

BUREAU DE RECHERCHES GÉOLOGIQUES ET MINIÈRES  
74, rue de la Fédération - 75-PARIS-15<sup>e</sup> - Tél. 783 94-00

DIRECTION DU SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL  
B.P. 818 - 45-Orléans-La Source - Tél. 66-06-60

# UTILISATION DU PAPIER TÉLÉDELTO

Notions théoriques et travaux pratiques

par

M. BONNET



Département d'hydrogéologie  
45 - ORLÉANS-la Source

**70 SGN 124 HYD**

MAI 1970

## R E S U M E

Ce dossier est destiné principalement aux participants aux séances de recyclage sur la mise en oeuvre du papier conducteur (papier télédeltos), organisé par le Département d'hydrogéologie.

Ces séances, et ce dossier qui rassemble les éléments fondamentaux à retenir, ont pour but de permettre aux Services géologiques régionaux et aux missions extérieures qui en verraient l'utilité d'acquérir et de mettre en oeuvre les montages et les matériaux que nécessite la technique.

La première partie est consacrée à l'exposé des notions théoriques et des règles pratiques fondamentales touchant à l'utilisation des montages, à la réalisation des manipulations et aux calculs qu'elles impliquent. Cette partie est essentiellement un aide-mémoire ne prétendant aucunement à l'originalité ; elle rassemble simplement les notions indispensables au praticien, notions qui se trouvent, pour certaines, présentées plus en détail dans les ouvrages de base dont la liste est jointe en annexe.

En annexe, un cahier de travaux pratiques contient un certain nombre de problèmes-types, avec leur solution au moyen de l'analogie par papier télédeltos.

Ces documents ont été préparés sous la direction de M. M.BONNET, avec la collaboration de MM. A.REPKAT, et J. RICOUR, stagiaires E.N.S.G. au Département d'hydrogéologie, qui ont en particulier réalisé pratiquement toutes les manipulations décrites dans le cahier de travaux pratiques.

Ont également contribué à ce travail :

- M. BERNARD, hydraulicien du SGR/NPA en 1969 qui a le premier testé l'appareillage et critiqué un certain nombre de points concernant le montage et la rédaction de la note théorique,
- M. ROSSIGNOL, technicien hydrogéologue à ce même service qui a réalisé un "Pont d'imposition" original qui devrait mieux correspondre aux besoins des hydrogéologues que les systèmes actuellement commercialisés.

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre des études méthodologiques générales du Département d'hydrogéologie.

UTILISATION DU PAPIER TELEDELTOS

lère partie

NOTIONS THEORIQUES

par

M. BONNET

## T A B L E

1. Rappel théorique
2. Rapports d'analogie
  - 2.1. Buts de l'analogie électrique. Rapports d'analogie
  - 2.2. Théorème fondamental
  - 2.3. Relations entre les rapports d'analogie dans les simulations sur papier conducteur
    - 2.3.1. Le cas des écoulements dans le plan horizontal (x,y)
    - 2.3.2. Le cas des écoulements dans le plan vertical (x,z)
3. La pratique du télédeltos
  - 3.1. La mesure de la résistance du papier
  - 3.2. L'imposition des conditions
    - 3.2.1. Condition de limite étanche ou de flux nul (ligne de courant)
    - 3.2.2. Conditions de potentiel aux limites
    - 3.2.3. Conditions de débit
      - 3.2.3.1. Première méthode—"Méthode des fortes résistances"
      - 3.2.3.2. Deuxième méthode—"Méthode des faibles résistances"
    - 3.2.4. Les conditions spéciales—les distorsions dues aux modèles
      - 3.2.4.1. Imposition de conditions de puits
        - 3.2.4.1.1. Le cas d'une imposition de débit
        - 3.2.4.1.2. Le cas d'une imposition de potentiel
      - 3.2.4.2. Simulation de zones d'étendues réduites à plus faible transmissivité
  - 3.3. Calculs préliminaires—Mesures—Présentation des résultats
    - 3.3.1. Le choix des rapports d'analogie
    - 3.3.2. La mesure des potentiels
    - 3.3.3. La mesure des débits
    - 3.3.4. Présentation des résultats

## 1. Rappel théorique

Les méthodes de l'analogie électrique ont pour base l'identité formelle existant entre les équations qui régissent les phénomènes de conduction électrique en milieu continu et celles qui régissent l'écoulement des fluides en milieu poreux.

Cette identité se retrouve au niveau de toutes les lois et équations classiques que l'on a l'habitude de manipuler en électricité d'une part, en hydrogéologie d'autre part ; comme le montre le tableau ci-après qui introduit également les notations, dimensions et unités que nous utiliserons systématiquement ensuite.

TABLEAU 1 - PRINCIPALES RELATIONS D'ANALOGIE

	Domaine électrique	Domaine poreux
PRINCIPAUX PARAMETRES PHYSIQUES	<p>x, y, z, variables spatiales</p> <p><math>\vec{I}(x,y,z)</math> : vecteur courant électrique (Ampères/m<sup>2</sup>)</p> <p><math>I = \int_s \vec{I} \cdot \vec{n} ds</math> : Intensité électrique (Ampères)</p> <p><math>\sigma(x,y,z)</math> : conductivité électrique <math>\equiv 1/\rho</math> (résistivité) (mho/cm pour <math>\sigma</math>, ohm×cm pour <math>\rho</math>)</p> <p>C(x,y,z) : capacité électrique (farad)</p> <p>t<sub>e</sub> : temps électrique</p> <p>V(x,y,z) : potentiel électrique (volts)</p>	<p>X, Y, Z, (idem)</p> <p><math>\vec{V}(X,Y,Z)</math> : vecteur vitesse macroscopique LT<sup>-1</sup> (m/s)</p> <p><math>Q = \int_s \vec{V} \cdot \vec{n} ds</math> = débit volumique L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup> (m<sup>3</sup>/s)</p> <p>K(X,Y,Z) : perméabilité de DARCY LT<sup>-1</sup> (m/s)</p> <p>S(X,Y,Z) : coefficient d'emmagasinement (s.d.)</p> <p>t<sub>r</sub> : temps réel</p> <p>H(X,Y,Z) : potentiel hydraulique ou charge <math>\equiv \frac{p}{\rho g} + z</math></p> <p>L (m)</p>
EQUATIONS FONDAMENTALES	EQUATION DE CONSERVATION	
	div. $\rho \vec{i} = 0$	div. $\vec{V} = 0$
	EQUATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE	
	$\vec{i} = -\sigma \text{grad } V$	$\vec{V} = -K \text{grad } H$
	EQUATION DU MOUVEMENT EN REGIME PERMANENT	
	forme générale :	
	div( $\sigma \text{grad } V$ ) = 0	div(K grad H) = 0
	forme à deux dimensions :	
	$\frac{\partial}{\partial x} (\sigma \frac{\partial V}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma \frac{\partial V}{\partial y}) = 0$	$\frac{\partial}{\partial x} (K \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K \frac{\partial H}{\partial y}) = 0$

Il est bien évident que le champ d'action d'une technique analogique dépendra étroitement des caractéristiques du milieu électrique dont on disposera.

Il sera question ici du système d'analogie qui utilise comme milieu conducteur un papier graphité, dit papier télédeltos, de conductivité électrique homogène.

Avec ce système, on pourra donc représenter, en principe, tous les écoulements à deux dimensions en milieu homogène.

D'autre part, le montage électrique employé, qui ne permet que la mesure de potentiels constants dans le temps limite, les possibilités de cette analogie au seul cas des écoulements en régime permanent. Tel est donc le champ global des possibilités de ce type d'analogie.

Nous verrons ci-après, et à l'aide de quelques exemples détaillés par ailleurs dans le recueil de Travaux Pratiques (3ème fascicule), quelles sont les limitations pratiques dont-il faut également tenir compte.

## 2. Rapports d'analogie

### 2.1. Buts de l'analogie électrique. Rapports d'analogie

Le but de l'analogie électrique est d'obtenir au laboratoire, c'est-à-dire à une échelle raisonnable, un modèle électrique analogue à l'écoulement souterrain que l'on veut étudier. Cette analogie sera déterminée sans ambiguïté lorsqu'on pourra faire correspondre à toute valeur de paramètre mesurée ou affichée sur le modèle, une valeur et une seule (dans un système d'unité fixé) du paramètre correspondant dans le domaine hydraulique.

Autrement dit une simulation est caractérisée par la définition numérique des rapports qui existent entre les différents paramètres hydrauliques et électriques analogues (définis tableau 1).

On appelle ces rapports : rapports d'analogie.

On peut évidemment en définir autant que de couples de paramètres analogues. Toutefois les seuls usités sont les suivants :

- Rapport de similitude géométrique ou échelle :

$$\gamma = \frac{x}{X} = \frac{y}{Y} = \frac{z}{Z}$$

- Rapport des potentiels :

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta H}$$

- Rapport des conductivités:

$$\beta = \frac{\sigma_e}{K a} \quad (a = \text{longueur de milieu poreux} \\ \text{voir } \S 2.3.1. \text{ et } 2.3.2.)$$

- Rapport des flux :

$$\delta = \frac{I}{Q}$$

- Rapport des temps (pour mémoire : régime transitoire)

$$t = \frac{t_e}{t_r}$$

## 2.2. Théorème fondamental

On démontre que dans le cas du régime permanent (le seul dont nous nous préoccupons ici), dès que l'on a fixé trois rapports d'analogie, les autres en découlent, et la simulation est ainsi déterminée.

En pratique on aura toujours à se préoccuper en premier lieu du "rapport géométrique"  $\gamma$ , c'est-à-dire de l'échelle et il suffira ensuite de déterminer deux rapports électriques parmi les trois principaux précédemment définis.

Le principal problème pratique sera ensuite d'établir les relations numériques qui existent entre ces trois rapports.

### 2.3. Relations entre les rapports d'analogie dans les simulations sur papier conducteur.

#### Règle générale

Le papier télédeltos étant un milieu continu homogène et à deux dimensions, il suffira, pour obtenir ces relations, d'établir la correspondance entre la loi de Darcy appliquée à un écoulement uniforme à travers un domaine de milieu poreux de forme parallépipédique et la loi d'Ohm appliquée au domaine électrique semblable.

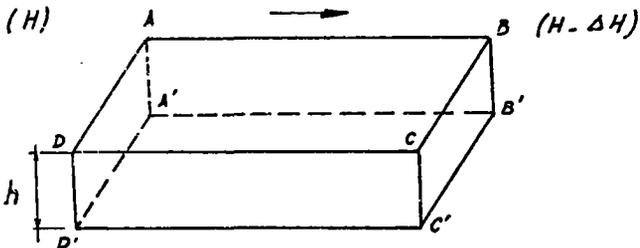
Il faut évidemment distinguer les deux types d'écoulement plan : les écoulements dans le plan horizontal  $(x,y)$  ; les écoulements dans le plan vertical  $(x,z)$ .

#### 2.3.1. Le cas des écoulements dans le plan horizontal $(x,y)$ .

La correspondance entre loi de Darcy et loi d'Ohm s'établit ainsi :

DOMAINE HYDRAULIQUE

- Définition du milieu poreux



$$AB = L, BC = M$$

K = perméabilité (Darcy)

h = hauteur de couche

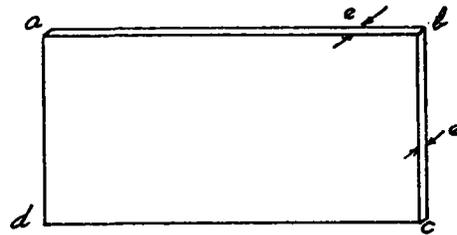
Kh = Transmissivité

- Loi de Darcy

$$Q = K h M \frac{\Delta H}{L}$$

DOMAINE ELECTRIQUE

- Définition du milieu conducteur (papier)



$$ab = l, bc = m$$

$\rho$  : résistivité du papier ( $\equiv 1/\sigma$ )

e = épaisseur du papier

$r_p = \rho / e$  : "résistance" du papier

- Loi d'Ohm

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

$$\text{avec } R = \frac{\rho}{e} \cdot \frac{a b}{e \cdot bc} = r_p \frac{a b}{b c}$$

. d'où les rapports d'analogie :

- Similitude géométrique

$$\gamma = \frac{l}{L} = \frac{m}{M}$$

- Potentiels

$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta H}$$

- Conductivités

$$\beta = \frac{\sigma e}{Kh} = \frac{1}{r_p T}$$

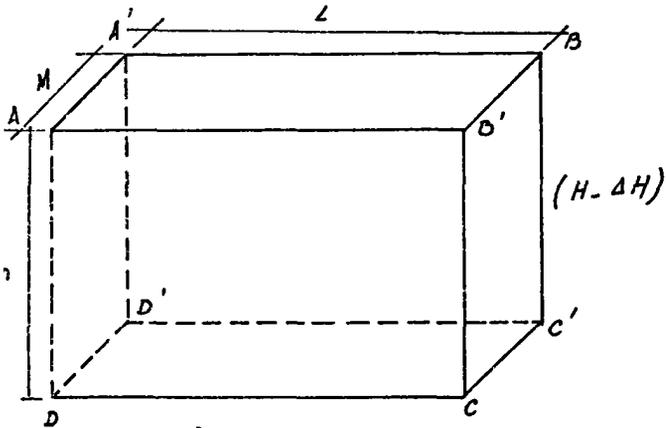
- Débits

$$\delta = \frac{I}{Q} = \frac{\Delta V}{Kh \Delta H} = \frac{\Delta V}{r_p T \Delta H} = \alpha \cdot \beta$$

2.3.2. Le cas des écoulements dans le plan vertical (x,z).

DOMAINE HYDRAULIQUE

- Définition du milieu poreux



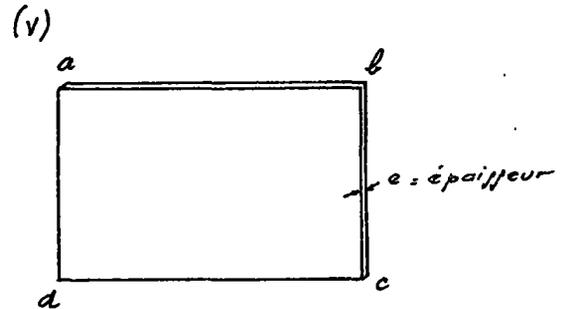
AB = L , AA' = M  
 h = hauteur mouillée  
 K = perméabilité (Darcy)

- Loi de Darcy

$$Q = K h \cdot M \frac{\Delta H}{L}$$

DOMAINE ELECTRIQUE

- Définition du milieu conducteur (papier)



ab = l , e = épaisseur papier  
 ad = m  
 $\rho$  = résistivité ( $\cong 1/\sigma$ )  
 $r_p = \frac{\rho}{e}$  = résistance du papier

- Loi d'Ohm

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\Delta V}{\frac{a b}{e \cdot b c}} = \frac{\Delta V}{r_p \frac{l}{m}}$$

. Rapports d'analogie

$$\gamma = \frac{l}{L} = \frac{m}{h}$$

$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta H}$$

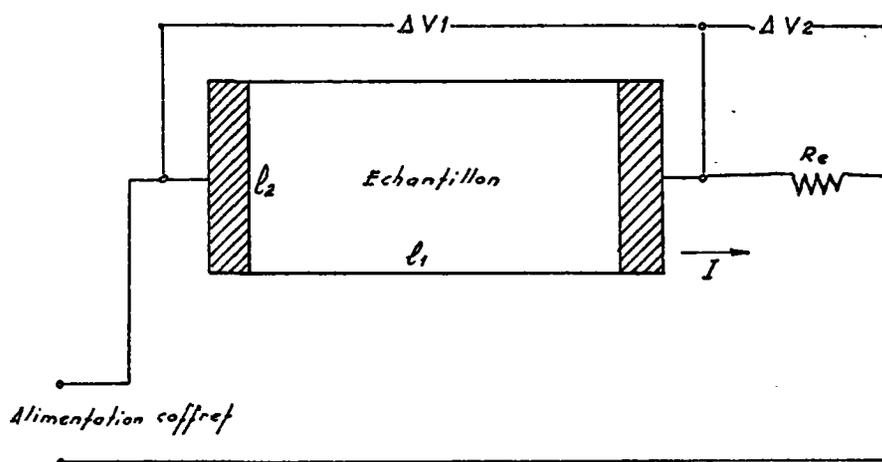
$$\beta = \frac{\sigma e}{K M} = \frac{1}{r_p K M}$$

$$\delta = \frac{I}{Q} = \frac{\Delta V}{r_p K M H} = \frac{\Delta V}{\Delta H} \times \frac{1}{r_p K M} = \alpha \cdot \beta$$

### 3. La pratique du télédeltos

#### 3.1. La mesure de la résistance du papier

Le papier télédeltos a une résistance variable dans le temps. Avant chaque manipulation, il faut donc déterminer sa résistance  $r_p$  en utilisant le montage suivant :



on a en appliquant la loi d'Ohm au circuit :

$$I = \frac{\Delta V_2}{R_e} = \frac{\Delta V_1}{r_p \frac{l_1}{l_2}}$$

soit

$$r_p = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot R_e$$

- $\Delta V_1$  et  $\Delta V_2$  sont mesurés à l'aide du pont de mesure du coffret
- on pourra prendre  $l_2 = 10$  cm,  $l_1 = 20$  cm
- la résistance étalon  $R_e$  sera constituée par une boîte de résistance réglée sur la valeur  $2\,500 \times \frac{l_1}{l_2}$  ohms.
- on pourra également faire varier  $R_e$  de façon à obtenir :  
 $\Delta V_1 = \Delta V_2$  (voir cahier de T.P. manipulation n° 1).

### 3.2. L'imposition des conditions

Nous décrivons par ailleurs (fascicule 2) en détail l'appareillage d'alimentation et de mesure utilisé par le B.R.G.M. pour la mise en oeuvre du papier télédelto.

La figure 3.20 donne le schéma électrique simplifié de cet appareillage. Rappelons qu'il nous permet de disposer d'une échelle de potentiels de 1 000 points dont au moins 100 distincts et régulièrement espacés et d'un montage de mesure de type "Pont de Weastone" qui permet d'identifier toute valeur de potentiel, à la précision de l'unité, dans la gamme complète 0 - 1 000.

Nous examinerons ici comment on utilise en pratique ce montage pour imposer les conditions les plus courantes.

#### 3.2.1. Condition de limite étanche ou de flux nul (ligne de courant).

Pour mémoire: il suffit de découper le papier à bords francs selon le contour de la limite.

#### 3.2.2. Conditions de potentiel aux limites

Toute condition de potentiel le long d'une limite est imposée au moyen d'électrodes suivant le plus exactement possible le contour de la limite et reliées au "Pont 1.000 points".

Les électrodes sont constituées très simplement en badigeonnant à la peinture d'argent, sur les deux côtés, une bande de papier de 15 mm de largeur à l'extérieur de la limite (voir figure 3220). Si la limite est à potentiel constant, une seule et même électrode la recouvre. Si le potentiel varie le long de la frontière, on impose la loi de variation par paliers au moyen de petites électrodes dont les largeurs doivent être établies en tenant compte du gradient de potentiel.

