce rapport, on doit introduire une correction.

Du fait de l'identité des relations on peut appliquer cette correction aux régimes non permanents. La figure 3 fournit la valeur du coefficient de correction C_f à considérer pour calculer le rabattement par :

ou

$$s = \frac{Q}{2\Pi T} \quad V(\rho,\tau) \left[1 + C_{f} \right]$$

 $s = \frac{Q}{4\Pi T} \quad W(u) \quad \left[1 + C_{f}\right]$

 C_f est pratiquement indépendant du rapport h_p/H_o

Remarque importante

On peut rappeler que ces équations décrivent le comportement de la surface libre. Un piézomètre crépiné sur toute la hauteur de la nappe fournirait une pression plus faible que celle que l'on pourrait évaluer par ces équations, à moins que ce point d'observation soit situé à une distance r supérieure à 1,5 H_o .

2.1.5. Cas de milieux anisotropes

où

Si la perméabilité verticale K_{g} est différente de la perméabilité horizontale K_{p} , la solution de l'équation a une forme identique :

$$s = \frac{Q}{2 \, \text{II} \, \text{K}_2 \, \text{H}_0} \quad \text{V} (\rho', \tau') (1 + C_f)$$
$$\tau' = \frac{\text{K}_z t}{\text{S'H}_0} \quad \text{et} \quad \rho' = \frac{r}{\text{H}_0} \, \sqrt{\text{K}_z/\text{K}_r}$$

2.1.6. Etude de la remontée après un pompage

Si τ et τ ' sont les temps réduits comptés à partir du début et de la fin du pompage, le rabattement résiduel de la surface libre est déterminé à partir de l'équation :

$$s = \frac{Q}{2\Pi T} \left[V (\rho, \tau) - V (\rho, \tau') \right]$$

2.1.7. Rabattement au puits de pompage

L'établissement de la formule de BOULTON a exigé des conditions aux limites et notamment au puits, assez approximatives (voir plus haut). On ne peut donc déduire théoriquement la valeur du niveau au puits, de l'équation générale. BOULTON propose un calcul approximatif pour évaluer ce niveau.

Il considère et celà peut être jugé arbitraire, que c'est le fond du puits seul qui a comme charge le niveau constant h_p . Ainsi faisant z = o et H = H_p dans l'équation (8) et en posant aussi :

$$\tau_{\rm p} = \frac{r_p}{H_{\rm o}}, \quad \tau = \frac{Kt}{SH_{\rm o}} \quad \text{et} \quad \lambda = \beta H_{\rm o}$$

il obtient :

$$s_{p} = H_{o} - H_{p} = \frac{Q}{2\Pi T} \int_{0}^{\infty} \frac{J_{o}(\lambda \rho_{p})}{\lambda} \left[1 - \frac{1}{Ch\lambda} e^{-\tau \lambda th(\lambda)} \right] d\lambda \quad (12)$$

BOULTON estime que le niveau ainsi estimé est surévalué de 1 % pour les petites valeurs de τ et pour H_p/H_o = 0,8.

Cette expression a été calculée pour quelques valeurs de τ et mise sous la forme :

$$s = H_o - H_p = \frac{Q}{2\Pi T} (m - \log \rho_p)$$

avec :

$$p_p = r_p / H_c$$

ainsi :

τ =	5,0	1,0	0,2	0,05
m =	1,288	0,512	0,087	-0,043

- pour les τ faibles ($\tau < 0,05$)

on pourra utiliser cependant la formule générale :

$$s = \frac{Q}{2 \pi T} \quad V(\rho_p, \tau) (1 + C_f)$$

- pour les τ importants ($\tau > 5$)

le rapprochement avec les écoulements permanents sera possible et

$$H_{o}^{2} - H_{p}^{2} = \frac{Q}{\Pi K} \log(1.5 \sqrt{\tau/\rho_{p}})$$

2.2. Application à l'interprétation des pompages d'essai

Les valeurs de ces fonctions ont été calculées dans un large domaine par STALLMANN (réf. 2). Nous avons groupés dans le tableau 1, la valeur de la fonction de BOULTON notée sous la forme V (ρ, τ)

pour $10^{-4} \le \tau \le 17,78$ et $10^{-3} \le \rho \le 10$

A la planche I, on a tracé sur graphique logarithmique les variations de cette fonction ou plutôt 2 V(ρ,τ) en fonction de u' = 1/u pour différentes valeurs de ρ

> On peut rappeler que u' = $\frac{4\tau}{\rho^2} = \frac{4Tt}{r^2S}$, et que le rayon réduit $\rho = r/H_0$

2.2.1. Méthodes d'interprétation

On peut tenter d'interpréter des pompages d'essai en nappe libre au moyen de ces courbes. Il suffit de procéder avec 2 $V(\rho,\tau)$ comme l'on procède pour les nappes captives avec la fonction de THEIS W(u). On porte les rabattements s en fonction de t sur un diagramme logarithmique et par glissements parallèles aux axes du graphique, on détermine T et S pour que la courbe expérimentale coïncide au mieux avec la courbe théorique correspondant au ρ convenable.

Il est un autre moyen évoqué par STALLMAN (réf. 2) pour calculer T et S c'est de porter le rabattement s en fonction du rayon. L'intérêt pratique de cette méthode est faible. Il est peu concevable que l'on dispose de suffisamment de points d'observation pour construire avec précision une courbe s(r) à t constant. Nous n'en parlerons donc pas davantage ici.

2.3. Etude critique de la méthode

2.3.1. Critiques théoriques

Nous n'évoquerons pas les hypothèses de départ qui bien que schématiques, sont communes à toutes les mises en équations des écoulements, disponibles à ce jour.

La forme de la fonction de BOULTON est obtenue après une succession de démarches simplificatrices dont le bien fondé n'est pas toujours évident. Et c'est au voisinage du puits qu'elles sont plus importantes.

Notons entre autres :

- . la suppression dans l'équation différentielle initiale des termes non linéaires
- . la schématisation des écoulements au puits de pompage
- . le fait de remplacer la cote z de la surface libre par sa valeur maximum H_o dans l'expression de la fonction.

Ces approximations sont en partie corrigées par l'introduction des facteurs proposés. Il est difficile d'en tenir compte pour l'interprétation de pompage d'essais comme on pourrait le faire pour un calcul de prévision. Il semble qu'au voisinage du puits la fonction de BOULTON soit vraiment inefficace pour représenter les écoulements. C'est aussi l'opinion de STALLMAN qui a expérimenté la méthode sur divers cas.

2.3.2. Critiques d'ordre pratique

En pratique cette méthode présente de sérieux inconvénients. L'analyse des courbes 2 $V(\rho,\tau)$ en fonction de u' construit au moyen des nombreuses valeurs calculées par STALLMAN et ignorées par l'inventeur de la fonction, BOULTON, montre que le domaine d'application est très limité. En effet pour les faibles valeurs de ρ les courbes sont pratiquement identiques et de faibles courbures et l'on peut en générer toute la famille par des translations à partir de l'une d'elles. Lorsque l'on tentera de faire coıncider la courbe expérimentale avec l'une de ces courbes théoriques, on rencontrera une indétermination prohibitive sur T et T/S. A l'opposé pour les p importants, la fonction $2V(\rho,\tau)$ coîncide avec la fonction de THEIS qui ne tient pas compte de la composante verticale des vitesses. L'influence de la surface libre qui doit être faible n'est pas prise en compte. Elle ne pourrait l'être que par des corrections. En tout cas la fonction de BOULTON perd alors de son intérêt. On a porté sur la planche I, la courbe classique de THEIS pour permettre la comparaison. Ainsi pratiquement la solution de BOULTON et son application par méthode graphique ne présente d'intérêt que pour z < ρ < 10. Par exemple, une nappe de 10 m de puissance pourrait être reconnue par ce moyen si le piézomètre d'observation est situé entre 30 et 100 m, ce qui interdit son application au voisinage même du puits où l'effet de la composante verticale est prépondérant. Ceci en limite beaucoup l'intérêt.

Ainsi parmi les nombreux pompages d'essai en nappe libre dont nous avions les données, il s'est avéré qu'aucun ne s'est montré interprétable par ce moyen. Nous recherchons toujours de tels essais. La formulation de BOULTON n'apporte pratiquement pas de progrès par rapport à la fonction de THEIS.

2.4. Conclusions

En résumé, nous pouvons dire que si N.S. BOULTON a contribué à cerner davantage les particularités des écoulements en nappe libre, la méthode d'interprétation de pompages d'essai, que l'on peut déduire de sa théorie apporte en fait peu d'améliorations par rapport à celle des courbes types de THEIS.

Un des résultats secondaires de ces recherches est l'étude de la validité de la fonction de THEIS. En effet la fonction de BOULTON est rigoureuse pour les grandes valeurs de ρ c'est-à-dire pour les points d'observation éloignés du puits de pompage. On pourra donc en déduire la distance minimale à laquelle elle est pratiquement confondue avec la fonction de THEIS. D'après STALLMAN cette distance réduite limite étant de dix, la formule de THEIS sera applicable si le piézomètre considéré est au moins à 10 H_o, H_o étant la puissance initiale de la nappe.

3. METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA DIMINUTION DE TRANSMISSIVITE DUE AU RABATTEMENT DE LA NAPPE d'après E. GLOVER et M.W. BITTINGER (réf.3)

Pour permettre l'intégration des équations décrivant les écoulements transitoires autour de puits en pompage, on suppose habituellement que la transmissivité est indépendante du temps. Cette condition est conforme à la réalité pour les nappes captives si elles ne sont pas désaturées. Dans le cas de nappes libres, la transmissivité décroît à mesure que le niveau de la nappe baisse, et seulement pour les aquifères de grande puissance, si le rabattement est faible vis-à-vis de cette épaisseur, on peut considérer la transmissivité comme approximativement constante. Mais pour les rabattements importants la formule de THEIS conduit à des résultats erronés.

GLOVER et BITTINGER (réf.3) ont présenté une méthode originale pour introduire cette variation de transmissivité.

3.1. Elaboration de la méthode

Les hypothèses de bases sont les hypothèses classiques rappelées dans le premier chapître :

- milieu aquifère d'extension infinie, homogène et isotrope reposant sur un substratum horizontal imperméable
- les écoulements sont pratiquement plans et radiaux. Ils obéissent à la loi de DARCY
- le niveau initial de la nappe est horizontal

De plus on suppose ici que le coefficient d'emmagasinement S' est constant. L'eau est libérée par la baisse de niveau de la nappe et S' est égal à la porosité efficace.

3.1.1. Rappel de l'approche de l'équation de THEIS

Pour obtenir la formule de THEIS, on peut procéder de la façon suivante.





Le débit q traversant une surface cylindrique de hauteur (H_o-s) et de rayon r autour du puits est :

Le gradient de ce débit par rapport à la distance est :

$$\frac{\partial q}{\partial r} = 2 \Pi K \frac{\partial}{\partial r} \left[r(H_o - s) \frac{\partial s}{\partial r} \right] \dots (14)$$

D'autre part on peut évaluer ce débit par la variation dans le temps des réserves d'eau du cylindre :

$$q = \int_{-\infty}^{\infty} 2 \pi r dr \quad S' \frac{\partial S}{\partial t} \qquad (15)$$

et

$$\frac{\partial q}{\partial r} = 2 \pi r S' \frac{\partial S}{\partial t} \qquad (16)$$

en combinant les équations (14) et (16) on obtient l'équation différentielle non linéaire fondamentale :

$$\frac{K}{S}, (H_o-s) = \left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r}\right) - \frac{K}{S}, \left(\frac{\partial s}{\partial r}\right)^2 = + \frac{\partial s}{\partial t} \qquad (17)$$

Cette équation étant difficilement intégrable il est courant de négliger s devant H_o c'est-à-dire de supposer que l'écoulement se produit sur toute la hauteur de l'aquifère,

et l'équation (13) est remplacée par $q = -2 \ \text{II} \ r \ H_0 K \frac{\partial s}{\partial r}$

l'équation différentielle obtenue est linéaire :

и

$$T/S'\left(\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \quad \frac{\partial s}{\partial r}\right) = \frac{\partial s}{\partial t} \qquad (18)$$

On en connaît une solution :

ou :

où W(u) est la fonction de THEIS

3.1.2. Introduction de l'effet du rabattement

Ceci pourra être fait, non pas en intégrant l'équation différentielle complète mais par une méthode de pas à pas qui permet d'aboutir à des équations de moins en moins approchées. Pour cela on donne à s une valeur arbitraire, on en déduit q par la première équation de base (13) ou l'une de ses formes intégrales ; cette valeur est ensuite introduite dans la deuxième équation de base (15) ou une de ses formes intégrales d'où s et ainsi de suite.

Pour appliquer ce principe on procède comme suit : on note w la racine de u :

$$w = \frac{r}{\sqrt{\frac{1}{4} T/S' t}}$$

1. En introduisant w dans l'équation (13), on obtient :

$$\frac{q}{\Pi K w} = -2 (H_o - s) \frac{\partial s}{\partial w} \qquad (20)$$

Si on intègre (20) :

0

$$\frac{q}{\Pi K} \frac{dw}{w} = - (H_o - s)^2 + Constante$$

or si w_1 tend vers l'infini (c'est-à-dire t $\rightarrow 0$ ou $r \rightarrow 0$), s tend vers 0, donc la constante = H_0^2

$$- \int_{W_1}^{\infty} \frac{q}{\Pi K} \frac{dw}{w} = (H_0 - s)^2 - H_0^2 \qquad (21)$$

On pose σ le rapport $\frac{Q}{2 \Pi K H_0^2}$ où Q est le débit constant fourni par le puits et (2 K Π H $_0^2$) est la quantité d'eau s'écoulant à travers la surface d'un cylindre de rayon H_o et de hauteur H_o sous l'action d'un gradient unitaire. On peut donc noter que le paramètre σ exprime le rapport entre le débit et la capacité de l'aquifère à transmettre l'eau.

En introduisant la constante σ dans l'équation (21) on peut exprimer $\frac{s}{H_{\alpha}}$ sous la forme

$$\frac{s}{H_o} = 1 - \sqrt{1 - 2\sigma} - \int_{W_1}^{\infty} \frac{dw}{w} \qquad (22)$$

à condition que la quantité sous radical soit positive ce qui correspond au fait que l'aquifère est capable de fournir le débit demandé.

On peut aussi l'écrire
$$\frac{s}{H_o} = \sigma \psi$$

u:
 $\psi = \frac{s}{\left(\frac{Q}{2\Pi K H_o}\right)} = \frac{1}{\sigma} \left(1 - \sqrt{1 - 2\sigma \left(\frac{\alpha}{Q} - \frac{dw}{w}\right)}\right) \dots (23)$

· 23

2. Opérons de façon comparable dans la 2ème équation de base, l'équation (15)

3.1.3. Procédé itératif

Celui-ci est effectué à partir des équations donnant ψ $(\frac{q}{Q})$ équation (23) et $\frac{q}{Q}(\psi)$, équation (24).

Notons premièrement que la suite des valeurs converge rapidement. GLOVER et BITTINGER l'ont vérifié pour différents w. Par exemple avec $\sigma = 0,1$.

	rabatte	s/H _o		
W .	lère itération	2ème itération	3ème itération	final
0,005	5,01	10,00	9,16	0,916
0,010	4,32	6,30	6,18	0,618
0,100	2,02	2,28	2,23	0,223

Pour avoir un bon point de départ on peut prendre le point correspondant aux hypothèses de THEIS c'est-à-dire en négligeant s devant H_o, soit :

on calcule $\frac{\partial s}{\partial r}$ par l'équation (19) et l'on porte cette valeur dans (13) en faisant (H_o - s) = H_o, l'on a alors en lère approximation :

$$\left(\frac{q}{Q}\right) = e^{-u_1} \qquad \dots \qquad (25)$$

portons cette valeur en (23)

qui s'écrit aussi $\psi_2 = \frac{1}{\sigma} \left(1 - \sqrt{1 - \sigma W(u_1)} \right)$ (27)

On peut continuer les itérations au-delà en intégrant les équations (23) et (24) graphiquement ou à l'aide d'un calculateur numérique. Mais dans la plupart des cas on pourra se contenter de cette deuxième approximation. Cette valeur est approchée par excès.

Nous avons tracé les courbes ψ (u') pour quelques valeurs de σ à la planche II hors texte.

3.2. Application à l'interprétation de pompages d'essai

On procède de la même façon que pour l'application de la formule de THEIS. On porte les valeurs s(t) sur un graphique de même échelle que celui des courbes-types ψ (u'). On recherche la courbe théorique qui correspond au mieux à la courbe expérimentale. Les coordonnées des points correspondants sur chaque graphique (y_1 et s_1 , u_1 et t_1) ainsi que la valeur de σ relevée, fournissent les caractéristiques moyennes de l'aquifère.

En effet :

$$T = K H_{o} = \frac{Q}{2 \Pi} \frac{s_{1}}{y_{1}}$$

où y est l'ordonnée du point dans le graphique théorique

$$S' = \frac{4 T t_1}{r^2 u'_1}$$
$$H_Q = \frac{Q}{2 T T Q}$$

Ce sera dans la plupart des cas une vérification.

3.3. Critique de la méthode

GLOVER et BITTINGER ont proposé là une méthode élégante pour introduire les variations de surface libre. Notons premièrement qu'elle ne prend en compte que des écoulements horizontaux. Elle ne peut donc être appliquée au voisinage des puits en pompage ; il faudra que le point d'observation soit au moins à 1,5 H_o du puits. Les variations de transmissivité dues à la baisse du plan d'eau sont bien représentées. Cependant il semble que la précision des courbes pourrait être améliorée par des itérations plus nombreuses en s'aidant d'un calculateur numérique.

Son application aux cas réels appelle les remarques suivantes :

1. Pour se rendre compte si les courbes expérimentales se superposent sur des courbes de GLOVER et non sur celles de THEIS, il faut des pompages de longue durée, et ceci surtout pour les piézomètres éloignés. Or on sait combien, par expérience, lorsqu'un pompage se prolonge, les rabattements sont influencés par des causes multiples : drainance, alimentation par limites à niveaux constants, barrières étanches ou même hétérogénéité des terrains. Ainsi il est probable que les différences entre GLOVER et THEIS restent souvent masquées. 2. Dans le même ordre d'idée les différences entre ces deux groupes de courbes théoriques restant somme toute assez faibles, il sera nécessaire pour utiliser sûrement cette méthode d'avoir un essai avec des mesures de rabattements très précises et des débits d'une grande stabilité.

En fait pour la plupart des essais réels pour lesquels on aurait dû utiliser la méthode GLOVER et où l'on s'est contenté de la courbe de THEIS les imprécisions ainsi introduites sont faibles.

Deux cas peuvent être considérés : pour le début des pompages (u' petit) l'emploi indu de la méthode de THEIS aura déterminé des valeurs de T sous estimées (au maximum d'un facteur 1,5) et de S surestimés avec une erreur relative du même ordre. Pour la fin des pompages (u' important) les erreurs sur T sont du même ordre mais celles sur S pourraient être très fortes. Mais du fait de la grande platitude des courbes de THEIS et GLOVER dans ces domaines la détermination du coefficient d'emmagasinement est toujours extrêmement approchée et l'aide de la théorie de GLOVER n'apporterait en réalité aucune amélioration.

3. Nous pouvons noter que nous n'avons jamais observé sur des courbes expérimentales des zones comparables aux extrémités des courbes de GLOVER. Ceci n'a lieu que pour des rabattements relatifs très importants.

En conclusion, on peut considérer que la théorie de GLOVER si elle permet de se rapprocher du comportement réel des nappes ne présente qu'un intérêt limité pour l'interprétation des pompages d'essai.

4. METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DU DEBIT RETARDE DU A LA ZONE NON SATUREE d'après N.S. BOULTON (réf. 4)

Une des hypothèses de base de l'établissement et de l'emploi de la formule des écoulements radiaux transitoires de THEIS est la constance du coefficient d'emmagasinement dans l'espace et dans le temps. Or si cette condition est rigoureuse dans un aquifère captif homogène, on peut supposer avec BOULTON qu'elle n'est qu'approchée pour une nappe libre. En effet on sait dépuis longtemps qu'une nappe libre homogène soumise à un pompage constant ne fourni pas instantanément son eau. Ce retard se traduit par des variations dans le temps du coefficient d'emmagasinement.

BOULTON suppose même qu'une dépression dans l'aquifère provoque simultanément deux effets :

- une libération instantanée de l'eau par suite du phénomène de décompression du milieu aquifère et de l'eau
- une libération progressive de l'eau due au drainage de la hauteur dénoyée. On appelle ce second phénomène égouttement.

Ces deux phénomènes étant de durées très différentes, plusieurs stades peuvent être rencontrés au cours d'un pompage d'essai. Durant la première partie du pompage c'est le premier phénomène qui est prépondérant du fait de sa rapidité d'apparition ; la nappe réagit comme une nappe captive avec un coefficient d'emmagasinement apparent faible et du même ordre que celui des aquifères captifs. Cette période peut d'ailleurs être plus ou moins masquée par la suivante. Le deuxième stade est très comparable au comportement d'un aquifère captif subissant une alimentation par drainance. Au moment de la chute rapide de la pression, l'eau de la partie supérieure qui ne se déplace verticalement qu'avec une certaine lenteur a "décroché" et joue le rôle d'une réalimentation continue jusqu'à une pseudo stabilisation. Dans le troisième stade la variation de la pression atteint l'ordre de grandeur de la vitesse possible de baisse du plan d'eau. On peut alors considérer qu'il y a un coefficient d'emmagasinement constant, la porosité efficace du milieu et la fonction de THEIS sont de nouveau applicables avec ce paramètre. Ce dernier coefficient d'emmagasinement est d'ailleurs le plus utile à connaître, c'est lui qui permet de connaître la quantité d'eau réellement disponible.