Figure 3.20

SCHEMA DU MONTAGE

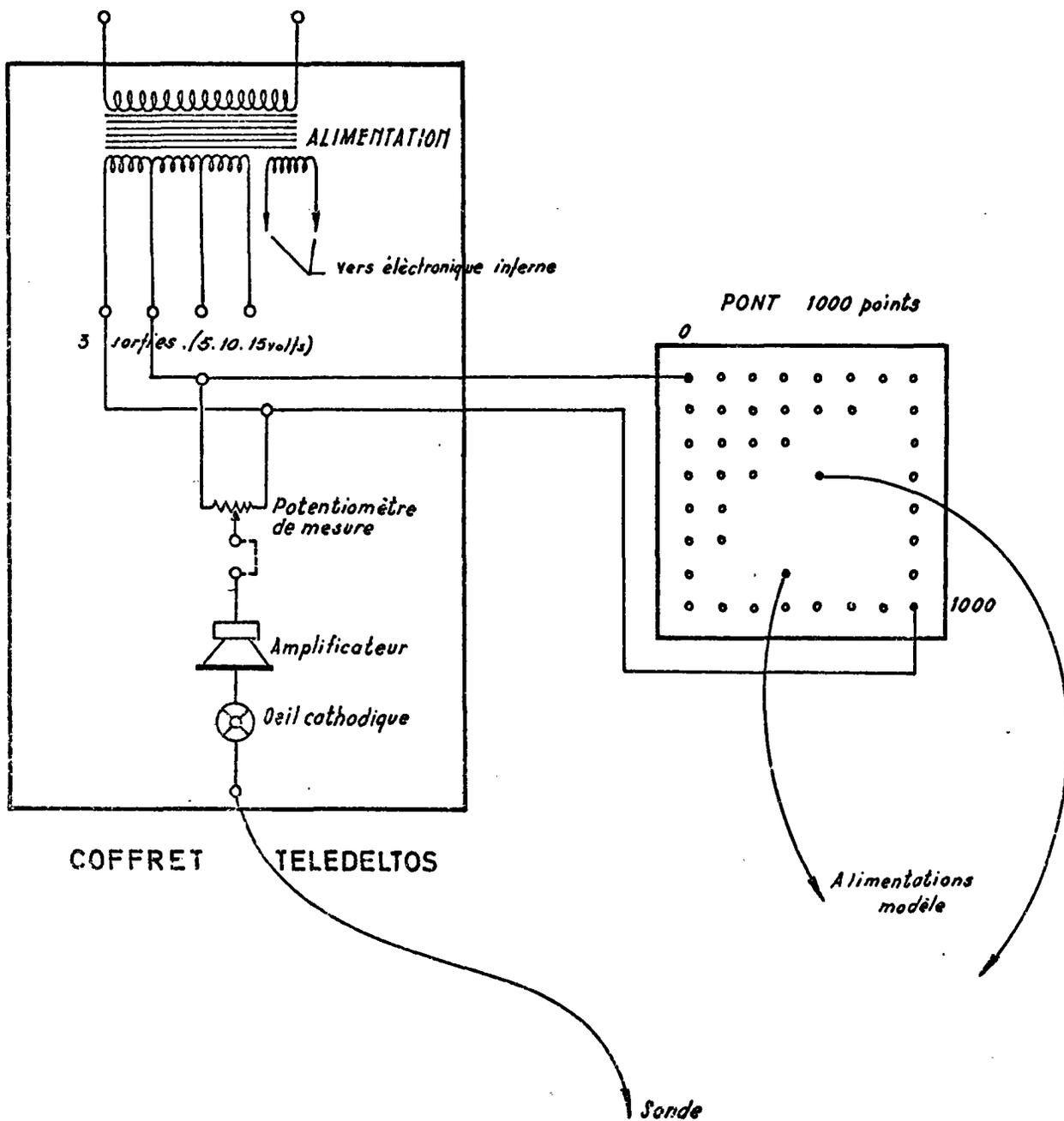
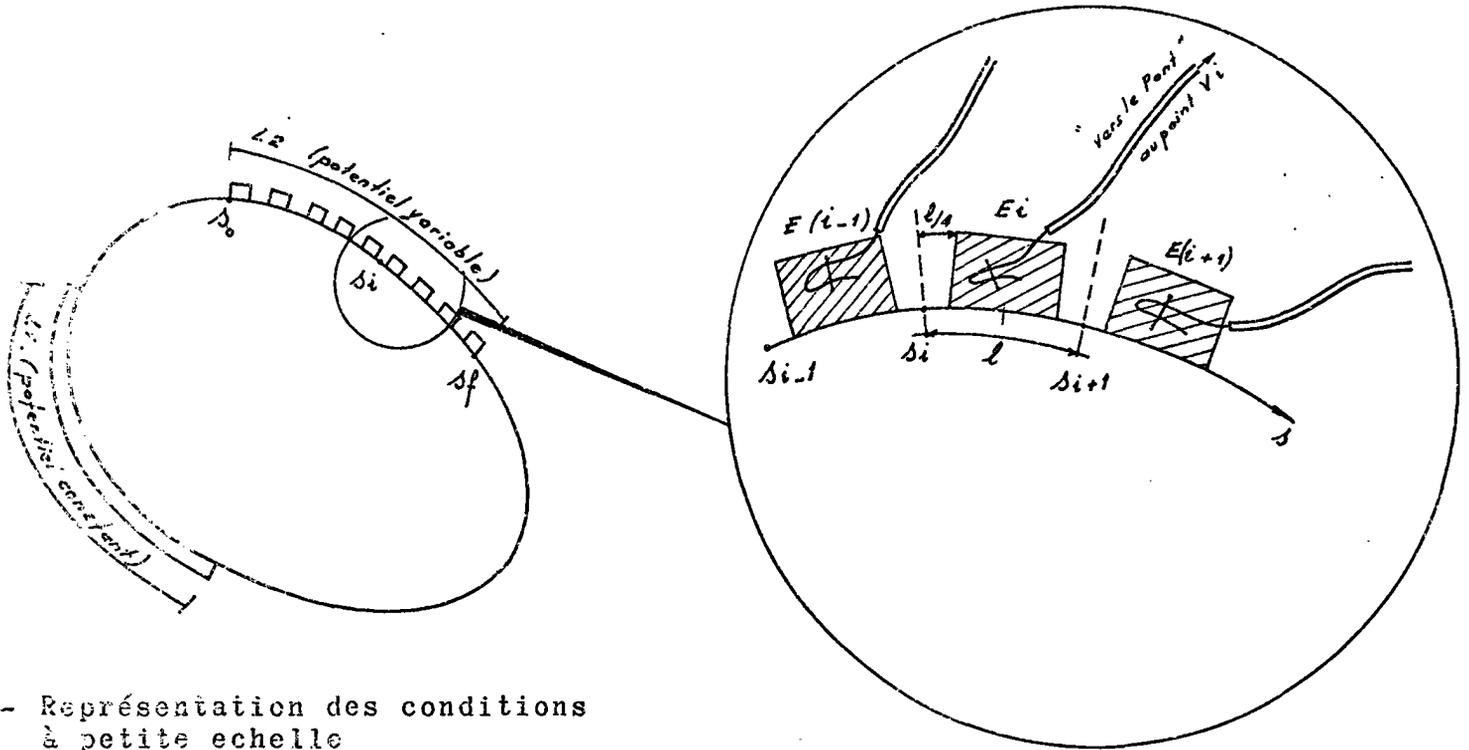
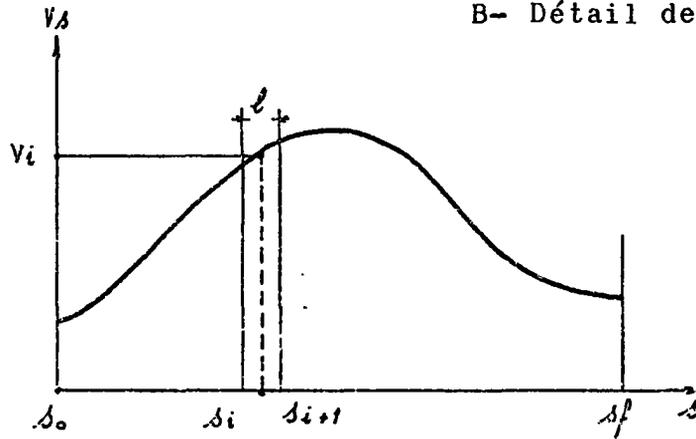


FIGURE 3220  
IMPOSITION DES CONDITIONS DE POTENTIEL



A- Représentation des conditions à petite échelle

B- Détail des électrodes d'imposition



C- Loi de variation sur la limite L2

Si le gradient est fort, on doit serrer au maximum les électrodes : dans les problèmes d'hydraulique souterraine, il est rare qu'on ait à utiliser des électrodes de largeur  $l$  inférieure à 10 mm et il est déconseillé de descendre au-dessous de 5 mm.

Quoiqu'il en soit, chaque électrode doit être séparée de sa voisine, par un espace non conducteur (c'est-à-dire une coupure du papier) et on appelle largeur  $l$  de l'électrode la somme : "partie conductrice + les deux  $\frac{1}{2}$  intervalles adjacents (voir fig. 3220).

On respectera la règle suivante :

$$\text{partie conductrice} = \frac{3}{4} l$$

On affecte à chaque électrode le potentiel qui correspond à son milieu sur la courbe (continue) donnant les variations de potentiel sur la limite. Les électrodes sont reliées au "Pont" par l'intermédiaire d'un conducteur isolé à âme en fil de cuivre tressé. Le contact avec l'électrode est réalisé en agrafant sur le papier l'extrémité dénudée du conducteur (voir figure).

### 3.2.3. Conditions de débit

Pour imposer les débits, il existe deux méthodes d'un intérêt pratique inégal.

#### 3.2.3.1. Première méthode—"Méthode des fortes résistances".

C'est une méthode approximative qui induit une certaine erreur d'ailleurs calculable et en général très admissible.

Mais c'est la méthode la plus simple et la plus rapide, celle qui est employée la plus couramment dans les manipulations avec papier télédeltos et nous conseillons de l'utiliser presque exclusivement.

### Principe

Dans cette méthode, on n'emploie pour alimenter le modèle qu'une fraction (en général le  $1/10^è$ ) du Pont diviseur de résistance totale  $2\Omega$  .

Seule cette fraction (en général de  $0,2\Omega$ ) doit être elle-même divisée en intervalles réguliers définissant une échelle de potentiels (voir figure 3.231).

Ce type de montage est aisément réalisé en pratique, soit à l'aide du Pont "1.000 points" CAMELIN (qui se révèle en l'occurrence surabondant), soit à l'aide du Pont B.R.G.M., tous deux présentés dans le fascicule 2 (Matériel). Dans ces deux cas, la fraction utile est découpée en 99 intervalles définissant une échelle de 100 potentiels qui est très suffisante dans la plupart des cas.

Si on admet comme unité de potentiel la variation  $\Delta v$  qui se produit dans chaque intervalle élémentaire de la partie tronçonnée du pont, on aura par définition les valeurs 0 et 1.000 aux bornes de la résistance totale de  $2\Omega$  .

### Remarque

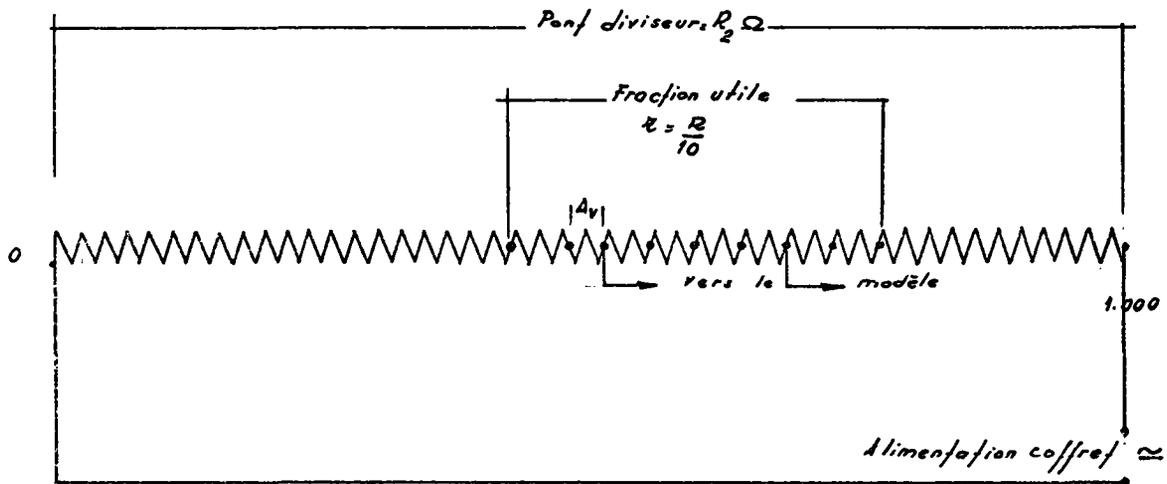
Dans ce système électrique particulier, l'unité d'intensité n'est évidemment pas non plus une unité courante, mais se définit par la formule :

$$\text{Unité de I} = \frac{\Delta v}{1\Omega}$$

Il faut évidemment conduire toujours les calculs en conservant ce système. (Ne pas parler d'ampères !).

FIGURE 3.231

MONTAGE DU PONT DIVISEUR POUR L'IMPOSITION  
PAR FORTES RESISTANCES

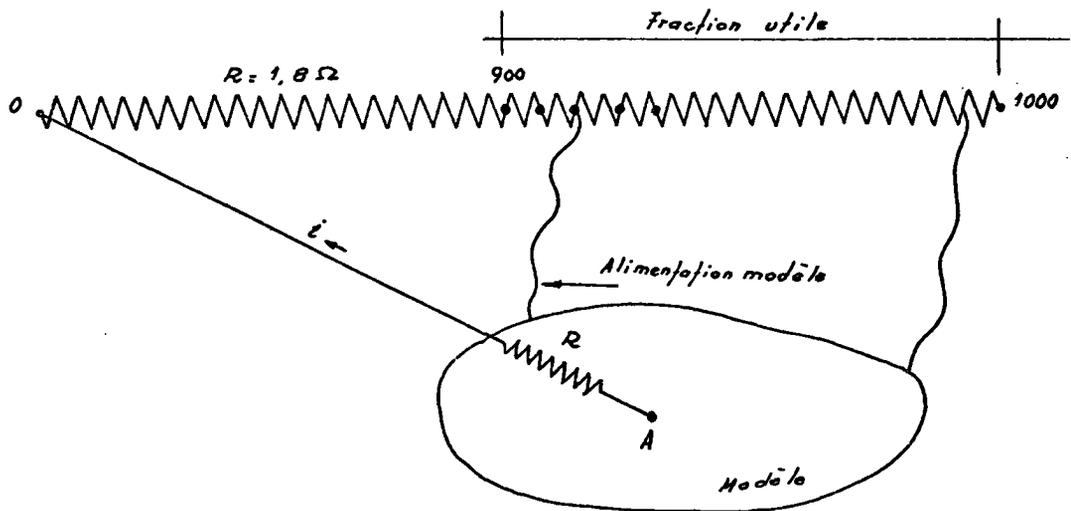


Détail de mise en oeuvre

En pratique le montage du pont diffèrera selon que l'on aura à afficher des injections, des soutirages ou ces deux types de débit simultanément.

- Cas des soutirages

On place la fraction utile du pont entre 900 et 1.000. Toutes les impositions de potentiels seront faites dans cette gamme et en tout point du modèle on aura  $900 < V_M < 1.000$ . Pour imposer en un point A une certaine intensité  $i$  on réalise le montage suivant :



la résistance R est calculée de façon à avoir

$$i = \frac{950}{R} \quad \text{soit} \quad R = \frac{950}{i}$$

De ce fait on n'imposera pas exactement  $i$  mais

$$i' = \frac{V_A - 0}{R}$$

Mais étant donné que  $|V_A - 950| \leq 50$

on aura pour l'erreur sur  $i$  :

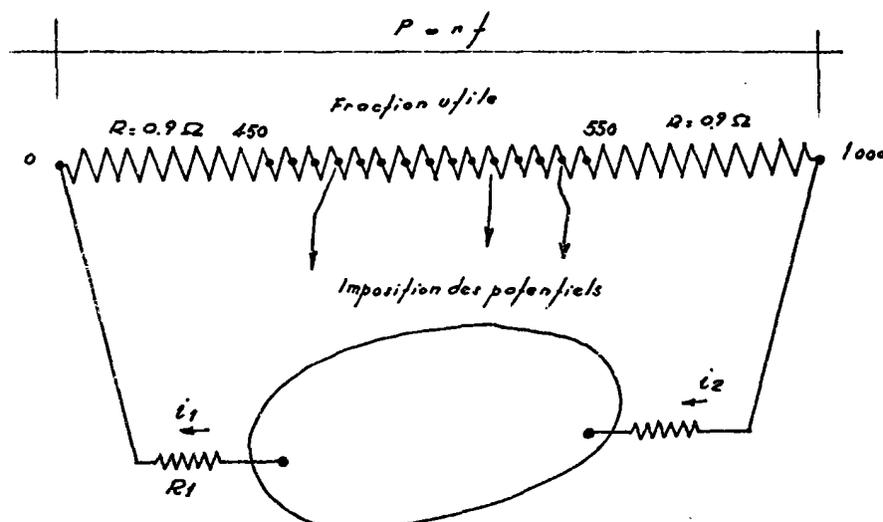
$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V_A}{V_A} \leq \frac{50}{1.000} = 5 \%$$

- Cas des injections

Le montage est évidemment symétrique : on alimente le modèle entre 0 et 100 ; on relie les points d'injection au pont 1 000 par l'intermédiaire de résistances R calculées comme précédemment. L'erreur commise dans l'imposition des débits est la même : 5 % (au maximum)

- Cas des injections et des soutirages simultanés

On place la fraction utile au milieu du pont.



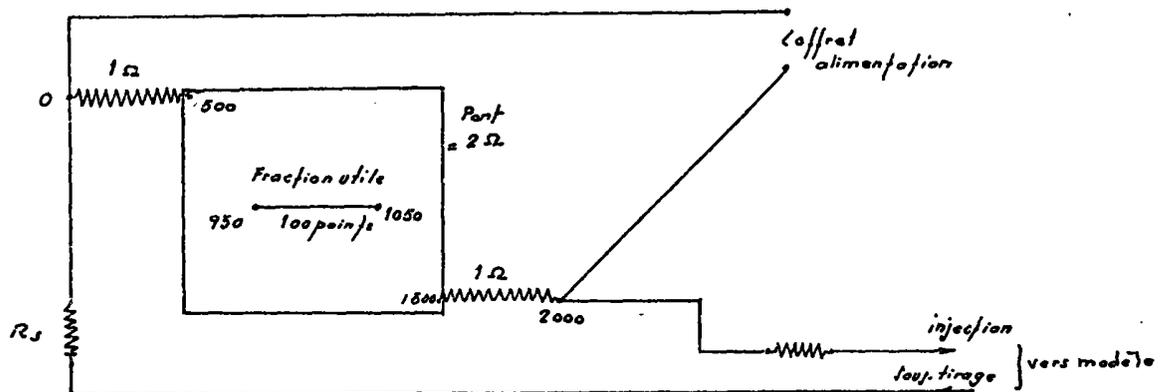
On calcule les résistances par la formule

$$R = \frac{500}{i}$$

Dans ce cas l'erreur devient :

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V}{V} \leq \frac{50}{500} = 10 \%$$

Pour augmenter la précision sur les débits on peut placer des résistances de  $1\ \Omega$  , 50 W en série avec le Pont. Selon le schéma suivant :



On définit ainsi une échelle 2 000 points et on a :

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta V}{V} \leq \frac{50}{1.000} = 5 \%$$

Mais on perd en précision dans la mesure des potentiels puisque le potentiomètre rotatif du coffret qui comprend 1.000 divisions est opposé à un montage à 2.000 points (au lieu de 1.000 contre 1.000 dans les autres montages).

### 3.2.3.2. Deuxième méthode - "Méthode des faibles résistances".

Cette méthode n'offre d'intérêt que quand on dispose d'un Pont 1 000 points CAMELIN. Elle permet d'utiliser toute la gamme des potentiels et d'imposer les débits sans admettre d'erreur.

Signalons en simplement le principe (résumé par le schéma ci-dessous) sans entrer dans les détails de mise en oeuvre.



On choisit R a priori et on déplace l'extrémité côté Pont de façon à obtenir  $V_A - V_P$  tel que l'on ait :

$$i = \frac{V_A - V_P}{R}$$

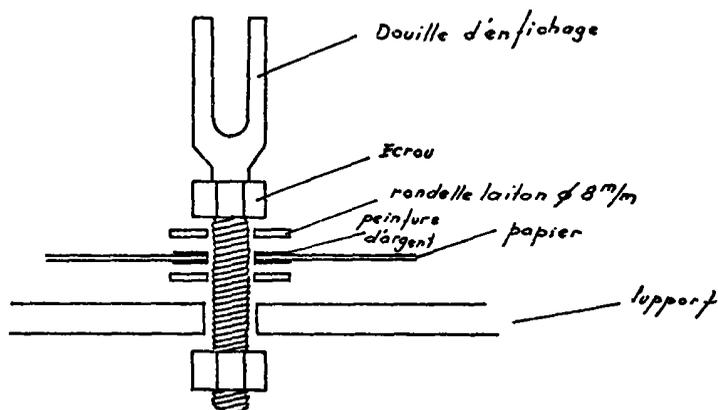
Le principal inconvénient de la méthode est que, si on modifie certaines conditions imposées sur le modèle, en particulier si on ajoute de nouvelles impositions de débit, le potentiel en A dérive et il faut refaire le réglage. Ainsi quand on a à imposer plusieurs débits, il faut procéder par itérations ce qui peut être assez long.

En conclusion, la méthode n'est citée que pour mémoire et doit être évitée autant que possible.

### 3.2.4. Les conditions spéciales - les distorsions dues aux modèles.

#### 3.2.4.1. Imposition de conditions de puits

Lorsque l'on veut représenter un puits sur le modèle, on utilise une électrode d'injection ou de soutirage (suivant le sens du courant) constituée selon le schéma suivant :



Cette électrode a évidemment un diamètre fixe (ici 9 mm) et ne respectant pas (sauf exception rarissime) le rapport d'analogie géométrique déterminé par ailleurs : par exemple pour représenter exactement un puits de 20 cm de diamètre à l'échelle 1/10 000, il faudrait une électrode de 20 microns !

On introduit ainsi une distorsion locale : le modèle ne représente pas exactement le puits mais une équipotentielle de diamètre  $D$  électrode/ $\gamma$  (ici  $9 \cdot 10^{-3}/\gamma$ ). Pour que cette représentation soit valable, il faut que l'écoulement à cette distance soit encore radial circulaire.

On peut admettre que cette hypothèse est toujours vérifiée. Dans ces conditions on peut donc déterminer par le calcul les divers paramètres qui caractérisent la portion d'écoulement radial comprise entre le cercle de diamètre  $D$  électrode/ $\gamma$  et le puits, et éventuellement les représenter par leurs équivalents électriques.

En pratique, deux cas peuvent se présenter :

### 3.2.4.1.1. Le cas d'une imposition de débit

On a vu par ailleurs (§ 3.2.3.) comment on impose une condition de débit. Quand cette condition est imposée sur un puits on veut, de plus, connaître le rabattement dans le puits lui-même. Du fait de la distorsion évoquée ci-dessus, ce rabattement ne peut être lu directement et on doit recourir aux calculs suivants :

soit  $V(x)$  le potentiel mesuré sur l'électrode

1°) on en déduit la charge hydraulique

$H(x)$  selon le cercle de rayon  $X = De/\gamma$  :

$$H(x) = \frac{V_x - V_0}{\alpha}$$

( $V_0$  potentiel électrique correspondant à l'origine des potentiels hydrauliques  $H_0 = c$ ).

2°) on calcule la charge  $H(p)$  au puits en appliquant une formule d'écoulement radial circulaire. On peut ainsi éventuellement tenir compte de l'influence d'un dénoyage (ou d'un rabattement excessif) au voisinage du puits en appliquant la formule du type "surface libre" ; dans ce cas on n'oubliera pas de prendre en compte la cote du substratum comptée par rapport au plan d'origine des potentiels hydrauliques.

NAPPE CAPTIVE

$$Q = \xi \cdot 2 \pi K a \cdot \frac{H(x) - H(p)}{\text{Log}(X/P)}$$

NAPPE LIBRE

$$Q = \xi \pi K \cdot \frac{(H(x) - H(s))^2 - (H(p) - H(s))^2}{\text{Log}(X/P)}$$

= + 1 si soutirage

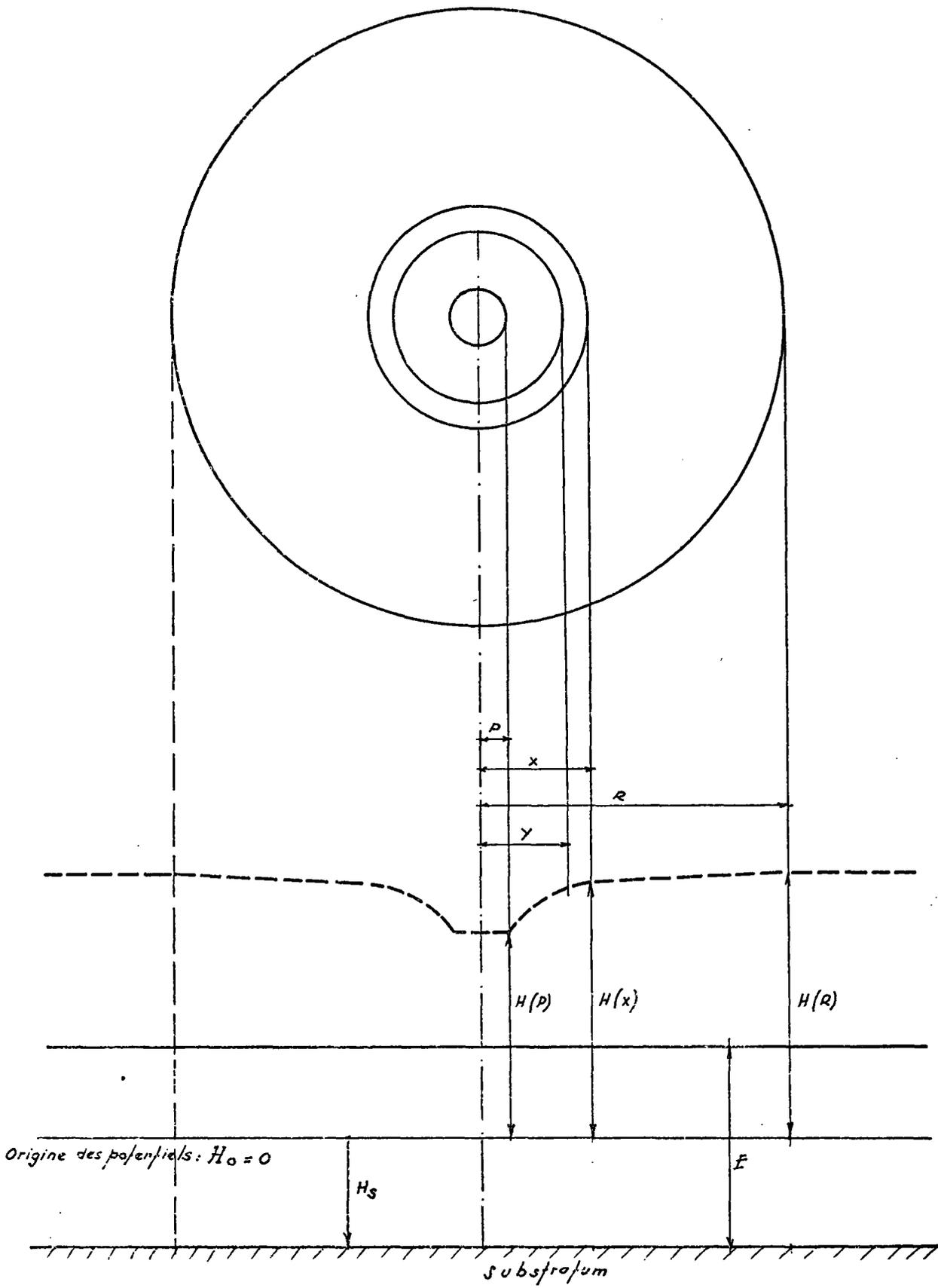
= - 1 si injection

$$H(x) - H(p) = \frac{\xi Q \log(X/P)}{2,73 K a}$$

$$H(p) = H(x) - \frac{\xi Q \log(X/P)}{2,73 K a}$$

$$H(x)^2 - H(p)^2 - 2H_s(H_x - H_p) = \frac{\xi Q \log(X/P)}{1,366 K}$$

$H(p)$  par résolution



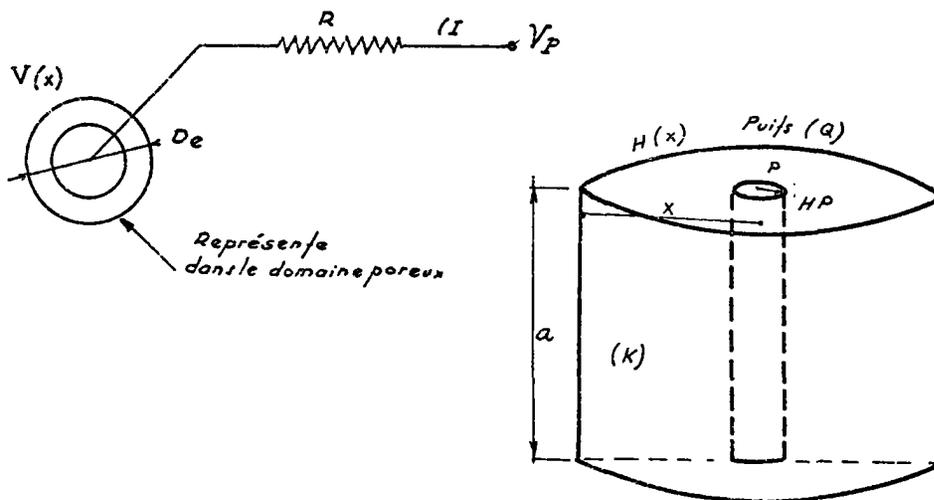
3.2.4.1.2. Le cas d'une imposition de potentiel

soit à imposer une charge  $H(p)$  au puits de rayon  $r_p$ .

1°) on détermine le potentiel électrique analogue :

$$V_p = \alpha H(p)$$

2°) On relie le point  $V_p$  du pont à l'électrode (diamètre  $D_e$ ) représentant le captage par l'intermédiaire d'une résistance  $R$  équivalente à la résistance de la portion de milieu qui n'est pas représentée exactement (couronne comprise entre les cercles de rayon  $\frac{P}{\gamma}$  et  $\frac{D_e}{2}$ )



en comparant selon la méthode déjà utilisée les "écoulements électriques" et hydrauliques dans ces deux domaines analogues on a :

- Dans le cas d'un écoulement captif :

$$V_{(X)} - V_{(P)} = \mathcal{E} R I \quad \begin{array}{l} = + 1 \text{ soutirage} \\ = - 1 \text{ injection} \end{array}$$

$$H_{(X)} - H_{(P)} = \frac{\mathcal{E} Q \log(X/P)}{2,73 K a} \quad (\text{voir cas imposition de débit})$$

ce qui entraîne :

$$\alpha \left( H_{(X)} - H_{(P)} \right) = \left( V_{(X)} - V_{(P)} \right) = \frac{\alpha \mathcal{E} Q \log(X/P)}{2,73 K a}$$

$$\text{d'où} \quad R I = \frac{\alpha \mathcal{E} Q \log(X/P)}{2,73 K a}$$

d'après les rapports d'analogie on a :  $\frac{I}{Q} = \alpha \cdot \beta$

$$\text{d'où} R \text{ doit être égal à : } R = \frac{1}{\beta} \frac{\log(X/P)}{2,73 K a}$$

$$\text{soit : } \boxed{R = \frac{r_p}{2,73} \cdot \log \left( \frac{X}{P} \right)} \quad r_p = \text{résistance papier}$$

- Dans le cas d'un écoulement à surface libre :

Avec les notations précédentes (voir figure page 21) on a dans le domaine hydraulique :

$$\left( H_{(x)} - H_{(s)} \right)^2 - \left( H_{(p)} - H_{(s)} \right)^2 = \mathcal{E} \frac{Q \log(X/P)}{1,366 K}$$

soit :

$$\left[ H_{(x)} - H_{(p)} \right] \left[ H_{(x)} + H_{(p)} - 2H_{(s)} \right] = \mathcal{E} \frac{Q \log(X/P)}{1,366 K}$$

ou :

$$Q = \left( H_{(x)} - H_{(p)} \right) \left( H_{(x)} + H_{(p)} - 2H_{(s)} \right) \times \mathcal{E} \frac{1,366 K}{\log(X/P)}$$

D'autre part dans le domaine électrique on a :

$$V_{(x)} - V_{(p)} = \mathcal{E} R I = \mathcal{E} R \cdot \frac{I}{Q} \times Q$$

soit :

$$V_{(x)} - V_{(p)} = \mathcal{E} R \cdot \alpha \cdot \beta \times Q$$

Q étant lui-même fonction de  $H_{(x)}$  et  $H_{(p)}$ , il est évidemment impossible d'expliciter la formule et d'en tirer R.

Il faut opérer par itérations selon le schéma suivant :

on se donne a priori une valeur de R qui peut être par

exemple celle calculée d'après la formule de la nappe captive légèrement majorée. On détermine alors sur le modèle  $V(x)$  et  $\Delta V = V_x - V_p$ , on en déduit la valeur de  $H(x)$  correspondante dans l'analogie choisie et on calcule :

$$\Delta V' = \xi R. \alpha. \beta. Q$$

si on a :

$$\Delta V' \neq \Delta V$$

on conserve la résistance R.

Sinon on modifie légèrement cette valeur et ainsi de suite (voir cahier de Travaux Pratiques, manipulation n° 4). Il est bien entendu que dans ce cas, toute modification de la répartition des potentiels sur le modèle impose un nouveau réglage de R.

### 3.2.4.2. Simulation de zones d'étendues réduites à plus faible transmissivité.

#### a) Le problème du puits

Ces pertes de charge sont dues généralement à un colmatage au voisinage du puits. On peut admettre qu'autour du puits, il existe une couronne circulaire de plus faible perméabilité  $K_C$  d'où une perte de charge supplémentaire. Le papier étant homogène nous simulerons cette zone comme précédemment par l'adjonction d'une résistance intercalée entre l'électrode et le pont d'imposition, généralement le rayon  $Y$  de cette zone est inférieur à celui  $X$  correspondant au rayon  $x$  de l'électrode d'injection sur le modèle.

Pour étudier les cas d'imposition de débit ou d'imposition de potentiel, nous ferons des calculs analogues aux précédents mais en deux temps pour tenir compte de la variation de transmissivité (de perméabilité).

Nous allons signaler rapidement les formules à utiliser pour le cas des nappes captives. Nous poserons  $n = \frac{K}{K_C}$ .

$$H(Y) = H(X) - \frac{\epsilon Q \log(X/Y)}{2,73 K E}$$

$$H(P) = H(Y) - \frac{\epsilon Q \log(Y/P)}{2,73 K_C E}$$

$$H(P) = H(X) - \frac{\epsilon Q}{2,73 K E} \log\left(\frac{X}{Y}\right) + n \log\left(\frac{Y}{P}\right)$$

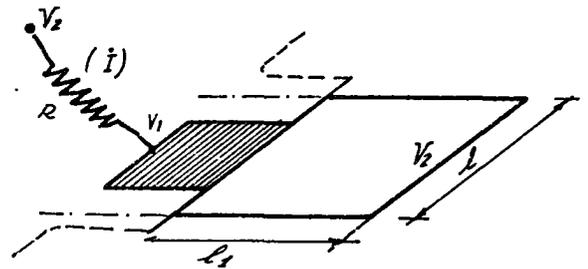
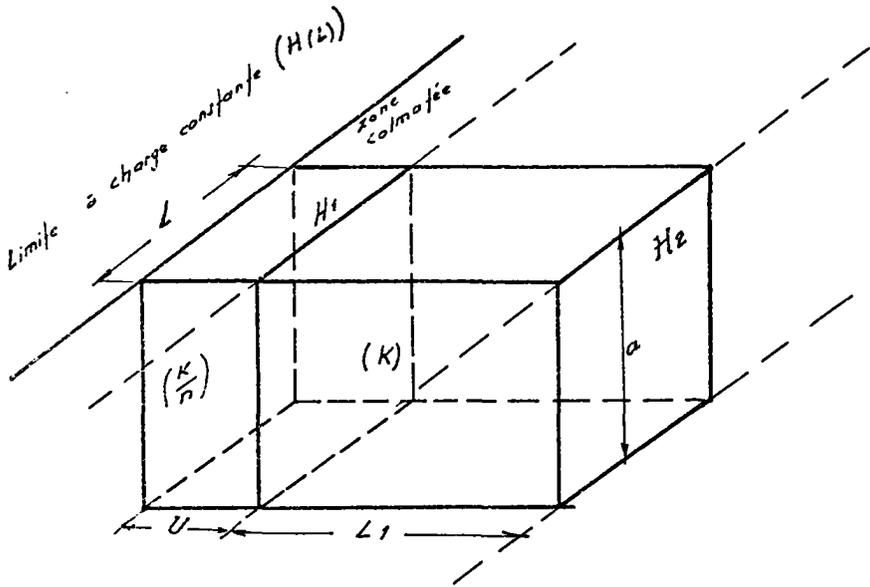
$$= H(X) - \frac{\epsilon Q}{2,73 K E} \cdot \log \frac{X \cdot Y^{n-1}}{P^n}$$

- b) modification de transmissivité au voisinage d'une limite (par exemple colmatage du lit d'une rivière).

On peut considérer dans ce cas là qu'il n'y a pas de distinction à faire entre nappe libre et nappe captive puisqu'on admet pour la nappe libre que la transmissivité est constante, soit en première approximation que pour une perméabilité donnée, les variations d'épaisseur de la tranche mouillée sont inférieures à 10 %.

soit une limite L a charge constante H(L) : à son voisinage immédiat existe une bande de largeur (faible) U et de perméabilité  $K_C = \frac{K}{n}$ .

Comme précédemment nous allons représenter cette bande de terrain par une résistance comprise entre l'électrode de liaison et le pont "1 000 points".



MILIEU POREUX

$$q = \frac{Ka l}{n} \cdot \frac{\Delta H_1}{U} = Ka l \cdot \frac{\Delta H_2}{L_1}$$

PAPIER CONDUCTEUR

$$i = \frac{\Delta V_1}{R} = \frac{\Delta V_2}{r_p}$$

d'où

$$\frac{i}{q} = \frac{\Delta V_1}{R \frac{Ka l}{n} \times \frac{\Delta H_1}{U}} = \frac{\Delta V_2}{r_p \frac{l_2}{l} \times Ka L \times \frac{\Delta H_2}{L}}$$

soit

$$R = n \frac{U}{L} r_p$$

### 3.3. Calculs préliminaires - Mesures - Présentation des résultats.

#### 3.3.1. Le choix des rapports d'analogie

Avant d'entreprendre toute simulation, il faut choisir au mieux les rapports d'analogie et noter soigneusement les correspondances qu'ils impliquent entre les échelles de paramètres hydrauliques que l'on a à simuler et les échelles de paramètres électriques avec lesquelles on manipulera.

En général, on choisira les rapports dans l'ordre suivant :

##### a) Rapport géométrique ou échelle

Il est rapidement déterminé dans la mesure où on doit tenir compte des impératifs suivants :

- le papier est livré en rouleaux de 80 cm de largeur dont 70 à 75 cm seulement sont vraiment utilisables (il est prudent d'éliminer une frange de quelques cm sur chaque bord).
- il est peu commode d'avoir à manipuler des longueurs supérieures à 1 m.

Du fait de ces limitations, on est souvent amené à effectuer des agrandissements de secteurs limités des domaines d'étude (voir exemple fascicule 3 exercice n° 2).

##### b) Rapport des potentiels

Dans la mesure où on désire mesurer en certains points des débits avec précision ou en imposer par la méthode des fortes résistances, on ne dispose dans la plupart des cas que d'une gamme de potentiels électriques de 100 points.

Il faut d'autre part, évaluer aussi bien que possible les valeurs extrêmes de potentiels hydrauliques que l'on aura à représenter.