En se basant sur une telle interprétation du comportement des nappes libres, BOULTON a déterminé l'équation donnant les variations du rabattement en fonction du temps. Il en a déduit une méthode de détermination des caractéristiques de la nappe.

4.1. Equation du rabattement

Les hypothèses avancées par BOULTON peuvent être exprimées ainsi . Considérons la petite variation de rabattement δs qui aurait lieu pendant une période élémentaire $\delta \tau$ et à un instant τ après le début du pompage.

Les deux effets consécutifs à l'accroissement de rabattement par unité de surface δs sont les suivants :

1. Un volume d'eau Sôs est instantanément libéré par l'aquifère, donc à l'instant τ

Ż6

2. Un autre volume d'eau S' δ s n'est libéré que progressivement entre τ et un temps infini et BOULTON propose une loi exponentielle pour traduire le phénomène. Ainsi à un temps t (t > τ) compté aussi à partir du début du pompage, le débit consécutif à cette variation δ s est encore :

 $\delta s \alpha s' e^{-\alpha (t-\tau)}$

On voit bien que le volume total, libéré depuis r jusqu'à un temps infiniment grand est :

 $\int_{\tau}^{\infty} \alpha S' \delta s e^{-\alpha(t-\tau)} dt = S' \delta s$

On note aussi η S comme étant le coefficient d'emmagasinement total soit S + S' = η S ou encore η = 1 + S'/S

A part ces hypothèses sur S on considère de plus comme pour l'application de la fonction de THEIS que les écoulements obéissent aux conditions de DUPUIT et, en particulier qu'ils sont radiaux et dans un plan horizontal, et que la transmissivité est constante.

s'écrit :

 $T\left(\frac{\partial^{2}s}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r}\right) = S \frac{\partial s}{\partial t} + \alpha S' \int_{0}^{t} \frac{\partial s(\tau)}{\partial t} e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \dots (27)$

Dans ces conditions l'équation différentielle fondamentale

Cette équation peut être résolue dans le cas général ; sa solution peut être mise sous la forme un peu lourde :

$$s = \frac{Q}{4\Pi T} \int_{0}^{\infty} \frac{2}{x} \left[1 - e^{-\mu_{1}} \left(ch \ \mu_{2} + \frac{\alpha t \eta \ (1-x^{2})}{2\mu_{2}} sh \ \mu_{2} \right) \right] J_{0} \left(\frac{rx}{\nu B} \right) dx \dots (28)$$

$$B = \sqrt{T/\alpha S'}$$

$$\mu_{1} = \frac{\alpha t \eta}{2} (1 + x^{2})$$

$$\mu_{2} = \frac{\alpha t}{2} \sqrt{\eta^{2} (1+x^{2})^{2} - 4\eta x^{2}} et \quad \nu = \sqrt{\frac{\eta-1}{\eta}}$$

où

et où J
$$_{
m o}$$
 symbolise la fonction de BESSEL de première espèce d'ordre zéro.

Or comme le coefficient d'emmagasinement "nappe libre" S' est toujours d'un ordre nettement supérieur à celui de S, une approximation est proposée pour simplifier cette solution : BOULTON suppose n infiniment grand.

. 27

Ainsi en première approximation :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_{0}^{\infty} 2 J_{Q} \left(\frac{r}{B} x\right) \left[1 - \frac{1}{x^{2} + 1} e^{-\frac{\alpha t x^{2}}{x^{2} + 1}} - \epsilon\right] \frac{dx}{x} \quad \dots \quad (29)$$

si η→∞

$$o\tilde{u} = \frac{x^2}{u^2+1} = -\alpha nt(x^2+1)$$

La fonction ε est identiquement nulle pour t différent de zéro c'est-à-dire η t infini mais si t tend vers zéro ε prend une valeur finie et : x²

$$e^{-\alpha t} \frac{x^2}{x^2+1}$$
 tend vers 1

Ainsi pour des valeurs de temps suffisamment petites, l'équation (29) se simplifie en :

$$s = \frac{Q}{l_{\mu}IIT} \int_{0}^{\infty} 2 J_{o} \left(\frac{r}{B} \times \frac{x}{x^{2}+1}\right) \left[1 - e^{-\alpha \eta t (x^{2}+1)}\right] \frac{dx}{x} \dots (30)$$

On peut reconnaître avec BOULTON pour l'équation (30) une forme identique à celle de l'équation obtenue par HANTUSH et JACOB pour les écoulements radiaux transitoires dans les nappes non étanches, les notations recouvrant alors des notions différentes.

4.2. Application à l'interprétation de pompages d'essai

4.2.1. <u>Méthode d'interprétation</u>

De la solution exprimée par l'équation (30) il est possible de déduire une méthode d'interprétation de pompages d'essais introduisant cet effet d'égouttement en utilisant des courbes-types théoriques.

Dans ce but on a posé :

$$u' = \frac{4 T t}{Sr^2}$$

On considère :

$$u'_{1} = \frac{\underline{h} T t}{S' r^{2}} \quad \text{soit} \quad u'_{1} = \frac{\underline{u'}}{n^{-1}}$$

28

Les valeurs numériques de cette solution ont été calculées pour différentes valeurs de r/B. On peut les porter en fonction de u' et u' comme sur le graphique logarithmique de la planche "3". Les portions de courbe situées à gauche, ou courbes du type A, sont portées en fonction de u', celles de droite, de type B sont fonction de u'. Comme η est très grand il n'aurait pas été possible de les rapporter au même paramètre u' ou u'. On les a cependant, pour plus de facilités, portées sur le même graphique. Dans la partie centrale elles tendent vers des droites horizontales d'ordonnées $F = 2 K_0$ (r/B), où K₀ représente la fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce et d'ordre zéro.

L'équation différentielle initiale a été intégrée en supposant que le rapport des coefficients d'emmagasinement et donc η est infini. On conservera une bonne approximation pour les valeurs réelles de η qui sont habituellement grandes mais non infinies.

La méthode d'interprétation consiste à reporter les rabattements observés à une distance donnée du puits en fonction du temps en diagramme bilogarithmique transparent de mêmes dimensions que celui de l'abaque.

On superpose ensuite cette courbe sur la famille des courbestypes A et l'on recherche la courbe de la famille qui se rapproche la plus de la courbe expérimentale. Ensuite comme pour la méthode classique de THEIS on détermine par coîncidence des coordonnées F et S, u' et t d'un point de référence de chaque graphique T et S. D'autre part le paramètre de la courbe type choisie permet de déduire la valeur de r/B et comme on connaît r, la valeur de B.

Dans un deuxième temps, on cherche à superposer au mieux la seconde partie de la courbe expérimentale sur une courbe du réseau B. En identifiant les coordonnées d'un point sur les deux graphiques on obtient T encore, S' et r/B.

Les valeurs de T et r/B trouvées par chacune des familles de courbes doivent être proches si non identiques.

L'indice de retard 1/a peut être évalué en substituant la valeur de B déterminée précédemment dans l'expression :

$$B = \sqrt{\frac{T}{S'\alpha}}$$

4.2.2. <u>Remarques</u>

1. On doit noter que la méthode n'est rigoureuse que pour les grandes valeurs de η ($\eta > 100$). Pour les valeurs de η inférieurs ($5 < \eta < 100$), il n'y aura pas de portion de droites horizontales entre les courbes de type A et celles de type B. Cependant en suivant les indications des données expérimentales, on a pensé que l'on pouvait alors tracer entre les courbes de types A et B une tangente commune. Sa pente sera différente de zéro. On a d'autre part calculé la solution rigoureuse pour quelques valeurs de ce domaine ($\eta = 6,5$, 10, 20, et 34) et l'on a vérifié que même pour les valeurs les plus faibles de η (6,5) cette solution précise différait très peu de la construction approximative basée sur la tangente commune aux deux types de courbes.

- 2. Suivant les résultats du premier chapître on peut noter ici que cette méthode n'est pas applicable près du puits de pompage ou pour des temps trop courts car les composantes verticales des vitesses, ici négligées, sont alors prépondérantes et fausseraient la détermination du coefficient d'emmagasinement S.
- 3. Les essais interprétés par cette méthode ont montré que les S' ainsi déterminés n'étaient pas identiques pour tous les piézomètres d'observation. En fait S' est plus faible pour les piézomètres les plus éloignés pour lesquels d'ailleurs les rabattements sont moindres. Ainsi il apparaît que si le schéma de BOULTON a permis de cerner davantage le comportement des nappes libres, sa formulation de l'égouttement ne représente pas tout à fait le phénomène naturel. Le mécanisme de libération de l'eau de la zone non saturée est plus complexe et l'influence de la valeur absolue du rabattement qui est ici négligée doit exister en réalité.
- 4. Si le rabattement observé n'est pas négligeable par rapport à l'épaisseur utile de l'aquifère ou si le puits n'est pas complet, les corrections nécessaires devront être appliquées aux rabattements avant de tenter l'interprétation tenant compte de l'égouttement.
- 5. Au bout d'un certain temps t_{wt} le retard de l'égouttement devient négligeable devant la lenteur des variations de niveau. Quelque soit r/B, les courbes de type B sont confondues alors avec la courbe de THEIS. Il peut être intéressant de connaître ce temps t_{wt} auquel s'instaurent les conditions réelles de la nappe libre. On pourra utiliser le graphique de la figure 5 dans ce but. Il suffira de connaître ou supposer les valeurs de T et S' (ou B), de α et de r. Les valeurs de cette courbe sont dues à N.S. BOULTON.





Courbe permettant d'estimer le temps à partir duquel le retard dû à l'égouttement cesse d'avoir une influence 30

6. A partir de 18 pompages d'essai effectués en différentes parties des Etats Unis dans les formations morainiques, N.S. BOULTON a étudié les relations existant entre la granulométrie des formations aquifères et l'indice de retard 1/α. Ceci peut être résumé par la figure ci-après.



FIGURE 6

Relation entre l'indice de retard et la granulométrie de matériau aquifère

4.2.3. Utilisation de la méthode

Cette méthode est très couramment utilisée ; son emploi est relativement aisé. Nous en donnons en annexe un exemple d'application. Dans la plupart des cas, le rapport des coefficients d'emmagasinement S' et S n'est pas très grand et la partie centrale des courbes-types est une droite de pente non nulle.