Attention : quand il y a des puits, il est nécessaire d'évaluer grossièrement avant toute manipulation les rabattements extrêmes que l'on risque d'obtenir. Ces extrêmes définissent la gamme  $\Delta H$ , on lui fait correspondre  $\Delta V$  tel que  $V \leq 100$  d'où le rapport d'analogie :

$$\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta H} \quad \text{en "points du pont"/m d'eau}$$

c) Les autres rapports

Si on veut imposer une condition sur T ou K le rapport des conductivités est fixé, soit :

$$\beta = \frac{1}{r_p T} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{r_p K} \quad \text{en (ohm)}^{-1}/\text{m}^2/\text{s}$$

ou (ohm)<sup>-1</sup>/m/s

on en déduit sans ambiguïté le rapport des flux :

$$Q = \frac{i}{q} = \frac{\alpha \cdot \beta}{r_p T \Delta H} \quad \text{en "unité d'intensité" par m}^3/\text{s}$$

(  $\Delta V/r_p$  )

Dans d'autres cas, quand on n'a imposé que des conditions de potentiels, il n'est pas nécessaire de fixer le rapport des conductivités et la relation ci-dessus permet de déterminer la gamme de variation des débits dans le domaine hydraulique en fonction d'une fourchette sur les perméabilités.

- voir à ce sujet exercice n° 2.

### 3.3.2. La mesure des potentiels

C'est la mesure de base en méthode analogique, celle pour laquelle le "coffret télédeltos" est conçu. Le schéma électrique du montage est rappelé fig. . Il est décrit très en détail fascicule 1.

Rappelons simplement ici que la mesure se fait par une méthode d'opposition entre la sonde et le point milieu d'un pont de mesure qui est en l'occurrence un potentiomètre hélicoïdal (rotapot. gradué de 0 à 1 000).

Pour connaître le potentiel en un point, il suffit d'y appliquer la sonde et de manipuler le rota pot. jusqu'à obtenir l'écartement maximum des deux faisceaux de l'oscilloscope.

En fait, on cherche le plus souvent à filer des équipotentiels : dans ce cas on fixe le rotapot sur la valeur du potentiel désiré et on cherche en déplaçant la sonde sur le modèle, le lieu des points présentant ce potentiel.

### 3.3.3. La mesure des débits

Principe : on mesure une différence de potentiel aux bornes d'une résistance connue.

On se ramène donc à une mesure de potentiels réalisée par méthode d'opposition comme définie précédemment.

En pratique deux cas peuvent se présenter :

- a) On a déjà interposé une résistance entre le point d'application du débit et le pont d'imposition (cas du puits ou on impose un rabattement, cas du colmatage) : il suffit de déterminer par la méthode classique les potentiels aux deux bornes de la résistance.
- b) On veut mesurer le débit à travers une électrode à potentiel imposé. On opère en deux temps.

On détermine le potentiel  $V_E$  de l'électrode (simple vérification : il doit être égal au potentiel du point du pont où il est relié, mais vérification indispensable).

On fixe le rotapot sur la valeur qui vient d'être trouvée, on maintient la sonde sur l'électrode et on remplace le circuit précédent par le montage suivant :

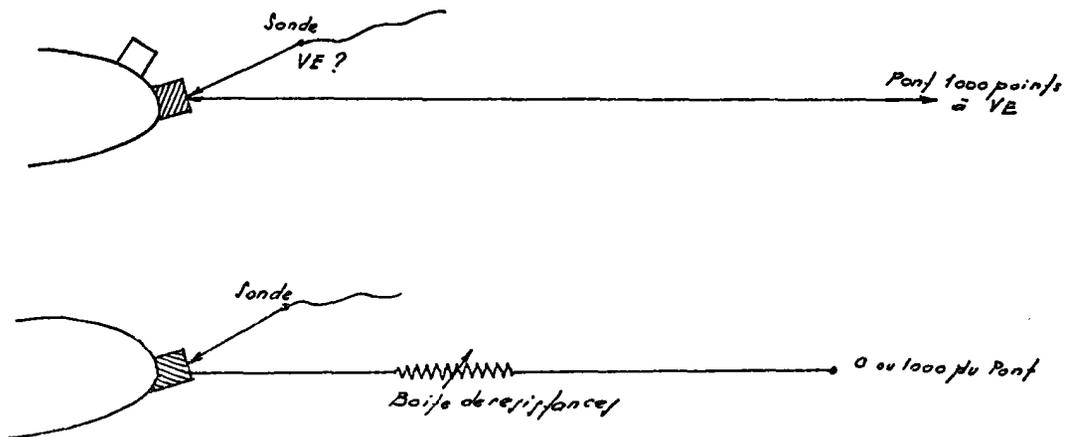
Electrode - boîte de résistance - 0 ou 1 000 du pont (selon qu'il s'agit d'un débit entrant ou sortant).

Il suffit alors de faire varier R pour rétablir l'équilibre de l'oscilloscope.

On a alors :

$$i = \frac{VE}{R} \quad \text{si débit sortant}$$

$$i = \frac{1.000 - VE}{R} \quad \text{si débit entrant}$$



#### 3.3.4. Présentation des résultats

Pour éviter des erreurs grossières et permettre des contrôles a posteriori, il est prudent d'ouvrir un cahier de laboratoire sur lequel on consignera outre les valeurs admises pour les rapports d'analogie les résultats des mesures brutes.

En général ces mesures se feront en deux temps :

1°) Avant toute recherche d'équipotentielle on vérifiera que les conditions désirées sont bien effectivement imposées sur le modèle, on remplira un tableau selon le modèle suivant :

N° d'électrode	Conditions de potentiel		Conditions de débit		
	V Pont	V électrode	V Pont	V électrode	R

2°) En fin de manipulation on procédera à la mesure de la résistance du papier selon deux directions perpendiculaires puis immédiatement ensuite à la mesure des débits. On consignera les résultats sous la forme suivante :

$$r_{p_1} = \dots \qquad r_p = \frac{r_{p_1} + r_{p_2}}{2} = \dots$$

$$r_{p_2} = \dots$$

$$i/q = \frac{\alpha}{r_p T} = \dots$$

N° d'électrode	V Electrode	V Pont (0 ou 1000)	R	V	i	q

On effectuera la somme algébrique de toutes les intensités. L'écart avec la valeur nulle donne la précision globale de mesure.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- Chronique d'Hydrogéologie - B.R.G.M. n° 4 - déc. 64 - divers articles - numéro spécial sur l'analogie.
  
- EMSELLEM - PRUDHOMME : Traitement des mesures hydrogéologiques à l'aide de modèles.  
Ann. Mines Fr. Janv.67, p. 31 à 50
  
- HUARD de la MARRE P. (1958) : Résolutions de problèmes d'infiltrations à surface libre au moyen d'analogies électriques.  
Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air, n° 340
  
- KARPLUS Walter J. (1958) : Analog Simulation. Solution of Field Problems.  
Mac Graw - Hill book Company inc (New-York)
  
- MALAVARD L.C. (1952) : Aperçu sur la méthode d'analogie rhéoélectrique...  
Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air, p. 179-203, n° 261 Actes du Colloque International de Mécanique Poitiers 1950
  
- MALAVARD L.C., RENARD G. (1962) : "La technique des analogies rhéoélectriques" extrait de SURUGUE J.  
"Techniques générales du laboratoire de physique" 2è éd., tome II, 12è chap., p. 78-153, Ed. du C.N.R.S. (Paris)
  
- PRUDHOMME P., ROGNON Ph., SOUQUET G. (1967) : Analyse critique de la validité des études de nappes souterraines à l'aide de modèles.  
La Houille Blanche n° 2 (1967), p. 163-167
  
- VOLYNSKII B.A. et BUKHMAN V.Y. : Analogues for the solution of Boundary-Value problems.  
Ed. Pergamon Press.

UTILISATION DU PAPIER TELEDELTOS  
2ème partie

Renseignements concernant le matériel

T A B L E

1. Description du matériel

1.1. Le papier conducteur

1.1.1. Description

1.1.2. Préparation du modèle

1.2. Alimentation des modèles - Mesures électriques

1.2.1. Principes

1.2.1.1. Le circuit d'alimentation

1.2.1.2. Le circuit de mesure

1.2.2. Réalisation pratique - Critères de choix du matériel retenu

1.2.3. Description du matériel utilisé

1.2.3.1. Le coffret Télédeltos

1.2.3.2. Le pont d'imposition des potentiels

1.2.3.3. Résistances

1.2.3.4. Peinture d'Argent

1.2.3.5. Simulation des puits

1.2.3.6. Divers

2. Liste de matériel pour le montage télédeltos

2.1. Matériel propre au montage télédeltos

2.2. Petit matériel électrique

2.3. Matériel d'électricien

2.4. Matériel de bureau

## 1. Description du matériel

### 1.1. Le papier conducteur

#### 1.1.1. Description

Le papier conducteur télédeltos est constitué de deux feuilles collées avec un composé de graphite.

Une face est gris clair, l'autre gris foncé et métallisée. Ce conducteur étant d'une structure hétérogène en épaisseur, il n'est pas possible de définir sa résistivité. Mais puisqu'il s'agit de problème plans, il suffit de connaître la résistance  $r_p$  d'un carré de papier entre deux côtés opposés, la dimension du carré n'intervenant pas dans la valeur de  $r_p$ .

Le papier habituellement utilisé (qualité L) a une résistance de l'ordre de 2 000 ohms. Cette valeur n'est donnée qu'à titre indicatif, car  $r_p$  est influencée par la température et le degré hygrométrique, et peut varier, de ce fait, de quelques centaines d'ohms. Il est donc nécessaire de mesurer  $r_p$  lors de chaque expérience, à l'aide d'un échantillon rectangulaire découpé en même temps que le modèle, et le plus près possible de celui-ci (voir à ce sujet fascicule 1, § 3.1.).

Les variations de température et d'humidité n'agissent pas sur la répartition du potentiel électrique du modèle analogique, car toutes les parties de ce dernier, dont les dimensions sont généralement de l'ordre de quelques décimètres, sont placées dans les mêmes conditions. Par contre, on fausse notablement les résultats en posant par négligence le coude ou l'avant bras sur une partie du modèle, ou même en éclairant partiellement celui-ci avec une lampe de bureau trop rapprochée.

La résistance présente une anisotropie et une hétérogénéité dues sans doute au fait que le papier est fabriqué en rouleaux : la résistance est plus grande près des bords de la feuille qu'au centre (variation pouvant atteindre près de 10 %) et plus grande suivant l'axe du rouleau que parallèlement au bord de la feuille. (anisotropie de l'ordre de 5 à 6 %). Les résultats ont été constatés sur des échantillons rectangulaires d'une dizaine de centimètres de long.

Mais ces défauts d'homogénéité et d'anisotropie ont une faible influence sur la précision des résultats. D'après des comparaisons entre les résultats obtenus sur modèle et ceux déterminés par le calcul on peut dire que la précision de la méthode est de l'ordre de quelques pour cent (1 à 2 %).

#### 1.1.2. Préparation des modèles

Les modèles analogiques sont découpés suivant la forme géométrique du domaine à l'aide d'une paire de ciseaux ou d'une lame de rasoir. Les portions isolantes (conditions de Neumann) sont de simples coupures de papier. Les parties de frontière où l'on doit imposer la valeur du potentiel (conditions de Dirichlet) sont bordées de petites électrodes, séparées entre elles par un intervalle isolant. Chaque électrode est reliée au pont d'imposition des potentiels (1 000 points ou type BRGM), qui la porte à un potentiel  $V$  déterminé (valeur de  $V$  au point milieu de l'électrode). L'ensemble de ces petites électrodes réalise la loi donnée du potentiel d'une façon discontinue, mais dont l'effet perturbateur sur le champ électrique est localisé au bord du modèle. Ce procédé permet de déterminer la répartition du flux traversant la frontière par simple mesure des intensités sortant de chacune des petites électrodes.

Les électrodes sont réalisées en peignant directement sur le papier à l'aide d'une peinture spéciale à base d'argent, le procédé est rapide.

Les rapports des largeurs des électrodes proprement dites et des intervalles les séparant ne doivent pas être quelconque : un rapport trop petit provoquerait une perturbation importante du champ au voisinage de la frontière, les électrodes jouant alors le rôle de sources ou de puits. Par contre, un rapport trop grand (c'est-à-dire des intervalles isolants trop étroits) ferait échanger des courants trop intenses entre les électrodes voisines. Des expériences systématiques faites à la cuve rhéoelectrique par M. MALAVARD en 1933 ont montré que le rapport 3 à 1 était un bon compromis. Les électrodes peintes sont reliées au pont par un fil électrique terminé par une pince crocodile qui pince le papier et assure un bon contact électrique.

## 1.2. Alimentation des modèles - mesures électriques

### 1.2.1. Principe

Tout montage analogique comprend deux circuits :

#### 1.2.1.1. Le circuit d'alimentation

Ce circuit comprend essentiellement :

- une source de tension délivrant une d.d.p. a peu près constante et en tout cas, pour des raisons évidentes de sécurité, ne dépassant pas 15 à 20 V.
- un dispositif potentiométrique permettant de diviser cette d.d.p. en un certain nombre de fractions.

#### 1.2.1.2. Le circuit de mesure

C'est un montage type pont de Weastone branché en parallèle aux bornes du circuit d'alimentation. Il permet la mesure précise des potentiels par méthode d'opposition (pas de perturbation au point de mesure).

### 1.2.2. Réalisation pratique -Critères de choix du matériel retenu

On peut en pratique utiliser soit une alimentation en courant continu, soit une alimentation en courant alternatif.

Nous avons préféré le deuxième mode pour les raisons suivantes :

- pas de risque de "polarisation du papier"
- source peu encombrante et cependant simple (secteur + transformateur)
- appareil de mesure simple et sans inertie (oeil cathodique). Au contraire en cas d'alimentation par courant continu (batterie par exemple) il faut disposer d'un galvanomètre à aiguille dont la manipulation est beaucoup plus délicate.

### 1.2.3. Description du matériel utilisé

Le schéma de câblage est représenté figure 1. Les photos 1 & 2 présentent les divers éléments du montage : coffret télédeltos, et pont d'alimentation qui sont décrits plus en détail ci-après.

#### 1.2.3.1. Le coffret télédeltos

Il participe aux deux circuits : le schéma de câblage est donné fig. n° 1. Il comprend les organes suivants :

- le circuit d'alimentation du modèle par l'intermédiaire du pont soit :
  - un branchement sur le secteur protégé par un fusible T<sub>1</sub> 250 B et une touche interrupteur marquée SEC, ainsi qu'une lampe témoin.

- . un transformateur qui donne aux bornes des sorties marquées ALIM. une tension de 5,10 ou 15 volts suivant la touche utilisée (la touche 0 permet de ramener l'une quelconque des autres dans sa position initiale).

La méthode de mesure se faisant par opposition, il n'est pas nécessaire en général de corriger les écarts de tension dus aux variations du courant dans le secteur. Aussi l'usage d'un régulateur de tension est-il facultatif.

- le circuit de mesure :

- . un potentiomètre hélicoïdal de type "rotapot" à 10 tours et 1.000 divisions permet de lire le potentiel détecté sur la sonde.
- . un amplificateur intégré dans l'appareil.
- . une sonde marquée  $S_1$  qui permet de mesurer le potentiel en un point quelconque du modèle, à l'aide d'une pointe de touche à l'extrémité légèrement arrondie.
- . un cavalier reliant le point noté  $S_2$  et PMP qui assure la connection du circuit de mesure avec le modèle.

#### 1.2.3.2. Le pont d'imposition des potentiels

- le pont 1.000 points CAMELIN et FABRE.

C'est un ensemble de 1.000 résistances égales placées en série et de résistance totale 2 ohms. Il est alimenté par le coffret télédeltos entre les bornes 0 et 1.000. En raison de la faible impédance du pont 1.000 points par rapport à celle du modèle, les potentiels des divers points ne sont pratiquement pas perturbés par les soutirages d'intensité effectués à l'aide de cet appareil. Il est relié par enfichage au

modèle proprement dit.

Remarques :

- l'intensité maximale tolérée par le pont CAMELIN et FABRE étant de 5A nous pouvons au plus prendre comme tension de sortie  $V_S = 10$  volts.
- le fil de raccord entre l'alimentation et le "pont 1.000 points" doit avoir une résistance  $r_f$  quasi nulle si on veut utiliser toute la gamme des potentiels. On prendra du câble tressé pour batterie de voiture entouré d'un isolant de façon à éviter les courts circuits.
- $r_f$  donnant généralement une chute de tension de 2 à 3 divisions, il est nécessaire de noter le potentiel vrai (mesuré avec la sonde) correspondant aux valeurs numérotées de 0 à 1.000 sur le pont.
- le pont BRGM 100 points en projet.

1.2.3.3. Résistances

- On utilise deux boîtes de résistances (AOIP ou Schlumberger par exemple) de 4 décades de 1 à 10.000 ohms et de 10 à 100.000 ohms pour la mesure des intensités. Elles servent aussi de résistances-étalons.
- Pour imposer des intensités, on utilise des résistances "type radio" à 5 % près on trouvera la gamme utile de résistance dans la liste de matériel ci-après.

1.2.3.4. Peinture d'argent

Les électrodes doivent représenter un milieu de conductivité très grande par rapport à celle du papier télédeltos. Cette condition est réalisée par l'application uniforme de peinture d'argent sur les faces en regard du papier.

### 1.2.3.5. Simulation des puits

On utilise une douille d'enfichage qui se visse avec deux rondelles cadmiées de diamètre connu en contact avec le papier perforé au préalable.

Il est recommandé pour améliorer le contact rondelle-papier de peindre autour du puits une pastille de peinture d'argent du diamètre de l'électrode utilisée.

### 1.2.3.6. Divers

Fils, fiches, pinces crocodiles, etc...

## 2. Liste du matériel pour le montage télédeltos

### 2.1. Matériel propre au montage télédeltos

- Alimentation et potentiomètre de mesure : 1 coffret télédeltos RT 62 - fabricant : SESSIA, 4 rue Galilée - PARIS XVI<sup>e</sup> - Tél. : 553.88.62 - prix indicatif : 1.800 F.
- 1 pont de mesure 1.000 points n° 67 résistance totale 2 ohms - fabricant : CAMELIN & FABRE, 4 & 6, rue Martin - 92 CLAMART - Tél. : 642.08.62 - prix indicatif : 3.400 F.
- 1 pont BRGM (en projet) 100 points
- 2 boîtes de résistances : 1 à 10.000 ohms RM 271  
10 à 100.000 ohms RM 272
- fabricants :-Société SCHLUMBERGER, 296 Av.Napoléon Bonaparte - 92 RUEIL MALMAISON - Tél.:967.15.54 - prix indicatif : 300 F.  
-AOIP mesures, 23 à 27 Place Jeanne d'Arc - B.P.301 75-PARIS XIII - Tél. : 707.59.79 -
- Papier conducteur télédeltos type L.  
fournisseur : Cie Frse des Diagrammes, 24 Bld Inkermann - 92 NEUILLY - Tél. : 722.72.40 - prix : 30 F les 10 m .

- Peinture laque d'argent type 200  
                  solvant                   type 14 N  
fournisseur : La Technique Appliquée, 14 rue de Siam -  
PARIS XVI° - Tél. : 870.07.70
- Résistances radio à 5 % près (dans tous les magasins spécialisés  
gamme de résistance en ohms : 10 - 12 - 18 - 22 - 68 - 82 -  
100 - 150 - 180 - 220 - 680 - 820 - 1 500 - 1 800 - 2 200 -  
6 800 - 8 200 - 10 000 - 22 000 - 68 000 - 100 000 - 150 000 -  
220 000.  
chaque paquet : prix indicatif : 3 F (vendus par paquet de 10).
- Code résistance radio, se le procurer chez les fournisseurs  
en achetant les résistances (gratuit).