Ainsi malgré la simplification imposée par la formulation de BOULTON qui ne cerne pas tout à fait le phénomène physique dans sa totalité, les résultats expérimentaux montrent que l'on peut apprécier par ce moyen l'importance de l'égouttement. De nombreuses courbes de rabattement réelles reproduisent cette forme caractéristique des courbes-types de BOULTON et permettent de déterminer les coefficients S et S'. Suivant les valeurs de ces paramètres et la durée de l'essai, ce n'est parfois qu'une portion de ces courbes qui apparaît. En règle générale il est nécessaire d'avoir des essais de longue durée pour pouvoir utiliser la méthode. 5. METHODE D'INTERPRETATION TENANT COMPTE DE LA PRESENCE D'UNE STRATE CONDUC-TRICE D'EAU PRIVILEGIEE d'après E. BERKALOFF (réf. 6)

Cette méthode est issue des mêmes équations mathématiques que celle introduisant l'effet de l'égouttement. Son originalité réside en deux points :

- le phénomène physique ainsi expliqué est différent : il ne s'agit plus d'égouttement mais le comportement observé est dû à la présence d'une strate conductrice surmontée d'une couche magasin peu perméable.
- l'interprétation n'exige pas l'utilisation de courbes-types mais elle est basée sur la recherche de droites en représentation semi-logarithmique comme pour la méthode classique de JACOB.

On doit remarquer que le système considéré ici, à savoir celui formé par une strate conductrice d'eau à forte perméabilité et par une couche magasin moins perméable qui contient pratiquement toute la réserve d'eau, est en fait assez fréquent dans la nature. Dans les formations sédimentaires des alluvions de types différents peuvent jouer ces rôles. Il suffit qu'il y ait des couches superposées de granulométrie très différente, par exemple sables fins, et graviers grossiers. Ce schéma rend assez bien compte aussi des écoulements en milieux fissurés.

5.1. Considérations théoriques

5.1.1. Formule de base

N.S. BOULTON (réf. 7), dès 1954, a étudié le cas de ces formations stratifiées. Nous ne nous pencherons pas sur l'application de ces recherches aux nappes captives qui est hors du sujet de cette étude. En ce qui concerne les nappes libres N.S. BOULTON a été amené à considérer le débit fourni verticalement par la couche magasin. En fait la formulation de ce débit est identique à celui fourni par l'égouttement de la zone non saturé, et comme plus haut (chapître 4) on peut exprimer le débit consécutif à une variation δ s du rabattement ayant lieu en un point au temps τ et par unité de surface, par l'expression :

$$\delta s \alpha S' e^{-\alpha(t-\tau)}$$

où S' représente ici le coefficient d'emmagasinement de la couche magasin.



FIGURE 7

On peut introduire aussi le coefficient :

$$n = 1 + \frac{S}{S}$$

BOULTON a montré que le rabattement à partir d'un niveau initial horizontal lors d'un pompage à débit constant Q, pouvait être calculé par l'expression :

$$s = \frac{Q}{4\Pi T} \left[W(u) - \log \eta - W(\alpha t) + W(\eta \alpha t) \right] \qquad (31)$$

avec les expressions habituelles :

W, fonction de THEIS
$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

Cette expression n'est valable d'ailleurs que pour les petites valeurs de u et notamment pour les temps les plus grands.

5.1.2. Schématisation

 $2 \leq 1$

E. BERKALOFF après examen de cette expression (31) a schématisé la courbe s(t) par trois expressions logarithmiques. Pour cela on remplace dans (31) les fonctions de THEIS par les approximations logarithmiques, et l'on obtient une représentation approchée de la fonction.

On a ainsi :

$$s_{1} = 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{t}{t_{o}}$$

$$s_{2} = 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{t_{n}}{t_{o}}$$

$$s_{3} = 0,183 \frac{Q}{T} \log \frac{t}{n_{o}}$$

en posant : $t_0 = \frac{r^2 S}{2,25 T}$ et $t_{\eta} = \frac{0,561}{\eta \alpha}$

On peut poser aussi : $t_{\alpha} = \frac{0.561}{\alpha}$ La valeur approchée de s est s_1 pour $t_0 < t < t$, s_2 pour $t_0 < t < t$, s_3 pour $t_{\alpha} < t$

 s_1 , s_2 et s_3 peuvent être représentés sur graphique semi-logarithmique par trois droites comme on peut voir à la figure suivante.



FIGURE 8

Schématisation des variations du rabattement en fonction du temps

Les écarts s - s₁, s - s₂, s - s₃, entre les droites schématiques et le rabattement vrai s, ont été évalués par E. BERKALOFF.

Ils peuvent être mis sous la forme :

0,183 <u>Q</u> T	$\left[\varepsilon_{1}(t/t_{\alpha}) - \varepsilon_{2}(t/t_{\eta})\right]$
0,183 <u>Q</u> T	$\left[\varepsilon_{2}^{(t/t_{\alpha})} - \varepsilon_{1}^{(t/t_{\eta})}\right]$

 $\epsilon_1(v)$ est la fonction : $-\log v + 0,434 W (0,561.v)$ $\epsilon_2(v) = 0,434 W (0,561.v)$

On a rassemblé dans le tableau ci-après les valeurs numériques de $\epsilon_1(v)$ pour 0,1 < v < 1 et de $\epsilon_2(v)$ pour 1 < v < 5

ou

et

v	ε	v	ε ₂
0,05	0,012	1,0	0,214
0,1	0,024	1,2	0,171
0,2	0,049	1,5	0,124
0,4	0,093	2,0	0,076
0,6	0,136	3,0	0,033
0,8	0,178	4,0	0,015
1,0	0,214	5,0	0,007

Ces écarts sont maximaux pour t = t et $t = t_{\alpha}$ pour $t = t_{\eta}$ l'écart est < 0,214 $\left(\frac{0,183 \text{ Q}}{\text{T}}\right)$ et pour $t = t_{\alpha}$ si n est assez grand ($\eta > 4,54$) cet écart est égal à cette valeur 0,214 $\left(\frac{0,183 \text{ Q}}{\text{T}}\right)$

5.1.3. Durée du palier

E. BERKALOFF a démontré que dans le cas des faibles rabattements dans la nappe libre de puissance initiale h,le temps de fin du palier t_{α} peut être évalué par l'expression :

$$t_{\alpha} = \frac{0,561}{\alpha} = 0,561 \frac{h.S'}{K_{\eta}}$$

Si l'on suppose que S' = 10 % dans une couche de h = 1 m dans un sable grossier (K_v = 1 m/heure), t_α = 3,4 minutes dans un limon moyen (K_v = 10⁻⁴m/heure), t_α = 561 heures, ce qui veut dire que dans ce dernier cas un pompage d'essai de durée habituelle ne mettra pas en évidence la fin du palier.

5.2. Interprétation de pompages d'essai

La schématisation proposée permet l'interprétation rapide d'essais. Remarquons en premier lieu que si l'on porte le rabattement s en fonction de t sur un graphique semi-logarithmique, c'est-à-dire s en fonction de log t, les courbes $s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$ précédentes sont représentées par des droites : celles correspondant à $s_1(t)$ et $s_3(t)$ sont parallèles quant à s_2 elle est indépendante du temps $s_2 = Cte$.

Ainsi nous porterons les valeurs expérimentales s et t sur un tel graphique. Si la courbe des points expérimentaux a la forme en "S" caractéristique, on tracera au mieux la droite du palier des rabattements qui correspond à s_2 et les deux droites parallèles encadrant asymptotiquement la courbe des rabattements réels. L'exemple 3 que nous avons placé en annexe montre le tracé de ces droites.

35

Après avoir tracé ces droites on relèvera sur le graphique :

- to au point d'intersection de l'axe s = 0 avec l'asymptote correspondant au début de pompage
- $t_0' = t_0$ au point d'intersection de l'axe s = 0 avec l'asymptote de la fin de pompage
- t et t au point d'intersection de chacune de ces asymptotes avec η la droite du palier
 - la pente commune des deux asymptotes ; elle est numériquement égale à la différence des rabattements pour deux points de ces droites respectivement à un temps t et à un temps 10 t

On en déduit par calcul :

- la transmissivité $t = 0,183 \frac{Q}{3}$

i

- le coefficient d'emmagasinement de la réserve immédiatement mobilisable : 2.25 T to

$$S = \frac{2,25 \text{ f } t_0}{r^2}$$

- le coefficient d'emmagasinement total c'est-à-dire en considérant les réserves de la couche dite magasin

$$S + S' \frac{2.25 \text{ T} t_{0.2}^2}{r^2}$$

d'où S' = (S + S') - S le coefficient de la couche magasin

- le paramètre α exprimant la vitesse d'épuisement de la réserve S'

$$\alpha = \frac{0.561}{t_{\alpha}}$$

Nous donnons en annexe un exemple de l'utilisation de cette méthode (exemple 2). Cette méthode présente un avantage : sa grande simplicité, mais elle reste en pratique assez approximative , le tracé des droites étant parfois difficile à préciser.

Enfin elle demande pour être appliquée un schéma particulier même si il est relativement fréquent, c'est celui de la strate conductrice. On pourrait cependant appliquer sa construction graphique aux interprétations des écoulements en milieu non saturé, c'est-à-dire pour représenter les effets d'égouttement, S' symbolisant alors le coefficient d'emmagasinement total et non plus celui de la couche magasin.

CONCLUSIONS GENERALES

45

La complexité des écoulements au sein des nappes libres et surtout la présence de la zone non saturée, en fait encore mal connue, font qu'il n'existe pas de méthode complète permettant d'interpréter un essai de pompage en nappe libre. Suivant que telle ou telle de ses caractéristiques est prépondérante, on peut utiliser l'une des méthodes que nous avons exposées. Mais il ne faut pas oublier que chacune ne fait intervenir qu'un seul aspect des particularités de la nappe libre. On peut très bien concevoir que des essais restent encore ininterprétables si plusieurs de ces éléments interviennent, par exemple l'égouttement et la réduction de la transmissivité par rabattement.

Ces méthodes ne sont pas toujours d'un emploi facile. Pour toutes ces raisons il est nécessaire que les chercheurs en hydrodynamique concentrent leurs efforts pour mettre au point la méthode complète et d'emploi aisé qui manque encore aux hydrogéologues. On peut espérer que grâce aux études expérimentales en cours, on pourra mieux cerner le comportement des nappes libres. On peut ainsi espérer qu'à l'aide des calculateurs modernes qui permettent la résolution d'équations et de systèmes d'équations toujours plus difficiles, les méthodes d'interprétation plus complètes puissent être mises au point.

Ceci ne pourra être mené à bien qu'à la suite d'études sans doute longues et difficiles. Cependant nous n'allons pas jusqu'à partager l'opinion ironique de STALLMAN, le grand spécialiste de ces problèmes. D'après lui : "l'interprétation de pompages d'essai dans les nappes libres devrait être le terrain idéal pour ceux qui ont une légère tendance au pessimisme", les progrès déjà accomplis, nous autorisent à plus "d'optimisme".

BIBLIOGRAPHIE

(1) N.S. BOULTON

Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing from delayed yield Proc. inst. civ. Engrs, vol. 26, pp. 469 - 482 - Novembre 1963

(2) R.W. STALLMAN

BOULTON's integral for pumping-test analysis Geological survey research 1961 - Prof. paper 424 C

(3) R.E. GLOVER et M.W. BITTINGER

Drawdown due to pumping from an unconfined aquifer

Journal of the irrigation and drainage division - Proceedings of the american society of civil engineers - 2594 - septembre 1960

(4) N.S. BOULTON

The drawdown of the water table under non steady conditions near a pumped well in an unconfined formation

Paper nº 5979

(5) R.E. GLOVER

Groundwater movement

U.S. dept of the Intenon. Bureau of reclamation engineering monograph n° 31 - 1966

(6) E. BERKALOFF

Essai de puits - Interprétation - Nappe libre avec strate conductrice d'eau privilégiée"

Rapport BRGM DS 63 A 18 (inédit) - Février 1963

(7) N.S. BOULTON

Unsteady radial flow to a pumped well allowing for delayed yield from storage

A.I.H.S. Assemblée générale de Rome - Tome II - publication nº 37





· · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		Planche 2
	6	
	6"	6.994
6		d=002





POMPAGE D'ESSAI DE 48h 50 A $Q = 53 \text{ m}^3/\text{h}$

ł			ur umpanda callut		ine na		1 			······						r -1-	y		******		.	- 7	D	e j	s ¢	e	n t	e			···			~						لن حمل محمد	[- -			·····	and	······	ł .		<u>у т</u>	
9				· · · ·				-	; ; ;																	 	- '		·					ļ		. 1	0.00	an										-		1.
8												-				+ + + + + + + + + + + + + + + + + + + +																	•	• •	•	•	910	Чc		-					<u>.</u>	· · ·				
7			· · ·		5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5							:					. :				ļ					٠	•	-	•	<i>-</i> ا	•												•			, 				
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·										•	· · · · · ·		••	••		•	•	• •							A second seco		•																				
0							•			•		-				****	•- 174- Mar of						• •				••••••••••••••••••••••••••••••••••••••																							T
5	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		 Ann an							* - *	****			*••				·						-		get gesete entendes	 	-								•	P	à	1.0m	I a										+
			, ,	· · · · · ·				-						-						· • •		-								· · · · · ·					ش کی		- - -							····	•			- 		
4			· · · ·									-							<u></u>		·	- <u> -</u>			-+-+		· · · ·			بليب	-+-				1.													-		
			· · · ·											- • • • • •	• • •			. 		::						· · ·												Ď		30.	···- •							·		-
3				- • • • •			+		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			. : .								, . 		4	-0	2		<u></u>								-		-			a				· · · · ·							
			, , , ,	•••				-														8	عع	-		÷,				-				Ċ	/			 							-			, .		
		++ + : + - : +	- , 2000						• • ‡ • †	••••	· ···		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					میں ایت کار کی	سلعد	جنهب								•	••• • • • • •	· · · · · · ·	•	-	معهم							• • • •			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• •		· • • • • •				
2														╡┿┿┯╸┥							- +	3				••											· · ·		÷.							-				
Z			· · · · · · ·					_			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·															· · · · ·	· · · · · ·																9998 - 1999 -							T.
		· · · ·			· · · · · · · ·		- *		· · · · ·	· · · · · · ·	···• 			· • • • •								· · · ·									· · · · · ·	· • • •			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · · ·						·							
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			/				• • •	· · · · · ·	• -••••							· · · ·		····	+	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				•	/			· · · · ·		•					·						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					·		
			 							· · · · ·			-	***										· • •			• • • • • • • • • • • • • • • • • • •		· · · ·	3	-						• •								- - 					+
			/) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1	· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	· · · · · · · · · · · ·				· · · · · · · ·			·····		,												د سب اید جنب ک								· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •							·••		••••				· • • • • •		
0,1		Χ					+					-		-					_	. : ·							-							+			- 									· . ••••••				
9	-						+-++	······································											á-	0,0																				-		-		· -						+
8																					-	·					-							·										÷	+					+
7			· · · ·					-			i . 											-		-			-	-										+												-
6			· · · ·	, 					· · · ·											· .														 												· · ·				
Ũ			• • • • •	9 - 1 - 20 				-			•																-	· .									• • •											-		
5								-																		•		·						· · · · · ·			-	. :				+								
						· · · · ·																		;						:	• • •						: :													-
4								-	1 f			-											╞╌┼╴					+		•••••••••••												-								t
			· · · · ·							• · · · · · · ·																			· · · · · ·	• •					• • • • •	-														
3									· · · ·								: 			· · ·	++	-		-				-				-								+		-					<u> </u>			
		1 1 1 2 1 1 4 1 1	an air Sairte Sairte								· .						• •														•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••		-					· · · · ·												
•					• • • • • •					4	i ,	· · · · · · · ·		• • • • •						 -				· · · · ·		• • •				· · ·							•	· · · · ·												+
2			· · · ·	-											, , ,		5 -	[.		:											· /		
-				••••••••••••••••••••••••••••••••••••••																																														
		n 1 1				ан улуган у талуулар					• • • • •	· · · · · -		· · · · · · · · ·	· · · ·											• • •														-										
			 							-																									· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·															
			 		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							· · · · ·														•		 		• • • •						-		·					• • • • •			· · · · · ·		: .		
		***** : : : : : : : : : : : : : : : : :	 	 	بر بر الم المراجع الم		· · · ·		- 2 · 1 · · · · 1 · · · 1			1 - 1 . 							· · · ·	· · ·	1 1 2 1 1 1 2				1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.	* * * * * * 2 **	• • • • •		· · · · · ·			-				· · · · ·							:		· · · ·			· .		
0,01						· .		102					: · !				42	· · :	• •			1				04								-							•	104	· ·	· ·		 اخمص				1.
- 1	<i>ov</i>	2		5		0	/ 8 ኑ	· / V T				. 5	4	<i>t</i>	• Z	71 Y I	~ ~				5	4	5 A	_ X X	- ¥ 7 6	/ T'		1	3	4	5	~ /	- X V			• • •		1 4	a 5	A 7	· X Q	144			2	< 1	4 h	- A (, 8	~ /

•

٠

. •

ţ.

rabattement en mètres



3						- //		/																	
				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		1/1	/ i / l																		
								/																	
2						///								7											
				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		[]																			
						///				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·															
							1 / 1	1																	
				· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	\mathcal{M}	A	11												· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						
9				/		1	Zi [
8						////																			
7						//					a since and a since a														
6					/ / /	///																		*****	
5				M		/ i																		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
				///	////	/																			
4			//	\mathcal{M}	/ //	/																			
			· //	i/ /	10		11	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·																· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
3				/ /																					
a a a a a a a a a a a a a a a a a a a			1/1/	_ / -	/													· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·							
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		1/1/																				· · · · · · · · ·		
2			1//////	/ /		1 1																			
			1/1 /	1		ļ																			
			,///	- /						······································								· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			······································				
	langan (k. 1997) 1997 - K. 1997 - A. 1997 1997 - K. 1997 - A. 1997 1997 - K. 1997 - K. 1997 1997 - K. 1997 - K. 1997 1997 - K. 1997 - K. 1997	1/1	/ / =								· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	i na sina naka na mana na sina na sina na sina na sina							
10-3		1/ 1/						• • • • • • • • • • • • • • • • • • •																	
9		<i>H M</i>	x0 /																						
8																									
7	1/		/			×																			
6																								11 ****	
5		5																							
		9 .	/																						
4	M	/			1/																				
0/	///				Ý HIH																				
3										· · · · · · · · ·															
	/					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·												· · · · · · · · · · · · · · ·							
2 50				· · · · · / / · · ·																					
				<u>ő</u>																					
N ⁹				5																					
	10																								
																		• • • • • • • • • • • • • • • • • • •							
10-1			1		5 6 7 9 0 4			F 1 -	0.0100			<u> </u>	7 8 9 20				102			4 7 0	01/3			4	5
10	ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــ	4 2 0 7 6 7	2	J 4	5 0 7 0 940		<u>ک</u> کے ک	507	0 710	Z	J 4	5 0	0 710	 <u> </u>	4 5	0 / 8 /		۷	3 4 3	0/0	970	<i>L</i>	<u>ن</u>	4 🤉	5 / 6 9/6

N: 2001

TABLEAU I - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION

$$V(\tau, f) = \int_{\sigma} (1/u) J_{\sigma}(u f) \left[1 - \exp(-\tau u th u) \right] du$$

1. Approximations

Pour $\mathcal{T} \leq 0,05$ V $(\mathcal{T}, \beta) \gtrsim \arg \operatorname{sh}(1/\beta) + \arg \operatorname{sh}(\mathcal{T}/\beta) - \arg \operatorname{sh}\left[(1+\mathcal{T})/\beta\right]$ Pour $\mathcal{T} \geq 0,01$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx \arg \operatorname{sh}(\mathcal{T}/\beta) - \mathcal{T}/\sqrt{1+\beta^2}$ Pour $\mathcal{T} \geq 0,01$ et $\mathcal{T}/\beta \geq 0$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx \operatorname{Log}(2\mathcal{T}/\beta)$ Pour $\mathcal{T} \geq 5$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx 0,5 \operatorname{W}(\beta^2/4\mathcal{T})$