2.2. Petit matériel électrique (se trouve dans tous les magasins  
spécialisés)

- fusibles T<sub>1</sub> 250 B (4 ou 5 en réserve)
- tresse pour batterie de voiture 1,50 à 2 m
- 4 anneaux à sertir pour raccord tresse-circuit alimentation
- scotch isolant 1 rouleau
- matériel de connection - fabricant : Jean RENAUD, 15 rue de  
Saussier Leroy - PARIS XVII° - Tél. 622.18.65  
50 pinces crocodiles standard diamètre type CV  
25 fiches bananes multiples standard 4 mm type BD4  
200 fiches bananes à 4 lames standard 4 mm type BK4V  
50 douilles d'enfichage à tête lisse non isolées diamètre 3 mm  
type D3  
50 fiches pour douilles d'enfichage diamètre 3 mm à 1 lame de  
ressort : type BM 1 V 3
- rondelles éventail cadmiées (le cent) denture extérieure AZ  
pour boulon de 5 mm
- 50 m de fils électriques monofil ou double conducteur que l'on  
séparera, de couleurs diverses si possible.
- interrupteurs

2.3. Matériel d'électricien

- pince à dénuder, pince coupante, tournevis d'électricien, pince à bec rond, précelle, fer à souder et soudure.

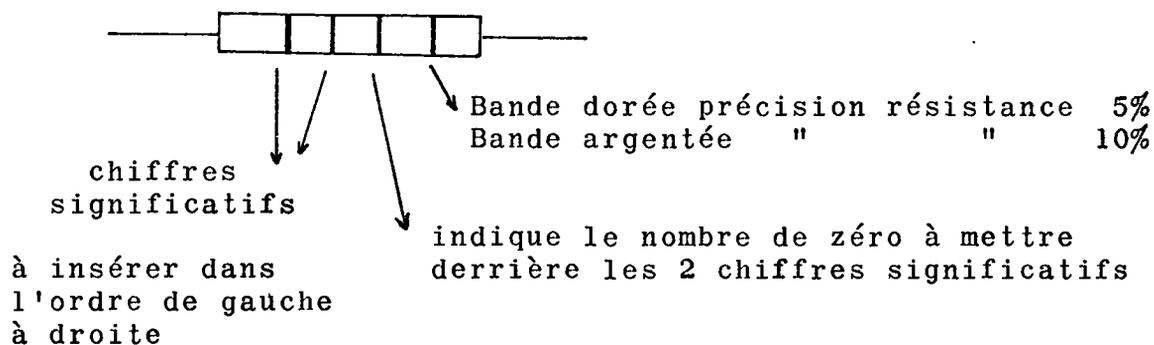
2.4. Matériel de bureau

- Té plastique longueur 80 cm, règle graduée (50 cm), équerre à 45° (longueur 20 cm minimum), rapporteur, balustre, scalpel, etc...

ANNEXE : IDENTIFICATION DES RESISTANCES RADIO

1°) Signification des bandes colorées

Mettre la teinte dorée ou argentée vers la droite



2°) Code des couleurs

- 0 noir
- 1 marron
- 2 rouge
- 3 orange
- 4 jaune
- 5 vert
- 6 bleu
- 7 violet
- 8 gris
- 9 blanc

Exemples :

marron rouge orange dorée  
1 2 000 ohms à 5 % près

bleu jaune noir dorée  
6 4 ohms à 5 % près



```

*****
* DEBITS APPORTES OU SOUTIRES A LA NAPPE N4 POUR LA SIMULATION NO 1 DU 0 0 *
* LES DEBITS SONT EXPRIMES EN 10-3M3/S * ECHELLE ***** = 134.M *
*****
* 8 0 *****
* 7 0 0 *****
* 2 0 0 *****
* 9 0 0 0 *****
* 8 0 0 0 0 *****
* 7 0 0 0 0 0 *****
* 7 0 0 0 0 0 0 *****
* 6 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -1 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* 6 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -1 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -3 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* 5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -2 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* 4 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -3 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -7 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* 4 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -4 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -4 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* -2 0 0 0 0 0 0 0 0 *****
* 0 0 -70 0 0 0 0 0 0 *****
* -5 0 0 0 0 0 -35 0 0 0 0 7 8 10 14 21 0 14 *****
* -13 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 15 *****
* -6 -0 0 1 2 4 3 1 14 *****
*****

```

P1.1b





UTILISATION DU PAPIER TELEDELTOS

TRAVAUX PRATIQUES

par

A. REPKAT

JUIN 1969

## 1ère manipulation

## S O M M A I R E

### 1. Mesure de la résistance d'un carré de papier conducteur

- 1.1. Préparation du modèle
- 1.2. Principe de la mesure
- 1.3. Exemples de mesure et présentation des résultats
  - 1.3.1. Première méthode
  - 1.3.2. Deuxième méthode

## 2ème manipulation

### 2. Etude de l'influence d'un bief sur une nappe et exemple de changement d'échelle

- 2.1. Exposé du problème
- 2.2. Réalisation
  - 2.2.1. Mesure de la résistance du papier
  - 2.2.2. Choix des rapports d'analogie
    - 2.2.2.1. Rapports des potentiels
    - 2.2.2.2. Rapport des conductivités et transmissivités
    - 2.2.2.3. Rapport géométrique
    - 2.2.2.4. Rapport intensités-débits
  - 2.2.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter
  - 2.2.4. Montage
  - 2.2.5. Tracé du réseau d'équipotentiels
  - 2.2.6. Mesure du débit de fuite
  - 2.2.7. Changement d'échelle

## 3ème manipulation

### 3. Etude de l'influence d'un drain en bordure d'une digue

- 3.1. Exposé du problème
- 3.2. Les données
- 3.3. Réalisation
  - 3.3.1. Mesure de la résistance du papier
  - 3.3.2. Choix des rapports d'analogie
    - 3.3.2.1. Rapport des potentiels
    - 3.3.2.2. Rapport conductivités-perméabilités
    - 3.3.2.3. Rapport géométrique
    - 3.3.2.4. Rapport intensités-débits

- 3.3.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter
- 3.3.4. Montage
- 3.3.5. Recherche de la surface libre
- 3.3.6. Mesure des débits
- 3.3.7. Nouvelles mesures avec un drain profond de 4 m
- 3.3.8. Annexe

#### 4ème manipulation

#### 4. Imposition de débits sur des puits. Interférence entre puits

4.1. Exposé du problème

4.2. Réalisation

4.2.1. Mesure de la résistance du papier

4.2.2. Choix des rapports d'analogie

4.2.2.1. Rapport des potentiels

4.2.2.2. Rapport conductivités-transmissivités

4.2.2.3. Rapport géométrique

4.2.2.4. Rapport intensité-débit

4.2.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter

4.2.4. Calcul des résistances - Imposition des débits

4.2.5. Calcul des rabattements

4.2.6. Imposition du colmatage et nouvelles mesures

# Recyclage sur l'utilisation du papier télédeltos

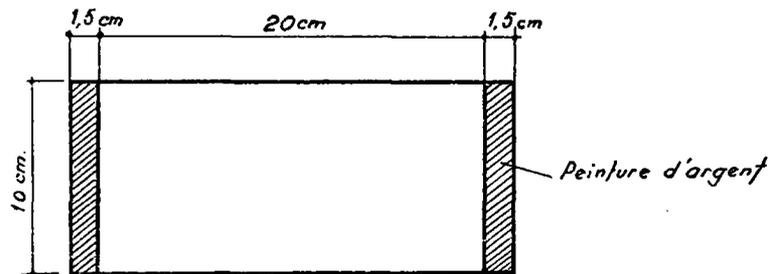
## Cahier de Travaux Pratiques

### 1ère Manipulation

#### 1. Mesure de la résistance d'un carré de papier conducteur

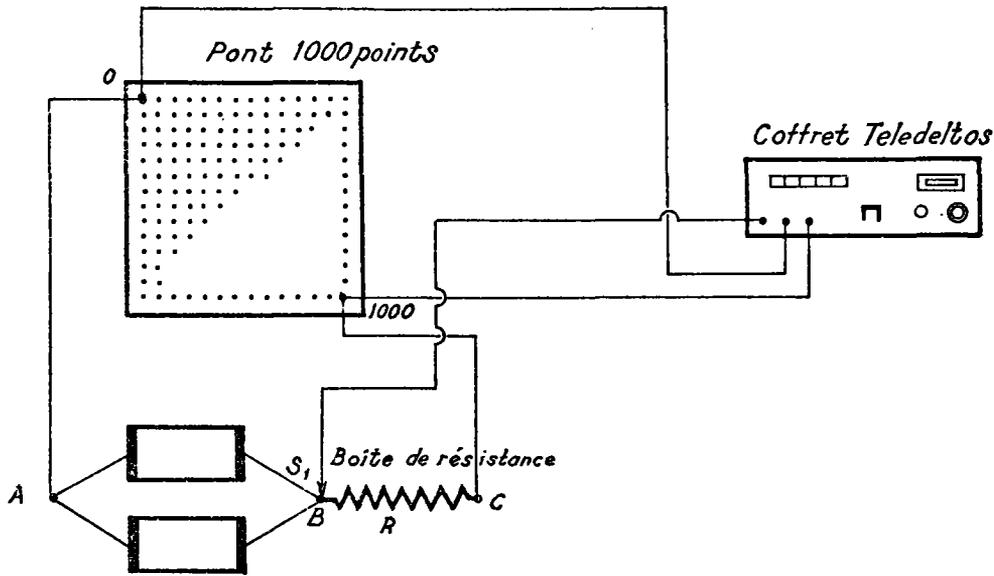
##### 1.1. Préparation du modèle

Pour tenir compte de l'hétérogénéité du papier, il faut mesurer la résistance du papier suivant l'axe du rouleau et perpendiculairement à celui-ci. Pour cela deux rectangles de papier conducteur de 23 cm × 10 cm sont découpés suivant ces deux directions perpendiculaires, et deux électrodes de 1,5 cm de largeur et 10 cm de long peintes sur chacun des rectangles suivant le modèle ci-dessous.



##### 1.2. Principe de la mesure

On réalise un montage en parallèle des deux rectangles de papier. La résistance du papier sera celle de la résistance équivalente que l'on mesurera.



SCHEMA DE MONTAGE

On peut soit donner à R une valeur fixée  
 $R = 1\ 000$  ohms par exemple et mesurer  $V_A$  ,  $V_B$  et  $V_C$

d'où 
$$r_p = R \times \frac{V_B - V_A}{V_C - V_B}$$

ou afficher sur le rotapot la valeur  $V_B = \frac{V_C - V_A}{2}$

(généralement pour avoir la meilleure précision on prend :  
 $V_C = 1\ 000$ ,  $V_A = 0$ ,  $V_B = 500$ )

et ajuster R (en manipulant la boîte de résistance) de façon  
à ce que le potentiel en B soit celui que l'on veut obtenir  
d'où alors  $r_p = R$  directement.

Rappel : lorsqu'on utilise un montage en parallèle, si les deux  
résistances  $R_0$  en parallèle sont égales, la résistance équiva-  
lente est égale à  $\frac{R_0}{2}$  . C'est pourquoi on a réalisé deux rectan-  
gles de papier de résistance :  $2 r_p$ .

### 1.3. Exemples de mesure et présentation des résultats

#### 1.3.1. 1ère méthode

N° électrode	V électrode	V Pont	R ohms	r <sub>p</sub> ohms
A	300	300	1 000	2 190
B	574	-		
C	700	700		

#### 1.3.2. 2ème méthode

N° électrode	V électrode	V Pont	R ohms	r <sub>p</sub> ohms
A	100	100	2 190	2 190
B	500	-		
C	900	900		

## 2. Etude de l'influence d'un bief sur une nappe et exemple de changement d'échelle

### 2.1. Exposé du problème

On envisage la création d'une écluse de 50 m de long qui remontera le niveau de 3 m en amont. La pente initiale de la rivière est de 1/1000 .

On demande de déterminer sur un modèle à petite échelle la nouvelle répartition des équipotentiels, d'en déduire la carte des iso-variations de la surface de la nappe, de calculer le débit de fuite en fonction de T, et enfin de détailler la piézométrie dans la zone à proximité de l'écluse à l'aide d'un modèle à plus grande échelle.

Pour le premier modèle on prendra l'échelle du 1/10 000 .

On suppose que la plaine alluviale en relation avec la rivière s'étend sur 4 km vers le coteau imperméable et on étudiera un secteur de 6 km de long (3 km à l'amont, 3 km à l'aval de l'écluse).

### 2.2. Réalisation

#### 2.2.1. Mesure de la résistance du papier

voir première manipulation  $r_p = 2\ 200\ \Omega$

#### 2.2.2. Choix des rapports d'analogie

##### 2.2.2.1. Rapport des potentiels

Nous allons nous placer dans la gamme des potentiels comprise entre 0 et 100, la variation totale de la charge est de 6 m. Il paraît commode de choisir 10 divisions = 1 m. On pourra ainsi tracer les équipotentiels de 10 en 10 cm.

On se placera, pour éviter les erreurs dues au fait que l'on ne peut pas obtenir le zéro du "rotapot" sur le pont 1.000 points (perte dans les fils), entre 10 et 70 par exemple.

$$\alpha = \frac{10}{1} = 10$$

2.2.2.2. Rapport des conductivités et transmissivités :

$$r_p = 2200 \text{ ohms} \quad \beta = \frac{1}{r_p T} = \frac{1}{2,2T \times 10^3}$$

2.2.2.3. Rapport géométrique

$$\text{il est donné } \gamma = \frac{1}{10.000\epsilon}$$

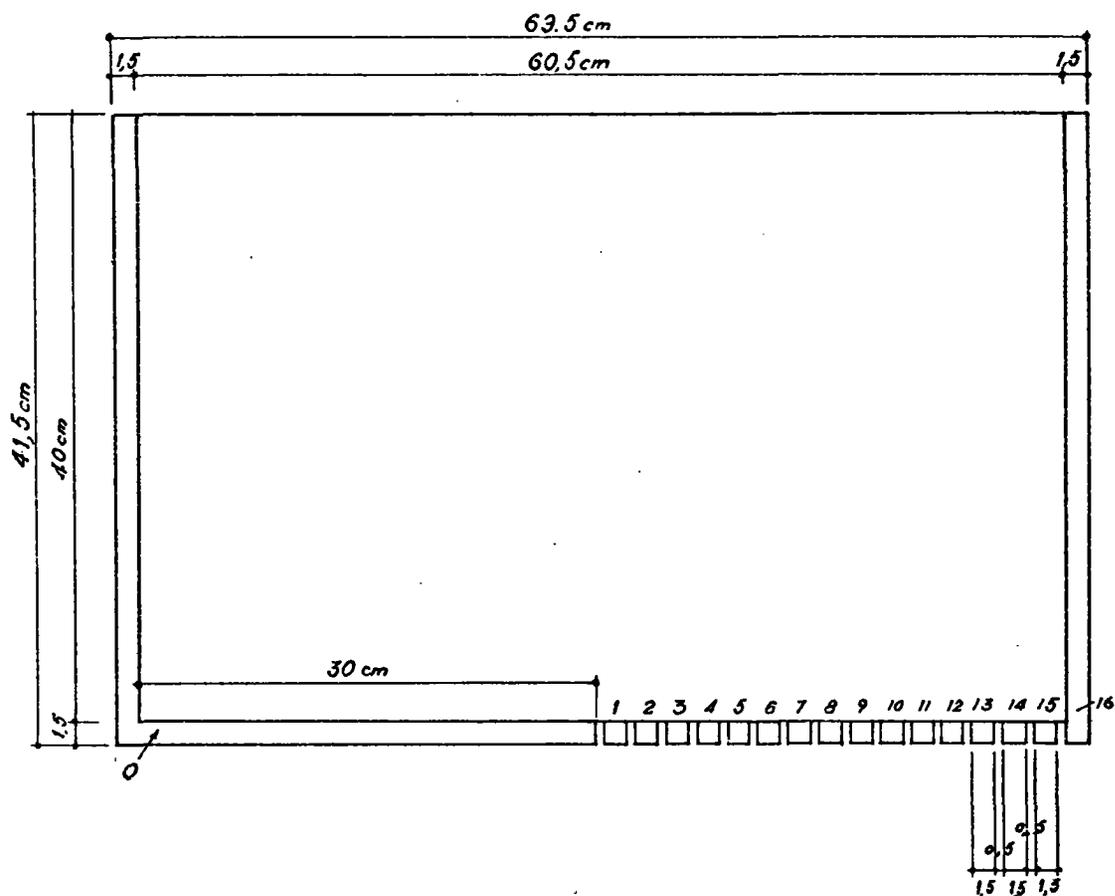
2.2.2.4. Rapport intensités-débits

$$\frac{I}{Q} = \alpha \cdot \beta = \frac{1}{2,2 \times T \times 10^2}$$

2.2.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter

On veut représenter à l'aval une pente de 1/1000 - la longueur des électrodes choisie est de 2 cm (soit 1,5 cm de surface conductrice) ce qui correspond à une perte de charge de 20 cm entre chaque électrode soit de 2 divisions.

N° électrode	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
V Pont	70	39	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	10
V électrode	70	39	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	10



SCHEMA DU MODELE

2.2.4. Montage

Nous ne faisons ici que des mesures de potentiel. Il suffit de relier l'électrode à un tel potentiel au point correspondant du pont 1.000 points probablement étalonné.

On vérifiera avec la sonde que les potentiels affichés réellement sont bien ceux que l'on avait choisis.

2.2.5. Tracé du réseau d'équipotentiellles

On affiche sur le "rotapot" la valeur de l'équipotentielle que l'on veut filer puis l'on cherche avec la sonde sur le modèle les points se trouvant à ce potentiel (on le détermine au mm près), on la pointe alors. Il est possible ici de tracer les équipotentiellles de 10 cm en 10 cm, soit de division en division du rotapot.

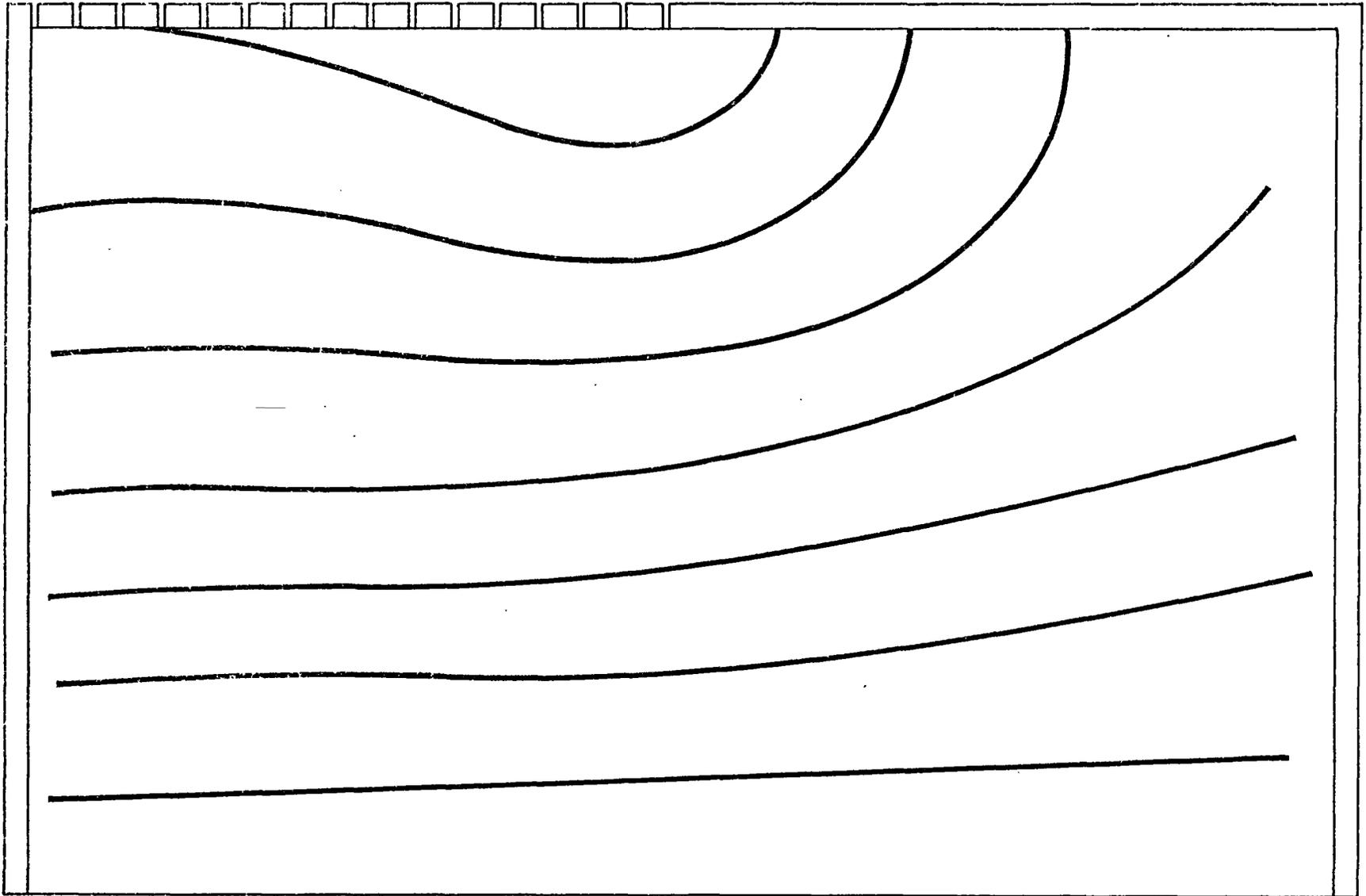
Il est recommandé de se fixer un pas entre les points qui serviront à tracer l'équipotentielle. On pourra alors voir apparaître, d'équipotentielle en équipotentielle, le réseau des lignes de courant si on a pris soin que deux points de deux équipotentiels voisines et situés à la même hauteur, déterminent une portion de ligne de courant, perpendiculaire aux deux équipotentiels tracés. On peut ainsi tracer les deux courbes à la fois (voir fig. 1 & 2).

Pour déterminer les variations de niveau dans la nappe et tracer les courbes d'iso-variation, il suffit de reporter sur un calque les équipotentiels (I) obtenues, d'y superposer la représentation des équipotentiels (II) avant l'existence du bief, soit une série de parallèles régulièrement espacées (ici de cm en cm). La différence entre les cotes des équipotentiels des deux réseaux donne la valeur de la variation du niveau piézométrique en chaque point (voir fig. 2).

#### 2.2.6. Mesure du débit de fuite

On mesurera ici le débit global entrant à l'amont voir fascicule n° 1, p. 29.

N° électrode	V électrode	V Pont	R ohms	$\Delta V$	i	$\frac{q}{m^3/s}$
0	70	100	875	30	$3,44 \cdot 10^{-2}$	7,6.T



CARTE DES TUBES DE COURANT

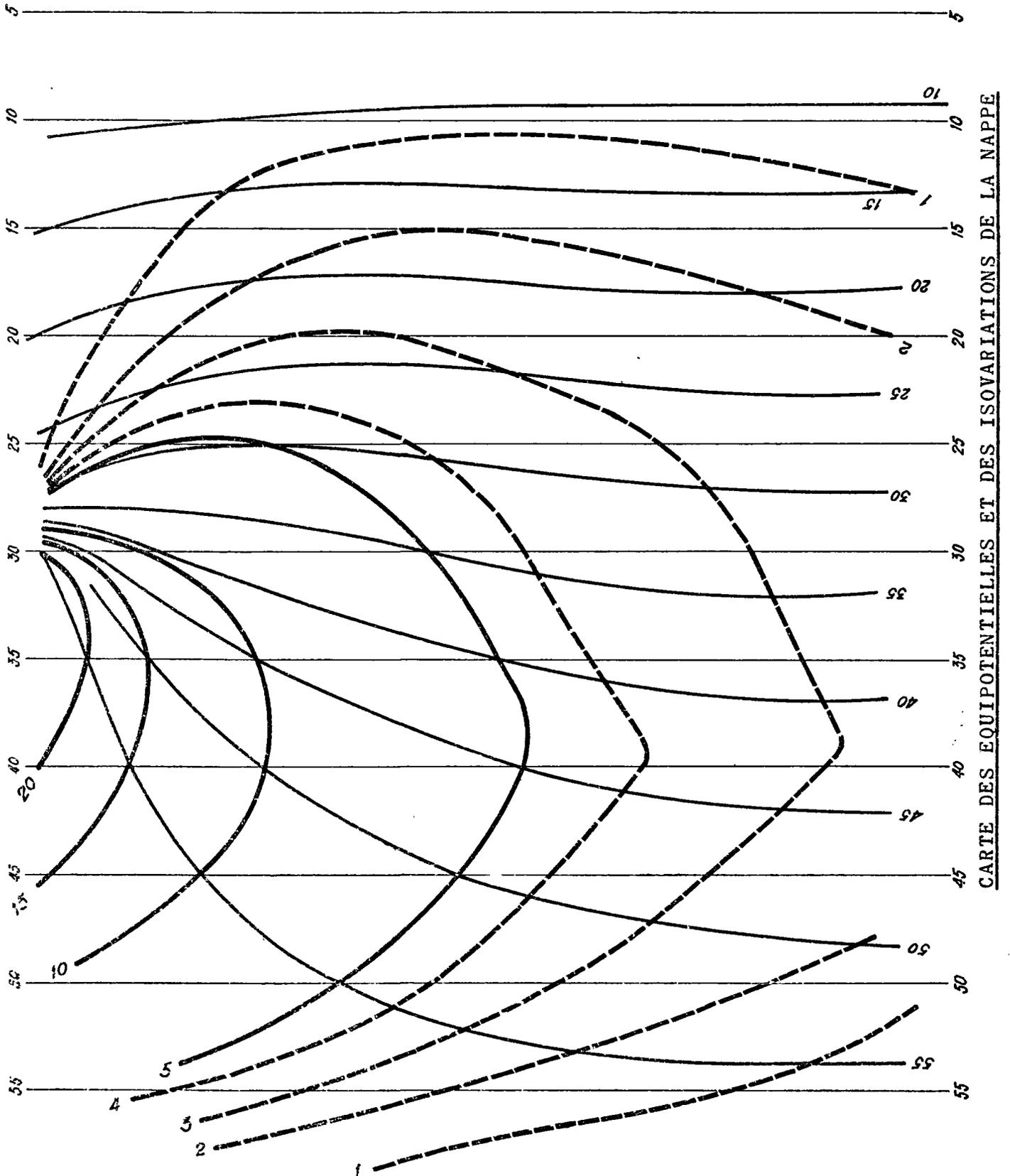
FIG. 1

==== Courbes d'isovariation (en  $10^{-1}$  m)

- 7 ter -

I ——— Courbes équipotentielles (en  $10^{-1}$  m)

II



CARTE DES EQUIPOTENTIELLES ET DES ISOVARIATIONS DE LA NAPPE

FIG. 2

### 2.2.7. Changement d'échelle

La limite de la zone à agrandir doit correspondre à une ligne de courant (une découpe du papier), on cherchera la nouvelle échelle géométrique et on recalculera les rapports d'analogie, il semble ici que l'on puisse prendre  $\gamma = 1/2000$

$$\alpha = \frac{20}{1} \text{ soit 1 division correspond à 5 cm de charge}$$

$$\text{d'où } \delta = \frac{I}{Q} = \frac{1}{1,1 \cdot 10^{-2} \cdot T}$$

On peut aussi réaliser un agrandissement local du champ en reliant électriquement deux modèles d'échelles géométriques différentes, l'un à grande échelle pour le secteur intéressant, l'autre à une échelle plus petite et couvrir les limites homologues d'électrodes serrées en court circuitant deux à deux des électrodes homologues.

Ici on est tenu de garder le même rapport de potentiel pour les deux modèles reliés électriquement, mais on n'est pas astreint à connaître le tracé d'une ligne de courant et l'étude peut se faire en une seule manipulation.

### 3. Etude de l'influence d'un drain en bordure d'une digue Recherche de surface libre

#### 3.1. Exposé du problème

Une digue protège une plaine d'un canal surélevé par rapport à celle-ci. On suppose qu'il existe un axe de symétrie (deux canaux parallèles) et l'on étudiera le tracé de la surface libre à l'intérieur de la digue avec une surface de suintement.

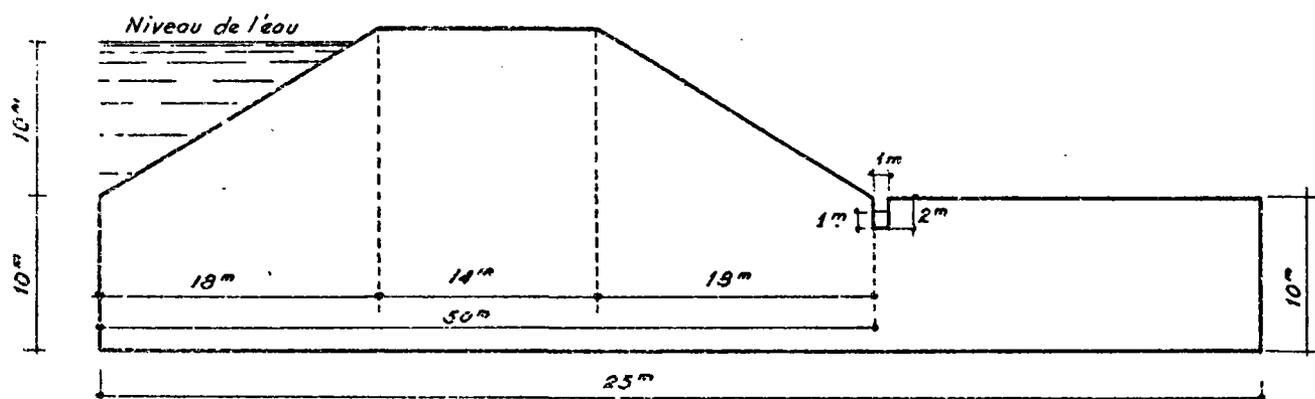
Dans un premier temps on supposera le drain profond de 2 m, par la suite de 4 m. Etudier l'évolution de la répartition des débits (le niveau de l'eau dans le drain est à 1 m par rapport à la surface du sol).

#### 3.2. Les données

Terrain anisotrope

$$K = \sqrt{K_h \cdot K_v} = 10^{-4}$$

$$\sqrt{\frac{K_h}{K_v}} = 3$$



### 3.3. Réalisation

#### 3.3.1. Mesure de la résistance du papier

voir lère manipulation  $r_p = 2310$  ohms

#### 3.3.2. Choix des rapports d'analogie

##### 3.3.2.1. Rapport des potentiels

Nous avons une variation totale de 20m à représenter (en fait 11 m). Nous prendrons 10 divisions  $\approx$  1 m.

Nous utiliserons la gamme 400-600 de potentiel.

$$\alpha = \frac{10}{1} = 10$$

##### 3.3.2.2. Rapport conductivités-perméabilités

$$\beta = \frac{1}{r_p K} = \frac{1}{2310 \times 10^{-4}} = \frac{1}{2,31 \cdot 10^{-1}}$$

##### 3.3.2.3. Rapport géométrique

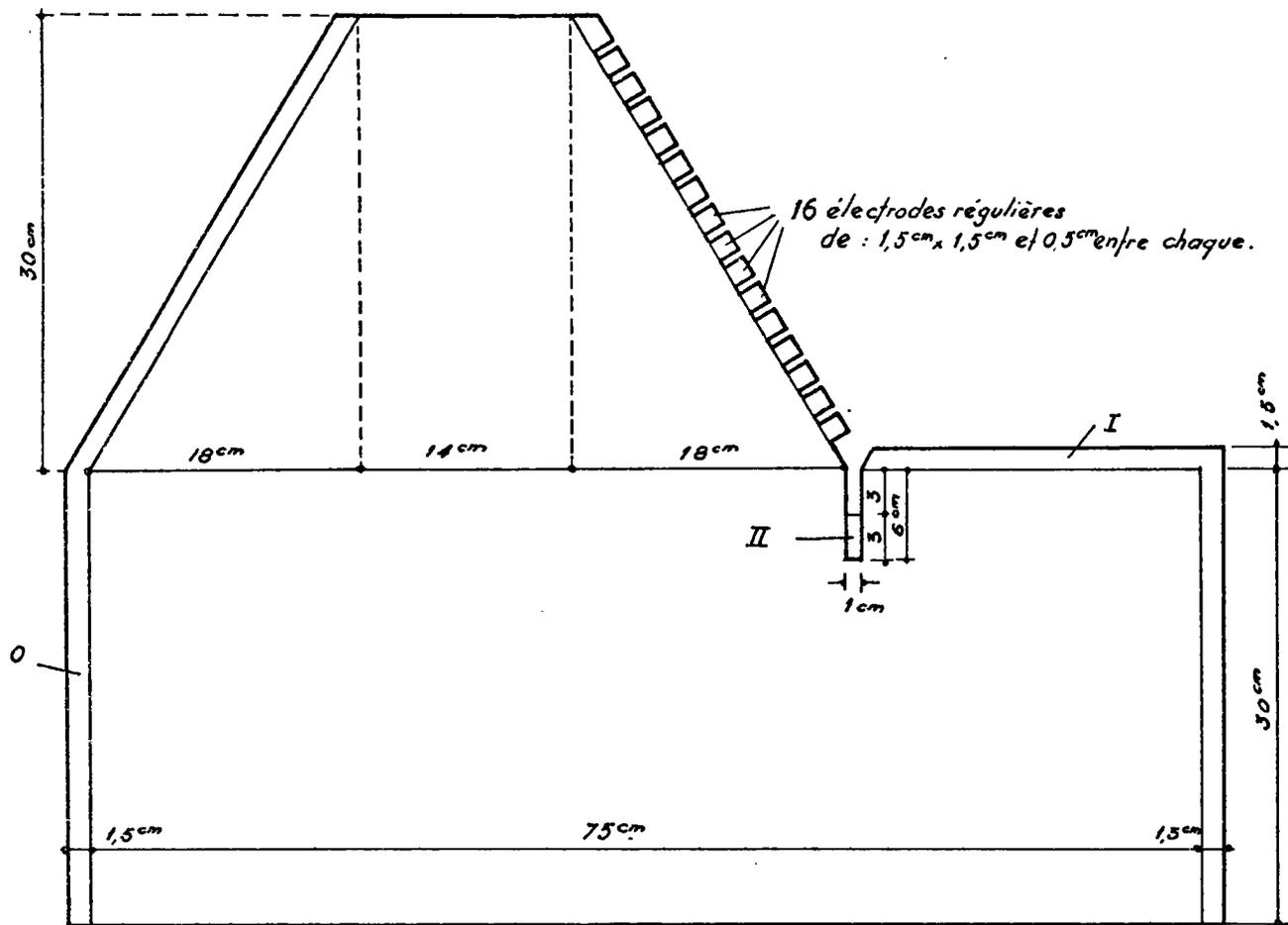
$$\gamma = \text{échelle } 1/100$$

pour tenir compte de l'anisotropie des perméabilités, il faut multiplier l'échelle des hauteurs par  $\sqrt{\frac{K_h}{K_v}} = 3$  voir justification en annexe (§ 3.3.8)

##### 3.3.2.4. Rapport intensités-débits

$$\delta = \frac{I}{Q} = \alpha \cdot \beta = \frac{1}{2,31}$$

#### 3.3.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter



N° électrode	O	I	II	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
V électrode	600	500	490	503	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564	570	576	582	588	594	600
V Pont	600	500	490	503	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564	570	576	582	588	594	600

### 3.3.4. Montage

Nous n'avons à afficher que des potentiels  
(voir manipulation n° 2, § 2.2.4.).

### 3.3.5. Recherche de la surface libre

Ne connaissant pas a priori la position de la surface libre, il nous faut la déterminer par approximations successives (après avoir mesuré les débits des électrodes de suintement, on supprime celles qui correspondent à un débit nul ou à un débit entrant dans le modèle). On recherche alors une ligne sur le modèle où en chaque point le potentiel correspond à la cote de ce point. On découpe alors le papier suivant cette ligne (ou plus exactement par précaution un à deux cm au-dessus), les électrodes se trouvant au-dessus de la découpe sont supprimées de ce fait. Il faut faire attention car les points près des électrodes sont susceptibles de se déplacer d'une façon nette lors des premières itérations, et l'on recommence. Le champ électrique étant modifié, on obtient une nouvelle ligne: Au bout de quatre ou cinq itérations successives, on obtient rapidement la forme de la surface libre où tous les points de la surface (correspondant à une ligne de courant donc à une découpe du papier) sont tels que le potentiel corresponde à la cote en ce point, par exemple le point situé à 57 cm: à la cote 19 m correspond au potentiel  $590 = 400 + 190$ .

On opère pratiquement en traçant sur le modèle des horizontales équidistantes. Sur chacune de ces droites, on recherche le point où le potentiel a la valeur correspondant à la cote de l'horizontale considérée. Ici dans le cas présent il reste trois électrodes de suintement lorsque la surface libre est obtenue.

Pour obtenir la surface libre dans le domaine réel, il faut enfin transformer par affinité de rapport  $1/\sqrt{K_h/K_v}$  (ici 1/3) le modèle isotrope sur lequel on a manipulé (voir annexe).

3.3.6. Mesure des débits  
(voir fascicule 1, p.31)

N° électrode	V électrode	V Pont	R	$\Delta V$	i	$m^3/s$	par unité de lon- gueur
C	600	640	1 000	+ 40	+ 40.10 <sup>-3</sup>	+ 92 10 <sup>-3</sup>	les débits entrant sont af- fectés d'un signe +
I	500	498	1 000	- 2	- 2 10 <sup>-3</sup>	- 4,6 10 <sup>-3</sup>	
II	490	464	1 000	- 26	- 26 10 <sup>-3</sup>	- 60 10 <sup>-3</sup>	
1	503	498	1 000	- 5	- 5 10 <sup>-3</sup>	- 11,5 10 <sup>-3</sup>	
2	510	508	1 000	- 2	- 2 10 <sup>-3</sup>	- 4,6 10 <sup>-3</sup>	
3	516	512	1 000	- 4	- 4 10 <sup>-3</sup>	- 9,2 10 <sup>-3</sup>	

On affiche sur le rotapot la valeur V de l'électrode que l'on pointe avec la sonde et l'on cherche sur le pont la valeur du potentiel qui rétablira V à l'électrode lorsque l'on a ajouté en série une résistance connue (exemple ici 1000 ohms).

3.3.7. Nouvelles mesures avec un drain profond de 4 m

Le niveau d'eau dans le drain restant à 1 m de la surface du sol. Il suffit de prolonger sur le modèle l'électrode II de 6 cm vers le bas. On recommence la recherche de surface libre qui se trouve être en-dessous de la précédente, mais la variation est très faible.

Puis on effectue de nouvelles mesures de débit.

N° électrode	V électrode	V Pont	R ohms	$\Delta V$	i	q/unité de longueur m <sup>3</sup> /s
0	600	641	1 000	+ 41	+ 41 10 <sup>-3</sup>	+ 94,3 10 <sup>-3</sup>
I	500	504	1 000	+ 4	+ 4 10 <sup>-3</sup>	+ 9,2 10 <sup>-3</sup>
II	490	454	1 000	- 36	- 36 10 <sup>-3</sup>	- 82,8 10 <sup>-3</sup>
1	503	499	1 000	- 4	- 4 10 <sup>-3</sup>	- 9,2 10 <sup>-3</sup>
2	510	509	1 000	- 1	- 1 10 <sup>-3</sup>	- 2,3 10 <sup>-3</sup>
3	516	514	1 000	- 2	- 2 10 <sup>-3</sup>	- 4,6 10 <sup>-3</sup>

On peut remarquer que cette fois-ci il y a drainage de la plaine, q entrant par (I) positif. Nous pouvons alors rechercher la surface libre de cette partie du modèle.

Elle est très proche de la surface du sol.

On peut vérifier que la répartition des débits n'est guère modifiée.