2. <u>Tableau de valeurs</u>

					10-3								10-2					
T	2	2	3	4	5	6 7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
·1 2 3 -2 4 10 5 6 7 8 9	2.99 3.68 4.08 4.35 4.58 4.76 4.92 5.08 5.18	2.30 2.97 3.40 3.68 3.90 4.06 4.20 4.34 4.47	1.90 2.58 3.00 3.26 3.49 3.65 3.80 3.94 4.05	1.64 2.30 2.70 2.98 3.20 3.36 3.51 3.65 3.75	1.42 2.09 2.46 2.75 2.96 3.15 3.30 3.42 3.54	1.28 1.1 1.92 1.7 2.26 2.1 2.58 2.4 2.79 2.6 2.96 2.8 3.12 2.9 3.24 3.0 3.35 3.2	5 1.04 6 1.64 3 2.00 2 2.29 4 2.50 0 2.68 5 2.82 9 2.95 0 3.05	0.950 1.52 1.88 2.17 2.38 2.56 2.70 2.84 2.95	0.875 1.42 1.79 2.06 2.28 2.45 2.60 2.72 2.84	0.474 0.860 1.18 1.42 1.60 1.78 1.91 2.04 2.14	0.322 0.610 0.860 1.07 1.24 1.40 1.54 1.65 1.75	0.240 0.468 0.675 0.850 1.010 1.15 1.28 1.39 1.50	0. 192 0. 378 0. 555 0. 710 0. 850 0. 970 1. 09 1. 20 1. 29	0.158 0.316 0.465 0.600 0.725 0.840 0.950 1.04 1.14	0.135 0.270 0.400 0.525 0.630 0.735 0.835 0.925 1.02	0.118 0.236 0.350 0.460 0.560 0.650 0.650 0.740 0.825 0.910	0, 104 0, 210 0, 310 0, 410 0, 500 0, 585 0, 670 0, 750 0, 825	0.093 0.187 0.278 0.368 0.450 0.530 0.610 0.680 0.750
1 2 3 4 10 ⁻¹ 5 6 7 8 9	5.24 5.85 6.24 6.45 6.65 6.75 6.88 7.00 7.10	4.54 5.15 5.50 5.75 6.00 6.10 6.20 6.25 6.35	4.14 4.78 5.12 5.35 5.58 5.65 5.80 5.85 6.00	3.85 4.50 4.85 5.08 5.25 5.40 5.50 5.60 5.70	3.63 4.28 4.61 4.85 5.00 5.15 5.25 5.35 5.35 5.50	3.45 3.3 4.10 3.9 4.43 4.2 4.67 4.5 4.85 4.7 4.98 4.8 5.08 4.9 5.20 5.0 5.30 5.1	3.15 3.60 3.414 4.38 4.55 4.68 4.80 5.00	3.04 3.66 4.01 4.26 4.45 4.56 4.68 4.80 4.90	2.94 3.56 3.90 4.15 4.30 4.45 4.55 4.65 4.75	2.25 2.87 3.24 3.46 3.65 3.76 3.90 3.96 4.05	1,85 2,46 2,84 3,05 3,24 3,37 3,50 3,55 3,65	1.58 2.20 2.54 2.76 2.95 3.09 3.20 3.26 3.36	1.38 1.98 2.32 2.54 2.72 2.85 2.99 3.05 3.15	1.22 1.80 2.14 2.36 2.52 2.67 2.80 2.86 2.96	1.09 1.65 1.98 2.20 2.38 2.50 2.64 2.71 2.80	0.985 1.52 1.85 2.07 2.24 2.38 2.50 2.58 2.66	0.890 1.42 1.74 1.96 2.14 2.26 2.38 2.46 2.55	0.815 1.32 1.64 1.86 2.03 2.16 2.28 2.36 2.45
1 2 3 4 5 1 6 7 8 9 10	7.14 7.60 7.85 8.00 8.15 8.20 8.25 8.30 8.32 8.35	6.45 6.88 7.15 7.28 7.35 7.50 7.55 7.60 7.65 7.75	6.05 6.45 6.70 6.85 7.00 7.10 7.15 7.20 7.25 7.35	5.75 6.15 6.45 6.58 6.65 6.75 6.85 6.90 7.00 7.05	5, 55 5, 92 6, 20 6, 35 6, 50 6, 55 6, 62 6, 70 6, 75 6, 80	S. 35 S. 2 5. 75 5. 6 6. 00 5. 8 6. 15 6. 0 6. 25 6. 14 5. 35 6. 20 6. 40 6. 33 6. 55 6. 43 5. 55 6. 44	5.05 5.50 5.50 5.75 5.90 6.00 6.10 6.20 6.25 6.30 6.35	4.95 5.35 5.60 5.75 5.85 5.95 6.05 6.10 6.15 6.20	4. 83 5. 25 5. 50 5. 70 5. 80 5. 85 5. 95 6. 05 6. 10 6. 14	4.10 4.59 4.82 4.95 5.05 5.20 5.25 5.30 5.35 5.40	3.74 4.18 4.42 4.55 4.68 4.78 4.85 4.92 5.00 5.02	3. 45 3. 90 4. 12 4. 26 4. 40 4. 50 7. 5° 4. 50 4. 70 4. 80	3.22 3.68 3.90 4.04 4.19 4.26 4.35 4.40 4.49 4.52	3.04 3.50 3.72 3.86 4.00 4.09 4.18 4.25 4.30 4.35	2,90 3,34 3,57 3,70 3,85 3,92 4,00 4,10 4,15 4,19	2.75 3.20 3.45 3.71 3.80 3.90 3.95 4.00 4.05	2.64 3.09 3.31 3.46 3.60 3.69 3.78 3.82 3.90 3.92	2.54 2.97 3.20 3.36 3.49 3.59 3.66 3.74 3.80 3.84
·								7										
	b	2		3	4	10	6	7		8	9	3	2		3	4	5	
10"2	0.093 0.187 0.278 0.368 0.450 0.530 0.610 0.610 0.680 0.750	0.04 0.08 0.13 0.17 0.21 0.25 0.29 0.34 0.37	30 0. 55 0. 6 0. 5 0. 7 0. 8 0. 8 0. 8 0.	8. 0264 9. 0530 9. 0800 9. 107 9. 133 9. 160 9. 186 9. 214 9. 236	0.0180 0.0365 0.0550 0.0735 0.0920 0.110 0.130 0.148 0.164	0.0132 0.0268 0.0405 0.0540 0.0675 0.0810 0.0950 0.108 0.122	0.0100 0.0205 0.0310 0.0415 0.0520 0.0610 0.0725 0.0825 0.0930	0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.04 0.05 0.06 0.06	78 0.1 60 0.1 40 0.1 22 0.4 00 0.1 78 0.1 65 0.1 45 0.4 30 0.4	0062 0125 0190 0255 0320 0380 0450 0510 0585	0.0049 0.0100 0.0150 0.0202 0.0255 0.0305 0.0360 0.0412 0.0470	0.0040 0.0081 0.0122 0.0165 0.0206 0.0250 0.0292 0.0336 0.0380	0.000 0.001 0.001 0.002 0.003 0.003 0.003 0.004 0.005 0.005	57 0. 18 0. 14 0. 55 0. 55 0. 55 0. 50 0. 70 0.	00015 00020 00032 00043 00055 00045 00055 00078 00090 00105			
10 ⁻¹ 5 7 8 9	0.815 1.32 1.64 1.86 2.03 2.16 2.28 2.36 2.45	0, 419 0, 750 1, 02 1, 22 1, 37 1, 49 1, 60 1, 69 1, 75	5 0. 0 0. 0. 1. 1. 1. 1.	. 260 . 500 . 700 . 870 . 00 . 12 . 22 . 30 . 38	0,180 0.359 0.515 0.650 0.770 0.875 0.965 1.04 1.11	0.134 0.268 0.392 0.510 0.610 0.700 0.775 0.850 0.920	0.103 0.208 0.308 0.405 0.490 0.570 0.640 0.715 0.775	0.08 0.16 0.24 0.32 0.40 0.46 0.52 0.60 0.65	05 0.4 5 0.4 6 0.4 8 0.4 0 0.5 8 0.4 0 0.5 0 0.5 0 0.5 0 0.5	0640 132 200 268 330 390 445 500 550	0. 0515 0. 107 0. 164 0. 220 0. 275 0. 325 0. 375 0. 325 0. 475	0.0420 9.0880 0.135 0.182 0.230 0.276 0.320 0.364 0.404	0,006 0,014 0,023 0,035 0,045 0,058 0,0715 0,084 0,0984	35 0. 5 0. 6 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0. 0 0.	00118 00278 00490 00750 0104 0138 0175 0212 0260	0.00160 0.00240 0.00320 0.00425 0.00525 0.00525	0,000 0,000 0,000 0,001 0,001 0,001	38 56 80 08 40 55
i 2 3 4 5 1 6 7 8 9 10	2.54 2.97 3.20 3.36 3.49 3.59 3.66 3.74 3.80 3.84	1.85 2.29 2.50 2.66 2.78 2.90 2.96 3.00 3.09 3.12	1. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2.	. 45 . 88 . 10 . 25 . 38 . 47 . 55 . 60 . 67 . 74	1.18 1.60 1.82 1.97 2.09 2.18 2.25 2.32 2.39 2.45	0.975 1.38 1.60 1.75 1.87 1.95 2.04 2.11 2.17 2.24	0.825 1.22 1.42 1.58 1.69 1.78 1.85 1.94 2.00 2.05	0.70 1.07 1.28 1.42 1.54 1.65 1.70 1.79 1.85 1.90	0 0.9 0.9 1.1 1.3 1.4 1.9 1.6 1.7 1.7	595 550 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	0, 510 0, 640 1, 05 1, 20 1, 30 1, 40 1, 48 1, 55 1, 60 1, 65	0.444 0.750 0.960 1.10 1.21 1.30 1.38 1.44 1.50 1.55	0. 113 0. 259 0. 388 0. 495 0. 580 0. 660 0. 730 0. 730 0. 850 0. 850	0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.	0310 0950 165 235 300 360 415 465 515 550	0.00840 0.0330 0.0700 0.112 0.150 0.195 0.230 0.272 0.307 0.340	0.002 0.011 0.027 0.053 0.071 0.099 0.125 0.125 0.155 0.182 0.210	35 5 5 5 0



SAINT-PARDON-DE-CONQUES

Remontée après le pompage de 48h 50

Fig-4-

TABLEAU I - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION

$$V(\tau, f) = \int_{0}^{\infty} (1/u) J_{o}(u f) \left[1 - \exp(-\tau u th u) \right] du$$

1. <u>Approximations</u>

Pour
$$\mathcal{T} \geq 0.05$$
 V $(\mathcal{T}, \beta) \approx \arg \operatorname{sh}(1/\beta) + \arg \operatorname{sh}(\mathcal{T}/\beta) - \arg \operatorname{sh}\left[(1+\mathcal{T})/\beta\right]$
Pour $\mathcal{T} \geq 0.01$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx \arg \operatorname{sh}(\mathcal{T}/\beta) - \mathcal{T}/\sqrt{1+\beta^2}$
Pour $\mathcal{T} \geq 0.01$ et $\mathcal{T}/\beta \geq 0$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx \operatorname{Log}(2\mathcal{T}/\beta)$
Pour $\mathcal{T} \geq 5$ V $(\mathcal{T}, \beta) \approx 0.5$ W $(\beta^2/4\mathcal{T})$

2. Tableau de valeurs

	,				10-3			<u> </u>						10-2					
79	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 2 3 2 4 10 5 6 7 8 9	2,99 3,68 4,08 4,35 4,58 4,76 4,92 5,08 5,18	2.30 1 2.97 2 3.40 3 3.68 3 3.90 3 4.06 3 4.20 3 4.34 3 4.47 4	.90 .58 .00 .26 .49 .65 .80 .94 .05	1.64 2.30 2.70 2.98 3.20 3.36 3.51 3.65 3.75	1.42 2.09 2.46 2.75 2.96 3.15 3.30 3.42 3.54	1.28 1.92 2.28 2.58 2.79 2.96 3.12 3.24 3.35	1.15 1.76 2.13 2.42 2.64 2.80 2.96 3.09 3.20	1.04 1.64 2.00 2.29 2.50 2.68 2.82 2.95 3.05	0.950 1.52 1.88 2.17 2.38 2.56 2.70 2.84 2.95	0.875 1.42 1.79 2.06 2.28 2.45 2.60 2.72 2.84	0.47 0.86 1.18 1.42 1.60 1.78 1.91 2.04 2.14	4 0.322 0 0.610 0.860 1.07 1.24 1.40 1.54 1.65 1.75	0.240 0.468 0.675 0.850 1.010 1.15 1.28 1.39 1.50	0.192 0.378 0.555 0.710 0.850 0.970 1.09 1.20 1.29	0.158 0.316 0.465 0.600 0.725 0.840 0.950 1.04 1.14	0.135 0.270 0.400 0.525 0.630 0.735 0.835 0.925 1.02	0.118 0.236 0.350 0.460 0.560 0.650 0.740 0.825 0.910	0.104 0.210 0.310 0.410 0.500 0.585 0.670 0.750 0.825	0.093 0.187 0.278 0.368 0.450 0.530 0.610 0.680 0.750
1 2 3 10 ⁻¹ 5 6 7 8 9	5.24 5.85 6.24 6.45 6.65 6.75 6.88 7.00 7.10	4.54 4 5.15 4 5.50 5 5.75 5 6.00 5 6.10 5 6.20 5 6.25 5 6.35 6	.14 .78 .12 .35 .58 .65 .80 .85 .00	3.85 4.50 4.85 5.08 5.25 5.40 5.50 5.60 5.60 5.70	3.63 4.28 4.61 4.85 5.00 5.15 5.25 5.25 5.35 5.50	3.45 4.10 4.43 4.67 4.85 4.98 5.08 5.20 5.20	3. 30 3. 93 4. 28 4. 50 4. 70 4. 62 4. 92 5. 00 5. 12	3.15 3.60 4.14 4.38 4.55 4.68 4.80 4.90 5.00	3.04 3.66 4.01 4.26 4.45 4.56 4.68 4.80 4.90	2.94 3.56 3.90 4.15 4.30 4.45 4.55 4.65 4.75	2.25 2.87 3.24 3.46 3.65 3.76 3.90 3.96 4.05	1.85 2.46 2.84 3.05 3.24 3.37 3.50 3.55 3.65	1.58 2.20 2.54 2.76 2.95 3.09 3.20 3.26 3.36	1. 38 1. 98 2. 32 2. 54 2. 72 2. 85 2. 99 3. 05 3. 15	1.22 1.80 2.14 2.36 2.52 2.67 2.80 2.86 2.96	1.09 1.65 1.98 2.20 2.38 2.50 2.64 2.71 2.80	0.985 1.52 1.85 2.07 2.24 2.38 2.50 2.58 2.66	0.890 1.42 1.74 1.96 2.14 2.26 2.38 2.46 2.55	0.815 1.32 1.64 1.86 2.03 2.16 2.28 2.36 2.45
1 2 3 4 5 1 6 7 8 9 10	7.14 7.60 7.85 8.00 8.15 8.20 8.25 8.30 8.32 8.35	6.45 6 6.88 6 7.15 6 7.28 6 7.35 7 7.50 7 7.55 7 7.60 7 7.65 7 7.755 7 7.65 7 7.755 7	05 45 70 85 00 10 15 20 25 35	5.75 6.15 6.45 6.58 6.65 6.75 6.85 6.90 7.00 7.05	5.55 5.92 6.20 6.35 6.50 6.55 6.62 6.70 6.75 6.80	5.35 5.75 6.00 6.15 6.25 5.35 6.40 5.50 5.50 5.50	5.20 5.60 5.85 6.00 6.10 6.20 6.30 6.35 6.40 6.45	5.05 5.50 5.75 5.90 6.00 6.10 6.20 6.25 6.30 6.35	4.95 5.35 5.60 5.75 5.85 5.95 6.05 6.10 6.15 6.20	4.83 5.25 5.50 5.70 5.80 5.85 5.95 6.05 6.10 6.14	4.10 4.59 4.82 4.95 5.05 5.20 5.25 5.30 5.35 5.40	3.74 4.18 4.42 4.55 4.68 4.78 4.85 4.92 5.00 5.02	3. 45 3. 90 4. 12 4. 26 4. 40 4. 50 7. 5° 4. cu 4. 70 4. 80	3. 22 3. 68 3. 90 4. 04 4. 19 4. 26 4. 35 4. 40 4. 49 4. 52	3.04 3.50 3.72 3.86 4.00 4.09 4.18 4.25 4.30 4.35	2.90 3.34 3.57 3.70 3.85 3.92 4.00 4.10 4.15 4.19	2.75 3.20 3.45 3.59 3.71 3.80 3.90 3.95 4.00 4.05	2.64 3.09 3.31 3.46 3.60 3.69 3.78 3.82 3.90 3.92	2.54 2.97 3.20 3.36 3.49 3.59 3.66 3.74 3.80 3.84
·																			
Þ	1 1	2	- 	3	-	1	5	6	7		a	9	1	2		1	4	5	
T i i i i i i i i i i i i i i i i i i i	0.093 0.187 0.278 0.368 0.450 0.530 0.610 0.680 0.750	0.043(0.0865 0.130 0.174 0.215 0.257 0.298 0.340 0.378	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0.0264 .0530 .0800 .107 .133 .160 .186 .214 .236	0. 0180 0. 0365 0. 0550 0. 0735 0. 0920 0. 110 0. 130 0. 148 0. 164		0132 0268 0405 0540 0675 0810 0950 108 122	0. 0100 0. 0205 0. 0310 0. 0415 0. 0520 0. 0610 0. 0725 0. 0825 0. 0930	0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.04 0.04 0.05 0.06 0.06	78 0. 60 0. 40 0. 22 0. 00 0. 78 0. 65 0. 45 0. 30 0.	0062 0125 0190 0255 0320 0380 0450 0510 0585	0,0049 0,0100 0,0150 0,0202 0,0255 0,0305 0,0360 0,0412 0,0470	0.0040 0.0081 0.0122 0.0165 0.0206 0.0250 0.0292 0.0336 0.0380	0,000 0,001 0,001 0,002 0,003 0,003 0,004 0,005 0,005	57 0. 18 0. 84 0. 44 0. 05 0. 30 0. 70 0.	. 00015 . 00020 . 00032 . 00043 . 00055 . 00065 . 00078 . 00090 . 00105			
1 2 3 4 10 ⁻¹ 5 6 7 8 9	0.815 1.32 1.64 1.86 2.03 2.16 2.28 2.36 2.45	0.415 0.750 1.02 1.22 1.37 1.49 1.60 1.69 1.75	0. 0. 0. 1. 1. 1. 1.	260 500 700 870 00 12 22 30 38	0.180 0.359 0.515 0.650 0.770 0.875 0.965 1.04 1.11	0.1 0.2 0.5 0.6 0.7 0.7 0.8 0.9	134 268 392 510 510 700 775 350 220	0. 103 0. 208 0. 308 0. 405 0. 490 0. 570 0. 640 0. 715 0. 775	0, 081 0, 169 0, 246 0, 324 0, 400 0, 400 0, 460 0, 529 0, 600 0, 650	05 0. 5 0. 5 0. 5 0. 5 0. 5 0. 6 0. 7 0. 8 0. 9 0. 9 0. 9 0.	0640 132 200 268 330 390 445 500 550	0. 0515 0. 107 0. 164 0. 220 0. 275 0. 325 0. 375 0. 425 0. 475	0,0420 0,0880 0,135 0,182 0,230 0,276 0,320 0,364 0,404	0, 006, 0, 014 0, 023; 0, 035; 0, 045; 0, 058; 0, 071; 0, 084; 0, 098;	35 0. 5 0. 8 0. 0 0. 0 0. 5 0. 5 0. 0 0. 5 0. 0 0. 0 0. 0 0.	00118 00278 00490 00750 0104 0138 0175 0212 0260	0.00160 0.00240 0.00320 0.00425 0.00525 0.00530	C, 000 0, 000 0, 000 0, 001 0, 001 0, 001	38 56 80 08 40 65
1 2 3 4 5 1 6 7 8 9 10	2.54 2.97 3.20 3.36 3.49 3.59 3.66 3.74 3.80 3.84	1.85 2.29 2.50 2.66 2.78 2.90 2.96 3.00 3.09 3.12	1. 1. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2.	45 88 10 25 38 47 55 60 67 74	1. 18 1. 60 1. 82 1. 97 2. 09 2. 18 2. 25 2. 32 2. 39 2. 45	0.9 1.3 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0 2.1 2.1 2.1 2.2	75 18 0 15 17 15 17 15 14 1 7 4	0.825 1.22 1.42 1.58 1.69 1.78 1.85 1.94 2.00 2.05	0.700 1.07 1.28 1.42 1.54 1.65 1.70 1.79 1.85 1.90		595 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50	0.510 0.840 1.05 1.20 1.30 1.40 1.48 1.55 1.60 1.65	0.444 0.750 0.960 1.10 1.21 1.30 1.38 1.44 1.50 1.55	0.113 0.259 0.388 0.495 0.580 0.660 0.730 0.790 0.850 0.890	0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.	0310 0950 165 235 300 360 415 465 515 550	0.00840 0.0330 0.0700 0.112 0.150 0.195 0.230 0.272 0.307 0.340	0.002 0.011 0.027 0.053 0.071 0.099 0.125 0.155 0.155 0.210	35 5 5 5 0

EXEMPLE D'APPLICATION Nº 2

METHODE DE BERKALOFF

TENANT COMPTE DE LA PRESENCE D'UNE STRATE CONDUCTRICE

SITUATION : BOULANOUAR (Mauritanie)

OPERATEUR

:

:

Date

1962

B.R.G.M.

REFERENCE

Rapport B.R.G.M. DS 63 A 9 et DS 63 A 18 - Février 1963 Le puits à été foré dans le "Continental terminal". Le pompage d'essai a duré 60 heures au débit Q = 42,3 m3/h. Les profondeurs d'eau observées dans le piézomètre situé à la distance r = 41 m ont été reportées en fonction du logarithme du temps de pompage (voir figure jointe).

La droite du palier des profondeurs et les asymptotes ont été tracées sur le graphique au jugé. On relève sur ce graphique :

to	=	0,0043	h	i	=	0,18 r	n
t¦	=	0,3	h	iεα	=	0,038	m
tη	=	0,035	h	iεη	=	0,036	m
ta	Ħ	2,5	h				

et on en déduit :

$$T = 0,183 \frac{Q}{t} = 43 \text{ m}2/h$$

$$S = \frac{2,25 \text{ T} \text{ t}_{0}^{\prime}}{r^{2}} = 0,00025 = 2,5.10^{-4}$$

$$(S+S') = \frac{2,25 \text{ T} \text{ t}_{0}^{\prime}}{r^{2}} = 0,017 = 1,7.10^{-2}$$

$$\alpha = \frac{0,561}{t_{\alpha}} = 0,224 = 14,5 \text{ heures}$$

$$\eta = \frac{t_{\alpha}}{t_{\eta}} = \frac{(S+S')}{S} \approx 70$$



EXEMPLE D'APPLICATION Nº1

METHODE DE BOULTON TENANT COMPTE DE L'EGOUTTEMENT

SITUATION :

्य अनुमहरू स

> Saint Pardon de Conques (Vallée de la Garonne, Gironde, France)

OPERATEUR :

B.R.G.M. Service géologique régional d'Aquitaine

DATE :

:

Novembre 1965

REFERENCE

Archives du B.R.G.M.