N° électrode	V électrode	V Pont	R ohms	$\Delta V$	i	q m <sup>3</sup> /s par unité de longueur
0	600	642	1 000	+ 42	+ 42 10 <sup>-3</sup>	+ 96,6 10 <sup>-3</sup>
II	490	455	1 000	- 35	- 35 10 <sup>-3</sup>	- 80,5 10 <sup>-3</sup>
1	503	500	1 000	- 3	- 3 10 <sup>-3</sup>	- 6,9 10 <sup>-3</sup>
2	510	508	1 000	- 2	- 2 10 <sup>-3</sup>	- 4,6 10 <sup>-3</sup>
3	516	513	1 000	- 3	- 3 10 <sup>-3</sup>	- 6,9 10 <sup>-3</sup>

3.3.8. Annexe

Justification de la réduction d'anisotropie.

Soit un milieu anisotrope de perméabilité verticale  $K_v$  et de perméabilité horizontale  $K_h$ . On démontre qu'on peut par une simple distorsion des axes verticaux ( $O_z$ ) se ramener à un milieu isotrope dit correspondant (voir SCHNEEBELI page 80).

1°) Détermination de la distorsion

En effet on a en régime permanent :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{U}) = 0 \quad \text{équation de conservation de masse}$$

$$\text{soit } \rho \operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad \text{si le milieu est incompressible} \\ (\rho \text{ constant})$$

$$\text{d'où } \operatorname{div} \vec{U} = 0$$

$$\text{ou } \vec{U} = -K \operatorname{grad} \varphi$$

$$\begin{cases} U_x = -K_h \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ U_z = -K_v \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{cases}$$

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{soit } K_h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_v \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

$$\text{ce qui peut s'écrire aussi } \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{K_h}{K_v} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

$$\text{soit en posant } Z = \sqrt{\frac{K_h}{K_v}} \cdot z \quad \text{et } X = x$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} = 0$$

Ainsi est définie la géométrie du "milieu isotrope correspondant".

Si l'on a uniquement à traiter un problème de répartition de pression, on peut en rester là. Si on a à prendre en compte des débits, il faut affecter

à ce milieu une perméabilité K et définir une relation entre les débits q' dans le milieu isotrope correspondant et les débits q dans le milieu anisotrope.

2°) Détermination de K :

Il est commode de choisir cette perméabilité K de telle sorte que l'on ait égalité entre ces deux débits. On a :

<u>Milieu anisotrope</u>	<u>Milieu isotrope correspondant</u>
$q_x = -K_h \frac{\partial \varphi}{\partial x} d_z$	$q'_X = -K \frac{\partial \varphi}{\partial X} d_z$
$q_z = -K_v \frac{\partial \varphi}{\partial z} d_x$	$q'_Z = -K \frac{\partial \varphi}{\partial Z} d_x$
	soit :
	$q'_X = -K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial X} \cdot \frac{dZ}{dZ} d_z$
	$= -K \sqrt{\frac{K_h}{K_v}} \frac{\partial \varphi}{\partial x} d_z$
	$q'_Z = -K \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial Z} \cdot \frac{dX}{dX} d_x$
	$= -K \sqrt{\frac{K_v}{K_h}} \frac{\partial \varphi}{\partial z} d_x$

d'où par identification

$$K = \sqrt{K_h K_v}$$

3°) Conclusions

Pour représenter un milieu anisotrope (x,z,Kh, Kv) on construira un modèle isotrope correspondant (X,Z, K) ainsi défini :

$$X = x$$

$$Z = \sqrt{\frac{K_h}{K_v}} \cdot z \quad (\text{affinité selon } z)$$

$$K = \sqrt{K_h K_v}$$

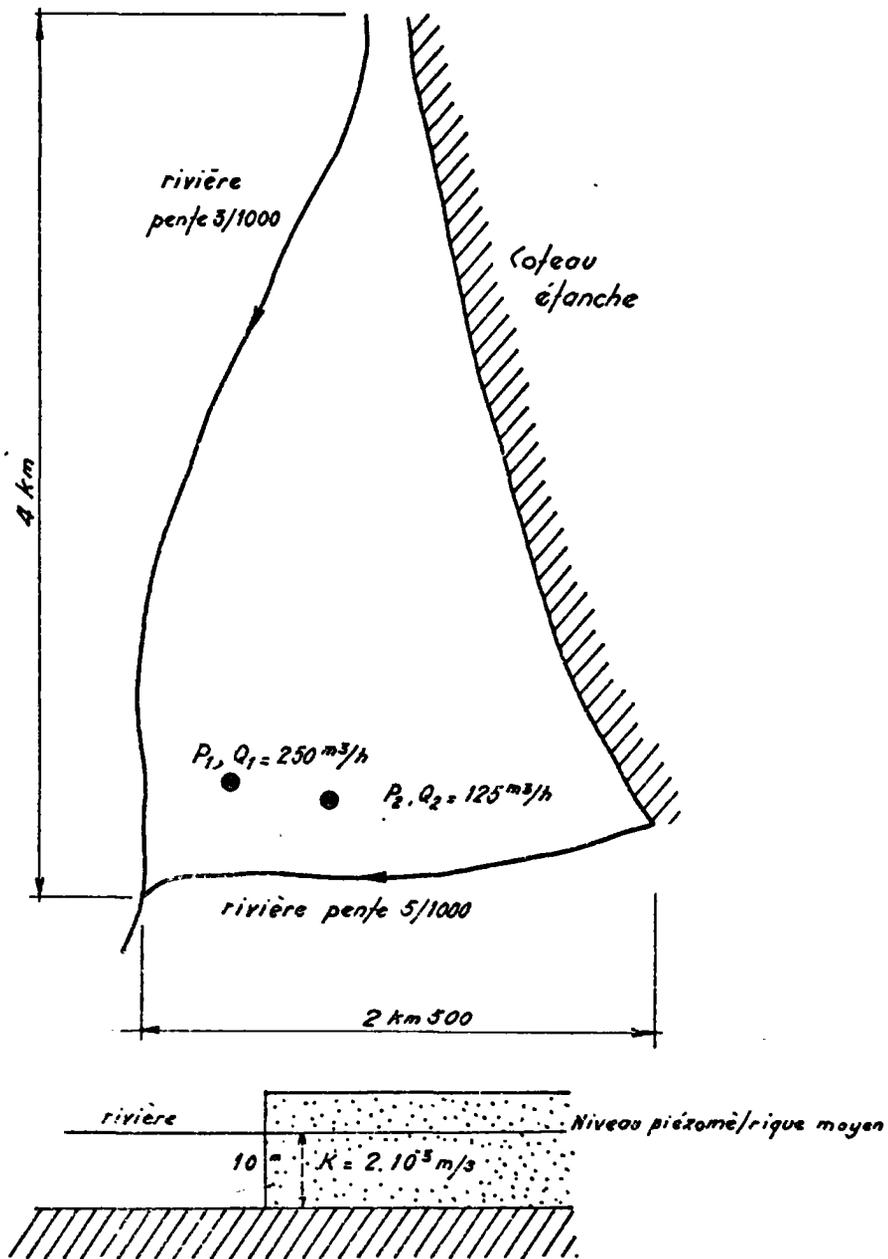
Pour transposer les résultats de ce modèle correspondant dans le domaine de départ, il suffira d'opérer sur le réseau obtenu l'affinité inverse  $z = \sqrt{\frac{K_v}{K_h}} Z$ . Les débits lus sur le modèle correspondant seront valables sans correction (en prenant comme rapport d'analogie

$$\delta = \frac{1}{r_p K}).$$

#### 4. Imposition de débits sur des puits. Interférence entre puits

##### 4.1. Exposé du problème

On veut implanter des forages dans une plaine alluviale dont la configuration en plan est représentée par le schéma ci-après.



COUPE SCHEMATIQUE DE LA PLAINE ALLUVIALE

$$K = 2.10^{-3} \text{ m/s}$$

$$H = 10 \text{ m}$$

$$T = 2.10^{-2} \text{ m}^2/\text{s} \quad , \quad P_1 = 250 \text{ m}^3/\text{h} \quad , \quad P_2 = 125 \text{ m}^3/\text{h}$$

Déterminer les aires d'influence de  $P_1$  seul, puis de  $P_1$  et  $P_2$ .

Calculer les rabattements au puits dans chaque cas sachant que le rayon des puits est de 0,50 m et en admettant qu'il s'agit d'une nappe libre.

Opérations sur les limites.

Sur le même modèle que précédemment, on suppose que la rivière à pente 3/1000 est colmatée par suite de l'interposition entre les berges du cours et l'aquifère principal d'une couche d'alluvions fines de 1 m d'épaisseur et de perméabilité  $10^{-4}$  m/s.

Imposer ce colmatage.

Déterminer les nouveaux rabattements et la nouvelle aire d'influence lorsque  $P_1$  et  $P_2$  pompent en même temps.

#### 4.2. Réalisation

##### 4.2.1. Mesure de la résistance du papier

voir lère manipulation  $r_p = 1990 \text{ ohms}$

##### 4.2.2. Choix des rapports d'analogie

###### 4.2.2.1. Rapport des potentiels

entre le confluent et la rivière de pente 3/1000

on a 12 m de charge,

entre le confluent et la rivière de pente 5/1000

on a 12,50 m de charge,

dans le puits la charge maximale est de 10 m

(épaisseur de la nappe)

On prendra 5 divisions = 1 m

$$\alpha = \frac{5}{1} = 5$$

on se placera entre 900 et 1000 pour pouvoir imposer des débits.

4.2.2.2. Rapport conductivités-transmissivités

$$\beta = \frac{1}{r_p T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \times 1990} = \frac{1}{40}$$

4.2.2.3. Rapport géométrique

$$\gamma = \frac{1}{5000} \text{ donné}$$

4.2.2.4. Rapport intensité-débit

$$\delta = \alpha \cdot \beta = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

4.2.3. Découpage du modèle - nombre d'électrodes à représenter

On choisit comme longueur d'électrodes 5 cm, chaque électrode correspond à une perte de charge de 0,75 m pour la rivière de pente 3/1000 et de 1,25 m pour la rivière de pente 5/1000. On numérote les électrodes de 0 à XII pour la rivière à pente 1/5000 à partir du confluent et de 0 à 16 pour celle de pente 1/3000 à partir du confluent.

N° électrode	0	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
V Pont	900	902	909	915	921	927	934	940	946	952	959
V électrode	900	902	909	915	921	927	934	940	946	952	959

N° électrode	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
V Pont	900	902	905	909	913	916	920	924	928	931	935	939	943	946	950	954	958
V électrode	900	902	905	909	913	916	920	924	928	931	935	939	943	946	950	954	958

4.2.4. Calcul des résistances - Imposition des débits

On intercale entre le 0 du pont et le puits une résistance R.

telle que  $R = \frac{950}{I}$

avec  $I = Q \times \delta$

$$R = \frac{950}{Q \times \delta} = \frac{950}{Q} \times \delta$$

$$Q = 250 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R = \frac{950 \times \delta}{7} \times 10^2 = 108\,000 \text{ ohms}$$

$$Q = 125 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R = 217\,000 \text{ ohms}$$

4.2.5. Calcul des rabattements (voir p.23 fascicule 1)

	N° électrode	V électrode	rabattement rondelle	rabattement sur puits
sans pompage	P <sub>1</sub>	913		
	P <sub>2</sub>	924		
P <sub>1</sub> à Q = 250 m <sup>3</sup> /h	P <sub>1</sub>	903	2,00 m	6,00 m
	P <sub>2</sub>	924	0 m	0 m
P <sub>1</sub> + P <sub>2</sub> 250 m <sup>3</sup> /h + 125 m <sup>3</sup> /h	P <sub>1</sub>	903	2,00 m	6,00 m
	P <sub>2</sub>	917	1,40 m	2,70 m

## 4.2.6. Mesure du débit aux électrodes

4.2.6.1. P<sub>1</sub> est mis en pompage seul :

N° Electrode	10 <sup>3</sup> q en m <sup>3</sup> /s/électrode
0	- 36
1	- 22,5
2	- 12,4
3	- 8,8
4	- 8,16
5	- 11,6
6	- 0,67
7	- 0,67
8	+ 1,12
9	+ 0,52
10	+ 4,75
11	+ 4,75
12	+ 10,04
13	+ 9,6
14	+ 8,8
15	+ 11,68
16	+ 17,8
I	+ 0,82
II	+ 2,52
III	+ 7,36
IV	+ 5,44
V	+ 5,52
VI	+ 2,4
VII	+ 8
VIII	+ 17,16
IX	+ 25,20
X	+ 45,6

La mesure du débit aux électrodes fait apparaître :

- une alimentation de la nappe par la moitié amont de la rivière de pente 3/1000 et par la quasi totalité du cours de la rivière de pente 5/1000.
- un drainage de la nappe par la moitié aval de la rivière de pente 3/1000.

4.2.6.2. P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub> sont mis en pompage :

N° Electrode	q × 10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s/électrode
0	- 36,0
1	- 19,60
2	- 11,76
3	- 11,28
4	- 7,52
5	- 10,4
6	- 7,38
7	- 7,36
8	+ 0,96
9	+ 0,56
10	+ 1,92
11	+ 4,72
12	+ 9,68
13	+ 5,92
14	+ 10,74
15	+ 10,74
16	+ 17,84
I	+ 9,68
II	+ 4,72
III	+ 3,12
IV	+ 12,48
V	+ 10,56
VI	+ 5,20
VII	+ 10,88
VIII	+ 19,12
IX	+ 26,72
X	+ 46,4

La mise en pompage du puits P<sub>2</sub> provoque :

- une augmentation de l'alimentation de la nappe par la rivière de pente 5/1000, alors que l'alimentation par la moitié amont de la rivière de pente 3/1000 est très peu modifiée
- une très légère diminution du drainage de la nappe par la moitié aval de la rivière de pente 3/1000.

On peut remarquer que les deux puits sont sans influence l'un sur l'autre puisque le rabattement en  $P_1$  n'est pas modifié, lorsque  $P_2$  est mis en route et puisque la mise en route de  $P_1$  seul n'entraîne pas de baisse de niveau dans le puits  $P_2$ .

4.2.7. Imposition du colmatage et nouvelles mesures  
(voir p; 25 fascicule 1)

$$R = n \cdot \frac{U}{L} \times r_p$$

$$\text{ici } n = \frac{K}{Kc} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} = 20$$

$$U = 1 \text{ m}$$

$$L = \text{longueur d'une électrode} = 250 \text{ m}$$

$$R = \frac{20}{250} \times 1 \times 1990 = 195,2 \text{ ohms}$$

On constate que les rabattements sont plus faibles pour un même débit. En effet le colmatage de la rivière gêne le drainage de la nappe par celle-ci et a pour résultat une remontée du niveau piézométrique près du confluent des deux rivières.

obtenue par modèle analogique

— P1 en pompage seul  
 - - - P1 et P2 en pompage

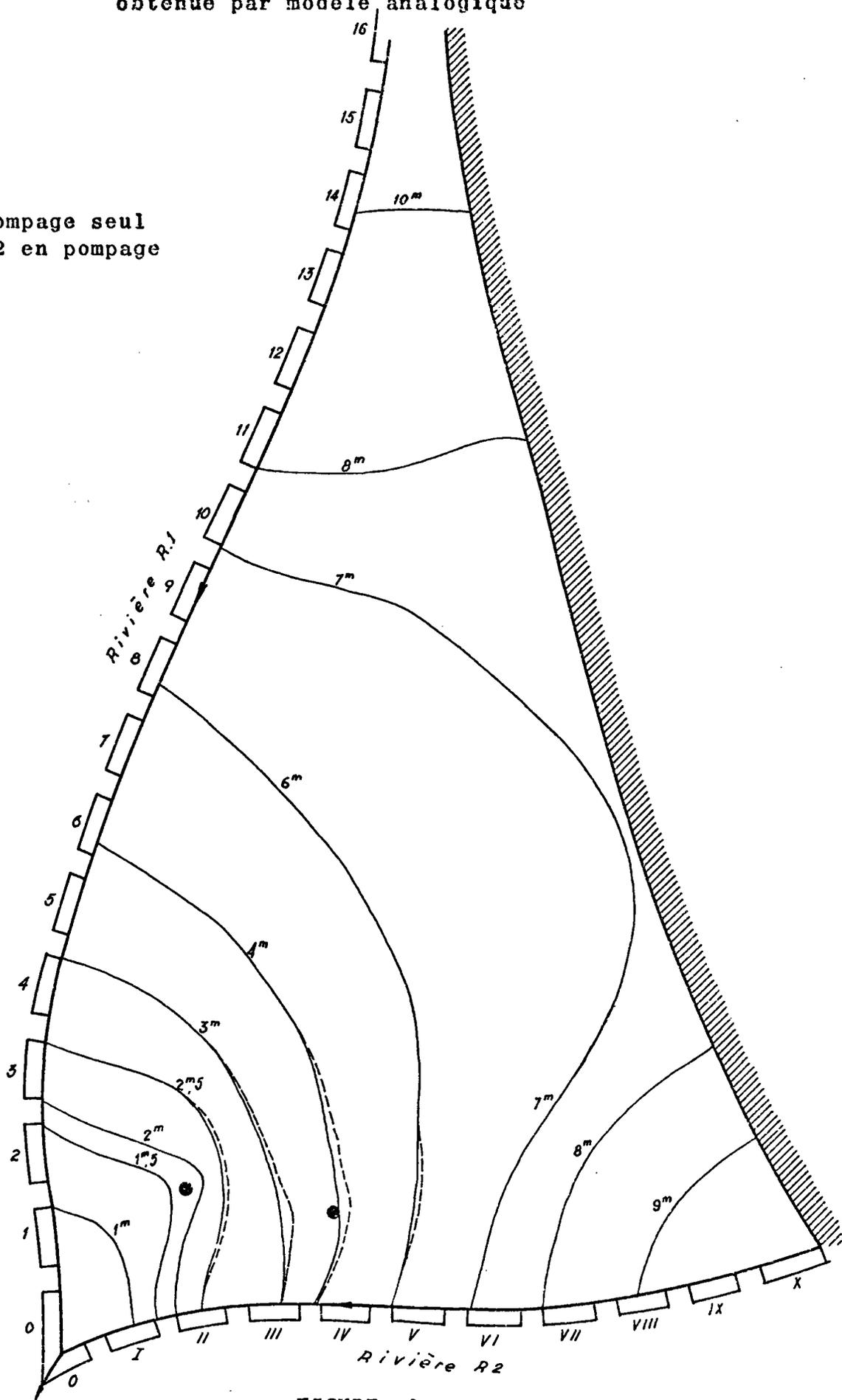


FIGURE 1

B.R.G.M.

Département d'hydrogéologie

ANNEXE II

UTILISATION DU PAPIER TELEDELTOS

Comparaison des diverses méthodes  
de simulations de nappes

par

Jacques RICOUR

sous la direction de M. BONNET

Mai 1970

## SOMMAIRE

### 1. RAPPELS ET DEFINITIONS

1.1. Modèles analogiques

1.2. Modèles mathématiques

1.2.1. Principe général

1.2.2. Rappel sommaire sur les modèles mathématiques en régime permanent

1.2.3. Les caractéristiques d'un modèle mathématique

### 2. POSSIBILITES DE CHAQUE METHODE

2.1. Modèles analogiques

2.2. Modèles mathématiques

### 3. EXERCICES

3.1. Description de la nappe

3.2. Simulation sur papier conducteur

3.3. Simulation par modèle mathématique

3.3.1. Simulation  $S_1$

3.3.2. Simulation  $S_2$

3.3.3. Simulation  $S_3$

3.3.4. Simulation  $S_4$

3.4. Avantages comparés du modèle analogique sur papier conducteur et du modèle mathématique

3.4.1. Modèle analogique sur papier conducteur

3.4.2. Modèle mathématique

3.4.3. Comparaison des résultats obtenus par simulation sur papier conducteur et sur modèle mathématique

# COMPARAISON DES DIVERSES METHODES DE SIMULATION DES NAPPES

---

## 1. RAPPELS ET DEFINITIONS

### 1.1. Modèles analogiques

Les méthodes analogiques sont basées sur le fait qu'il n'existe une identité formelle entre les équations qui régissent la circulation du courant électrique dans un milieu conducteur d'écoulement de l'eau dans un milieu poreux.