1. Cadre hydrogéologique

L'aquifère est formé par une couche de sables moyens avec graviers (terrasse récente de la Garonne) reposant sur des marnes vertes constituant le substratum (voir coupe du forage fig. 1). L'épaisseur des alluvions noyées au site de la station de pompage est de 8,24 m, la nappe étant libre.

La rive de la Garonne pouvant constituer une limite se trouve à environ 300 m de distance et le pied du versant (Calcaire à Astéries) à environ 250 m.

2. Données techniques

Le forage d'essai a un diamètre de 0,320 m et descend jusqu'au substratum situé à 13,75 m de profondeur. Il a été crépiné entre 7 m et 13,75 m de profondeur donc sur 6,75 m d'alluvions, ce qui donne un coefficient de pénétration de 0,82.

Le dispositif de contrôle comprend 5 piézomètres dont 4 à 10 m et 1 à 30 m du forage. Le pompage a duré pendant 48h50¹ au débit oscillant entre 51 et 54,6 m3/h ($Q_{moy} = 53 m3/h \simeq 15 1/s$). La remontée des niveaux a été observée pendant 6 h 20¹. Le tableau ci-joint donne les rabattements observés pendant et après le pompage dans le forage et dans les piézomètres 1 et 2 choisis comme les plus représentatifs.

3. Interprétation

3.1. Descente

Etant donné le coefficient de pénétration de 0,82 et la distance des piézomètres au forage, on peut considérer que

l'effet de pénétration partielle doit être minime au puits et au piézomètre à 10 m et tout à fait négligeable au piézomètre à 30 m $(r_2 \ge 1,5 b)$.

D'autre part les rabattements ne dépassent pas 0,1 b (sauf lors des quelques dernières mesures dans le forage). Aucune correction n'est donc nécessaire en ce qui concerne les rabattements mesurés.

Le report des rabattements sur un diagramme semilogarithmique (fig. 3) et l'allure des courbes obtenues suggèrent l'existence de l'effet de l'égouttement : "le débit retardé" provoquant le ralentissement de la descente des niveaux entre $\pm 1.10^2$ et $\pm 5.10^3$ secondes. Dans cette hypothèse les formules de THEIS et de JACOB ne sont pas applicables pendant toute la durée de l'égouttement.

Aussi nous appliquerons :

- 1°) la méthode bilogarithmique de courbes-types dite de BOULTON pour la totalité de la descente
- 2°) la méthode semilogarithmique de JACOB pour la partie finale de la descente (quand l'égouttement devient négligeable)
- 3°) la vérification de la valeur de la transmissivité T entre les piézomètres P1 et P2.

3.1.1. Méthode bilogarithmique des "courbes-types" $F(u', \frac{r}{B})$

Les rabattements observés ont été reportés sur graphique bilogarithmique de même norme que celui de l'abaque (fig. 2). 3.1.1.1. La courbe la plus complète est celle du piézomètre Pl à 10 m, aussi nous l'interpréterons en premier lieu.

> La meilleur superposition semble être celle qui donne $\frac{r}{B} = 0,2$ (cette superposition est faite en glissant de la gauche vers la droite la courbe observée en maintenant parallèles les axes du graphique établi et de l'abaque).

- Résultats de la superposition de la partie gauche de la courbe observée sur la courbe théorique $\frac{r}{B} = 0,2$ de la famille A :

 $F(u^{1}, \frac{r}{B}) = 3,25$ $u^{1} = 10^{2}$ s = 0,2 m $t = 2.10^{2}$ s = 0,056 h

d'où :

$$\mathbf{r} = \frac{0.08 \ Q}{s} \ \mathbf{F}(u^{\dagger}, \frac{\mathbf{r}}{B}) = \frac{0.08.53.3.25}{0.2} = 69 \ m^2/h = 1.9.10^{-2} \ m^2/s$$
$$\mathbf{S} = \frac{4 \ T \ t}{r^2 u^{\dagger}} = \frac{4.69.0.056}{10^2.10^2} = 1.5.10^{-3}$$

- Régultats de la superposition de la partie droite de la courbe observée sur la courbe théorique $\frac{r}{B} = 0,2$ de la famille B :

$$(F(u_{\pm}^{3}, \frac{r}{B}) = 6, 4$$
 $u_{\pm}^{3} = 10^{3}$
s = 0, 4 m t = 6.10⁴ s = 16, 7 h

d'où :

$$T = \frac{0.08}{s} \frac{Q}{s} F(u_{4}^{\dagger}, \frac{r}{B}) = \frac{0.08.53.6.4}{0.4} = 68 \text{ m}2/\text{h} = 1.9.10^{-2} \text{ m}2/\text{s}$$

$$S' = \frac{4}{r^{2}} \frac{T}{u_{4}^{\dagger}} = \frac{4.68.16.7}{10^{2}.10^{3}} = 4.5.10^{-2}$$

$$\eta'_{4} = \frac{S+S^{\dagger}}{S} = \frac{1.5.10^{-3} + 4.5.10^{-2}}{1.5.10^{-3}} \simeq 30$$

- 3 -

L'indice de retard :

$$\frac{1}{\infty} = \frac{4 \text{ t}}{\left(\frac{r}{B}\right)^2 \cdot u_4^3} = \frac{4.6.10^4 \text{ s}}{(0,2)^2 \cdot 10^3} = 6.10^3 \text{ s} = 100 \text{ mn} = 1,67 \text{ h}$$

Le graphique de la relation entre $\propto t_o$ et $\frac{r}{B}^*$ donne $\propto t_o \cong 3$ et $t_o = 3$. $\frac{1}{\infty} = 1, 8.10^4$ s = 5 h.

Donc après $t_o = 1, 8.10^4$ s l'égouttement cesse d'influencer les rabattements au Pl.

3.1.1.2. Piézomètre P2 à 30 m

Le début de la descente n'étant pas observé, la superposition n'est possible que sur une des courbes de la famille B :

- Résultats pour
$$\frac{r}{B} = 0.8$$

 $F(u_{1}^{9}, \frac{r}{B}) = 4$ $u_{1}^{9} = 10^{2}$
 $s = 0.26 \text{ m}$ $t = 10^{5} \text{ s} = 28 \text{ h}$

d'où :

 $T = \frac{0.08 \ Q}{s} F(u_{4}^{\dagger}, \frac{r}{B}) = \frac{0.08.53.4}{0.26} = 65 \ m2/h = 1.8.10^{-2} \ m2/s$ $S^{\dagger} = \frac{4 \ T \ t}{r^{2} u_{4}^{\dagger}} = \frac{4.68.28 \ h}{(30)^{2} \cdot 10^{2}} = 8.10^{-2}$ $\frac{1}{\infty} = \frac{4 \ t}{(\frac{r}{B})^{2} \cdot u_{4}^{\dagger}} = \frac{4.10^{5} \ s}{(0.8)^{2} \cdot 10^{2}} = 6.25.10^{3} \ s \simeq 1.7 \ h$ avec : $\frac{r}{B} = 0.8$ $\simeq t_{0} = 4$ $d^{\dagger}o\dot{u} : t_{0} = 2.5.10^{4} \ s \simeq 6.8 \ h$

* établie par BOULTON (1963)

- 4 -

3.1.1.3. Forage

La courbe observée est très plate et la précision des courbes-types pour $\frac{r}{B} \leq 0,1$ n'est pas suffisante. Aussi nous n'utiliserons pas cette méthode pour le forage.

3.1.2. Méthode semilogarithmique

Sachant que l'égouttement cesse d'influencer les rabattements vers 2.10⁴ s (en pratique il devient négligeable plus tôt), nous avons le droit d'appliquer la méthode de JACOB pour la partie finale de la descente. Elle nous donne au :

. Forage

$$T = \frac{0.183 \ Q}{i} = 69 \ m2/h = 1.9.10^{-2} \ m2/s$$
, avec $i = 0.14 \ m$
et $Q = 53 \ m3/h$

. Pl à 10 m

 $T = \frac{0.183 \ Q}{i} = 67 \ m^2/h = 1.9.10^{-2} \ m^2/s, \text{ avec } i = 0.145 \ m$ et s' = $\frac{2.25 \ T \ t_0'}{r^2} = 3.5.10^{-2}$, avec to' = 84 s = 0.0233 h

. <u>P2 à 30 m</u>

 $T = \frac{0.183 \ Q}{i} = 63 \ m2/h = 1,75.10^{-2} \ m2/s$, avec i = 0,155 m et

$$S' = \frac{2,25 \text{ T to'}}{r^2} = 6,5.10^{-2}$$
, avec to' = 1500 s = 0,417 h

3.1.3. Vérification de T entre Pl à 10 m et P2 à 30 m

$$T = \frac{0.366.0}{(s_1 - s_2)} \quad \log \quad \frac{r_2}{r_1} = 53 \text{ m2/h} = 1.5.10^{-2} \text{ m2/s}$$

avec $\Delta s = 0.175 \text{ m prise à t} \geq 2.10^4 \text{ s}$

3.2. Remontée

Seuls les rabattements dans le forage et le piézomètre Pl à 10 m ont été observés et seulement pendant 6 h 20'.

Aussi la courbe de rabattements résiduels en fonction du logarithme de $\left(\frac{tp + tr}{t_r} = 1 + \frac{tp}{tr}\right)^*$ n'est pas complète, c'est-à-dire que la partie terminale non influencée par l'égouttement est courte. La pente qu'elle donne est de 0,135 m ce qui correspond à :

$$T = \frac{0.183 \ Q}{i} = 72 \ m2/h = 2.10^{-2} \ m2/s$$

4. Conclusions

Les deux méthodes ainsi que les vérification de T entre deux piézomètres donnent les résultats très proches et nous pouvons considérer la formation aquifère alluviale de la Garonne (au site de la station) par des paramètres suivants :

> $T_{moy} = 60 \text{ m}2/\text{h} \simeq 1,7.10^{-2} \text{ m}2/\text{s}$ S = 1,5.10⁻³ (coefficient d'emmagasinement de la réserve immédiatement mobilisable)

 $(S+S') \simeq 6.10^{-2}$ (coefficient d'emmagasinement total)

Pendant le pompage les rabattements sont influencés par l'effet de l'égouttement jusqu'au t $\simeq 2.10^4$ s soit 5 heures 30'.

* $t_p = durée de pompage$

DEPARTEMENT: GIRONDE

COMMUNE: SAINT-PARDON-DE-CONQUES

DESIGNATION: Station expérimentale "Sempey".

Indice de classement: 852-3-3

Coupe établie par G.TRUPIN d'ap.éch.

échelle: 1/100



Fig- 1-