Le tableau suivant montre cette correspondance :

	Régime permanent	Régime transitoire
Domaine électrique	$\vec{i} = - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$ $\text{div} (\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V) = 0$	$\vec{i} = - \sigma \overrightarrow{\text{grad}} V$ $\text{div} (\sigma \overrightarrow{\text{grad}} V) = C \frac{\partial E}{\partial t}$
Domaine poreux	$\vec{v} = - K \overrightarrow{\text{grad}} H$ $\text{div} (K \overrightarrow{\text{grad}} H) = 0$	$\vec{v} = - k \overrightarrow{\text{grad}} H$ $\text{div} (K \overrightarrow{\text{grad}} H) = S \frac{\partial H}{\partial t}$

La signification des différents paramètres est donnée fascicule 1, page 2.

### 1.2. Les modèles mathématiques

#### 1.2.1. Principe général

On appelle modèle mathématique toute méthode de calcul permettant d'intégrer numériquement l'équation aux dérivées partielles caractérisant un type d'écoulement pour un domaine géométriquement (forme) et physiquement (répartition des paramètres) défini et pour des conditions aux limites données.

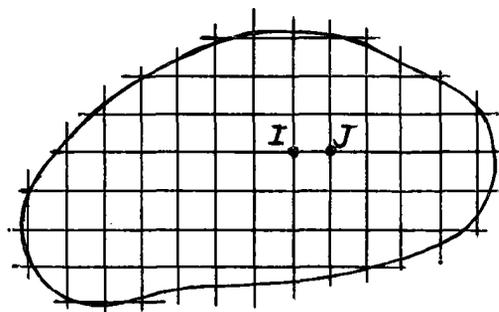
Par exemple, pour les écoulements en régime permanent et en milieu hétérogène à deux dimensions, il faut intégrer :

$$(1) \quad \operatorname{div} \left( K \overrightarrow{\operatorname{grad} H} \right) = 0$$

soit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0$$

On sait que c'est très généralement possible en procédant par discrétisation de l'espace.



Soit en effet  $H(x,y)$  la fonction solution cherchée. I et J étant deux points voisins du maillage, on peut écrire d'après le théorème de TAYLOR (forme générale) :

$$(2) \quad H_J = H_I + \sum_{m+n=1}^{\infty} \frac{(x_J - x_I)^m}{m!} \cdot \frac{(y_J - y_I)^n}{n!} \cdot \frac{\partial H^{(m+n)}}{\partial x^m \partial y^n}$$

L'équation (1) à intégrer étant du deuxième ordre en x ( $m = 2$ ) et du deuxième ordre en y ( $n = 2$ ) il suffira :

- d'écrire un tel développement pour  $m + n = 4$  points  $J_1, J_2, J_3, J_4$  entourant I
- de négliger dans ce développement les termes d'ordre  $> 2$  (d'où une certaine erreur dépendant des pas d'espace  $x_J - x_I$  et  $y_J - y_I$ )
- d'utiliser le système de 4 équations ainsi obtenu pour calculer les éléments différentiels intervenant dans l'équation fondamentale de l'écoulement, en fonction des valeurs discrètes de H aux 5 points I,  $J_1, J_2, J_3, J_4$ .

On obtiendra ainsi pour chaque point I une relation linéaire entre la valeur de H en I et les valeurs de H aux 4 points

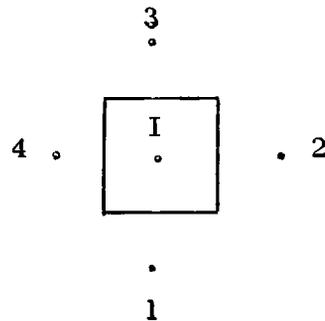
qui l'entourent.

En écrivant une telle relation pour les N points du réseau, on obtient un système linéaire de N équations à N inconnues.

Le système est défini par le fait qu'en certains points des conditions sur H (ou ses dérivées) sont fixées (conditions aux limites).

1.2.2. Rappel sommaire sur les modèles mathématiques en régime permanent.

Pour établir la relation entre la charge au centre d'une maille et les charges au centre des 4 mailles adjacentes il est plus facile d'écrire la loi de conservation des débits pour la maille centrale (on démontre que c'est équivalent à la méthode mathématique rigoureuse énoncée ci-dessus); soit en prenant des mailles carrées:



$$(3) \quad q_I = \sum_{J=1}^{J=4} K_I^J \frac{H_I - H_J}{L_I^J} A_I^J$$

$q$  = débit en J

$K_I^J$  = perméabilité (moyenne) entre I et J

$L_I^J$  = distance entre I et J soit ici  $\Delta x$

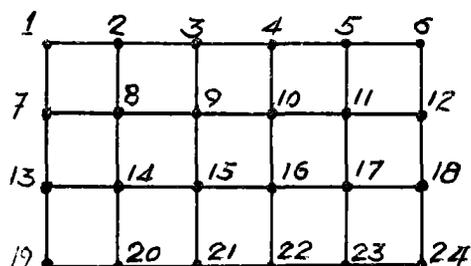
$A_I^J$  = aire de la face séparant les mailles I et J soit ici  $\Delta x \cdot e$  (e = épaisseur d'aquifère)

soit en simplifiant :

$$(4) \quad q_I = - H_I \sum_{J=1}^{J=4} T_I^J + \sum_{J=1}^{J=4} T_I^J H_J$$

L'exemple schématique ci-dessous convaincra le lecteur qu'en écrivant une telle équation pour chaque maille du réseau discrétisant le domaine à représenter, on obtient une équation matricielle.

Problème



- domaine rectangulaire
- conditions de pression imposées à la périphérie
- conditions de débit en chaque point
- milieu homogène

On a le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} -4 H_8 + \textcircled{H_2} + H_9 + \textcircled{H_7} + H_{14} = Q_8/T = q_8 \\ -4 H_9 + \textcircled{H_3} + H_{10} + H_8 + H_{15} = Q_9/T = q_9 \\ -4 H_I + H_{(I-6)} + H_{(I+1)} + H_{(I-1)} + H_{(I+6)} = Q_I/T = q_I \\ -4 H_{17} + H_{19} + \textcircled{H_{18}} + H_{16} + \textcircled{H_{23}} = Q_{17}/T = q_{17} \end{array} \right.$$

soit :

-4	+1	0	0	1	0	0					
1	-4	1	0	0	1				H8	=	$q_8 + \textcircled{H_2} + \textcircled{H_7}$
									H9	=	$q_9 + \textcircled{H_3}$
									H10		
									H1	=	$q_1$
									H17		

soit une équation de la forme :  $|T| \cdot |H| = |q|$  c.q.f.d.

$|T|$  = matrice des transmissivités : caractérise le réservoir

$|H|$  = vecteur charge hydraulique : solution recherchée

$|Q|$  = matrice débit et conditions aux limites : caractérise le problème particulier

On a donc :

$$|H| = |A|^{-1} \cdot |q|$$

Pour le mathématicien, le problème se résume à une inversion de matrice.

Depuis l'apparition des ordinateurs modernes, cette opération est aisée et rapide.

### 1.2.3. Les caractéristiques d'un modèle mathématique

Les modèles mathématiques sont caractérisés essentiellement par :

- . la méthode de discrétisation de l'espace employée : forme et dimensions des mailles, numérotation, nombre maximum
- . la méthode d'inversion de matrice

Ainsi le modèle DROUS utilisé au cours de ces manipulations présente les caractéristiques suivantes :

- . discrétisation par mailles régulières carrées de cote  $\Delta x$  (paramètre à définir), 600 mailles réparties en 30 lignes de 20 numérotées dans l'ordre de 1 à 600,
- . inversion de matrice par la méthode de Frankel YOUNG.

Pour plus de précisions sur ce programme, on se reportera au rapport 70 SGN 129 HYD.

## 2. POSSIBILITES DE CHAQUE METHODE

### 2.1. Modèles analogiques

Les différentes méthodes d'analogie électrique utilisent les modèles suivants :

- . Papier conducteur A
- . Cuve rhéoelectrique B
- . Modèle à résistance R C
- . Modèle à résistance-Capacité RC D

Suivant les conditions imposées par les problèmes à résoudre, on utilisera :

- . Régime permanent A,B,C
- . Régime transitoire D
- . Milieu conducteur continu A,B
- . Milieu conducteur discontinu C,D
- . Modèle à 2 dimensions A,B,C,D
- . Modèle à 3 dimensions C,D
- . Nappes libres A, parfois C
- . Milieu anisotrope A,C,D
- . Milieu hétérogène B,C,D
- . Plusieurs couches communicantes C,D

### 2.2. Modèles mathématiques

Ils permettent d'atteindre les mêmes résultats en utilisant des programmes établis pour les différents problèmes à résoudre. Les conditions aux limites de ces problèmes peuvent être modifiées en faisant varier les cartes de données caractérisant :

- . le maillage
- . la répartition des paramètres
- . les conditions imposées (débits ou charges)

### 3. EXERCICES

Comparaison de modèles analogiques sur papier conducteur et de modèles mathématiques en régime permanent.

#### 3.1. Description de la nappe

La comparaison proposée a été effectuée sur la nappe décrite dans l'Annexe I - Manipulation 4 - p. 16. Le domaine à étudier est une nappe alluviale limitée sur deux de ses frontières par deux rivières, et sur la troisième par une limite étanche. La transmissivité est supposée constante sur toute l'étendue de la nappe.

#### 3.2. Simulation sur papier conducteur

On se reportera aux résultats donnés dans l'Annexe II - Manipulation 4 - page 16 à 20, et figure 1.

#### 3.3. Simulation par modèle mathématique

Elle a été réalisée à l'aide du programme DROUS permettant d'étudier les nappes captives en régime permanent ; la nappe étudiée est assimilée à un réseau à mailles carrées dont le côté mesure 134 m.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- On a successivement simulé :

- . l'effet de pompage au puits  $P_1$  seul : simulation  $S_1$
- . l'effet de pompage des puits  $P_1$  et  $P_2$  : simulation  $S_2$
- . L'effet de pompage des puits  $P_1$  et  $P_2$  et un colmatage de la rivière de pente 3/1000 : simulation  $S_3$  et  $S_4$

- Pour ces quatre simulations les résultats sont :

- . La carte piézométrique de la nappe
- . la carte des débits apportés ou soutirés à la nappe
- . la carte des transmissivités de la nappe
- . la carte des isopièzes de la nappe

selon la présentation dont un exemple est donné pl. Ia à Id (exemple pris : simulation  $S_4$ ).

SCHEMA DE LA CARTE DES ISOPIEZES  
obtenue par modèle mathématique

— P1 en pompage seul  
- - - P1 et P2 en pompage

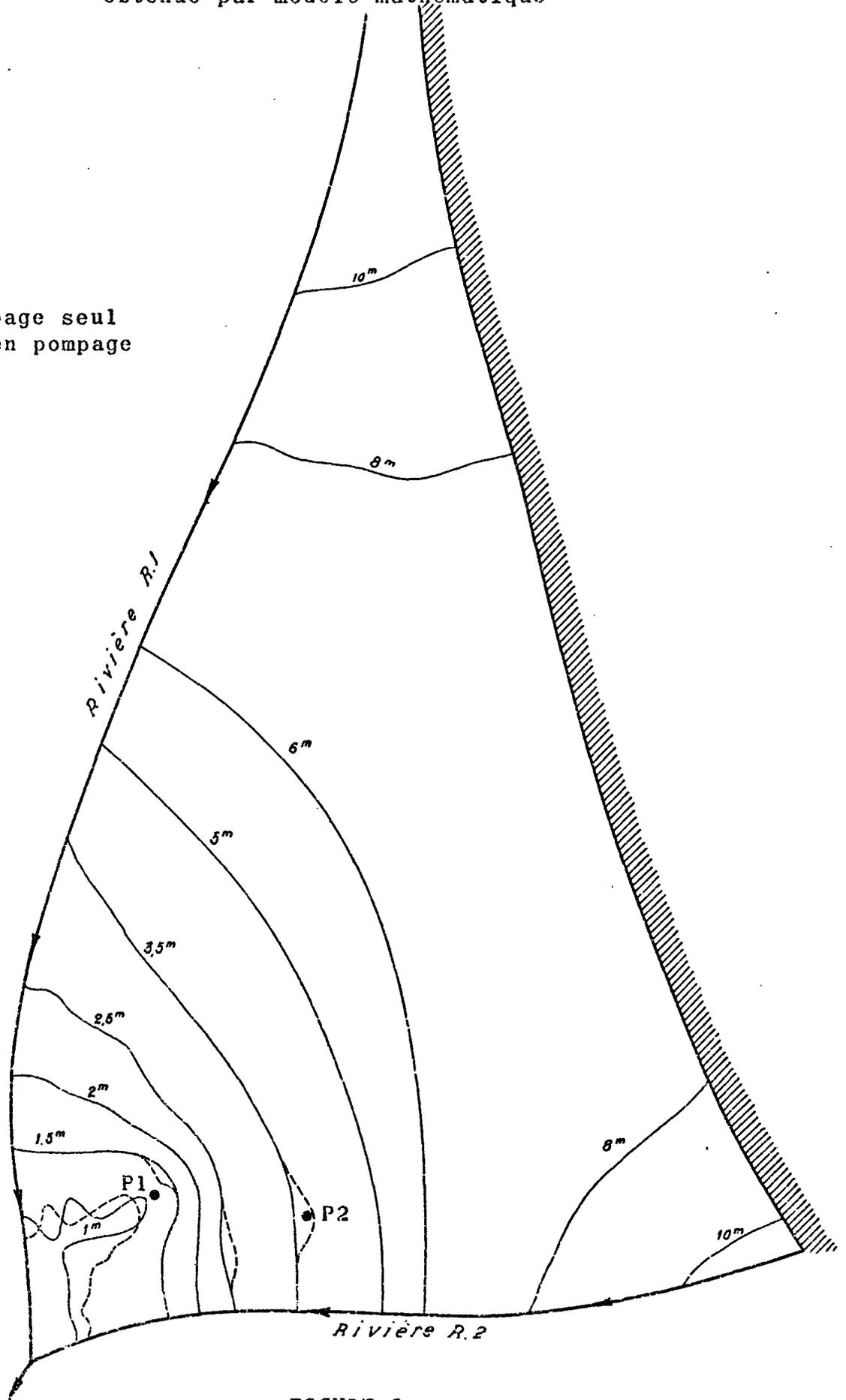


FIGURE 2

### 3.3.1. Simulation S<sub>1</sub>

La mise en pompage du puits P<sub>1</sub> fait chuter localement la hauteur piézométrique. La carte des débits met en évidence :

- une alimentation de la nappe par le tiers amont de la rivière de pente 3/1000 et par la moitié amont de la rivière de pente 5/1000
- un drainage de la nappe par les deux tiers aval de la rivière de pente 3/1000 et par la moitié aval de la rivière de pente 5/1000

Les lignes isopièzes sont concaves vers le confluent des deux rivières, l'isopièze H = 1,00 m étant déformé par la mise en pompage de P<sub>1</sub>. (voir figure 2).

### 3.3.2. Simulation S<sub>2</sub>

La mise en pompage du puits P<sub>2</sub> n'a aucune influence mesurable sur le puits P<sub>1</sub>. Par contre elle provoque l'alimentation de la nappe par la rivière de pente 5/1000 sur la plus grande partie de son cours, alors que l'influence de la rivière de pente 3/1000 sur la nappe n'est pas ou peu modifiée.

La mise en production du puits P<sub>2</sub> provoque une déformation locale de l'isopièze H = 3,5 m alors que les isopièzes 2,0 m - 1,5 m et 1,0 m restent pratiquement inchangés (fig.2).

### 3.3.3. Simulation S<sub>3</sub>

Cette simulation consiste à imposer un colmatage à la rivière de pente 3/1000, le colmatage étant obtenu avec une couche d'alluvions fines de 1 m d'épaisseur et de perméabilité  $k = 10^{-4}$  m/s.

Le calcul de la transmissivité à affecter aux mailles bordant le lit de la rivière donne :

$$\frac{\ell}{T} = \frac{\ell_1}{T_1} + \frac{\ell_2}{T_2}$$

$$\frac{134}{T} \approx \frac{1}{10^{-4} \times 10} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \times 10} \approx 6700 \quad T = 1,74 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$$

Le colmatage provoque une faible remontée du niveau piézométrique dans les puits (0,08 m pour P<sub>1</sub> - 0,01 m pour P<sub>2</sub>) et au voisinage du confluent des deux rivières, une légère diminution de l'alimentation et du drainage par la rivière de pente 3/1000, mais aucune modification mesurable sur des débits apportés ou soutirés à la nappe par la rivière de pente 5/1000 et sur la répartition des isopièzes.

#### 3.3.4. Simulation S<sub>4</sub>

On impose maintenant un colmatage sur une épaisseur de 10 m ( $k = 10^{-5}$  m/s) à la rivière de pente 3/1000 :

$$\frac{l}{T} = \frac{l_1}{T_1} + \frac{l_2}{T_2} = \frac{10}{10^{-5} \times 10} + \frac{134 - 10}{2 \cdot 10^{-3} \times 10} \approx 1062 \cdot 10^{-2}$$

$$T = \frac{134}{1062} \cdot 10^{-2} \approx 13 \cdot 10^{-4}$$

Ces nouvelles conditions aux limites entraînent une remontée du niveau piézométrique dans les puits (0,32 m pour P<sub>1</sub> et 0,09 m pour P<sub>2</sub>) et près du confluent des deux rivières, une nette diminution de l'effet de drainage et d'alimentation pour la rivière de pente 3/1000, alors que le rôle de la rivière de pente 1/5000 est peu modifié. Les isopièzes restent inchangés lors de l'imposition de cette nouvelle limite.

### 3.4. Avantages comparés du modèle analogique sur papier conducteur et du modèle mathématique

#### 3.4.1. Modèle analogique sur papier conducteur

Cette méthode, peu coûteuse, est rapide à mettre en oeuvre et très souple d'emploi. Le papier conducteur étant un modèle électrique "continu", il permet une grande souplesse dans la représentation des caractéristiques géométriques. Toutefois toute modification de ces caractéristiques impose souvent la construction d'un nouveau modèle.

Le papier conducteur laisse aussi la possibilité de réaliser des mesures continues. Par contre ces mesures sont assez peu fidèles du fait que la conductivité du papier conducteur utilisé varie avec la température et le degré hygrométrique de l'air ambiant. De même les résistances radio utilisées pour la mesure ou l'imposition des débits sont connues avec une précision de 5 à 10 %.

Tout ceci entraîne une précision sur les mesures de 5 à 10 %, ce qui est suffisant, compte tenu de ce que l'on désire connaître et de la précision que l'on a sur les données.

Cette méthode analogique est limitée pour diverses raisons, c'est ainsi qu'il n'est pas possible d'étudier avec le papier conducteur :

- les régimes transitoires dus à la décompression d'une nappe captive ou à la désaturation d'une nappe libre
- les domaines à trois dimensions
- les milieux hétérogènes dont le degré d'anisotropie est trop élevé.

#### 3.4.2. Modèle mathématique

Cette méthode nécessite l'emploi d'un ordinateur et la mise au point de programmes parfois assez longs. Dans le cas simple que nous avons considéré elle n'est pas plus coûteuse. Dans tous les cas, elle est plus rapide, une fois les programmes établis. Par contre elle ne permet que des mesures discontinues, aux noeuds des mailles de réseau. De même les limites continues du domaine sont représentées de façon discrète. Mais une modification de la géométrie du domaine implique simplement le changement de quelques cartes de données et non la réalisation d'un nouveau modèle.

En contrepartie les résultats obtenus sont plus fidèles. La précision des résultats ne dépend que de la précision des données et des approximations faites lors de l'écriture du programme. Elle est indépendante de conditions de mesures, telles que celles qui influent dans la simulation

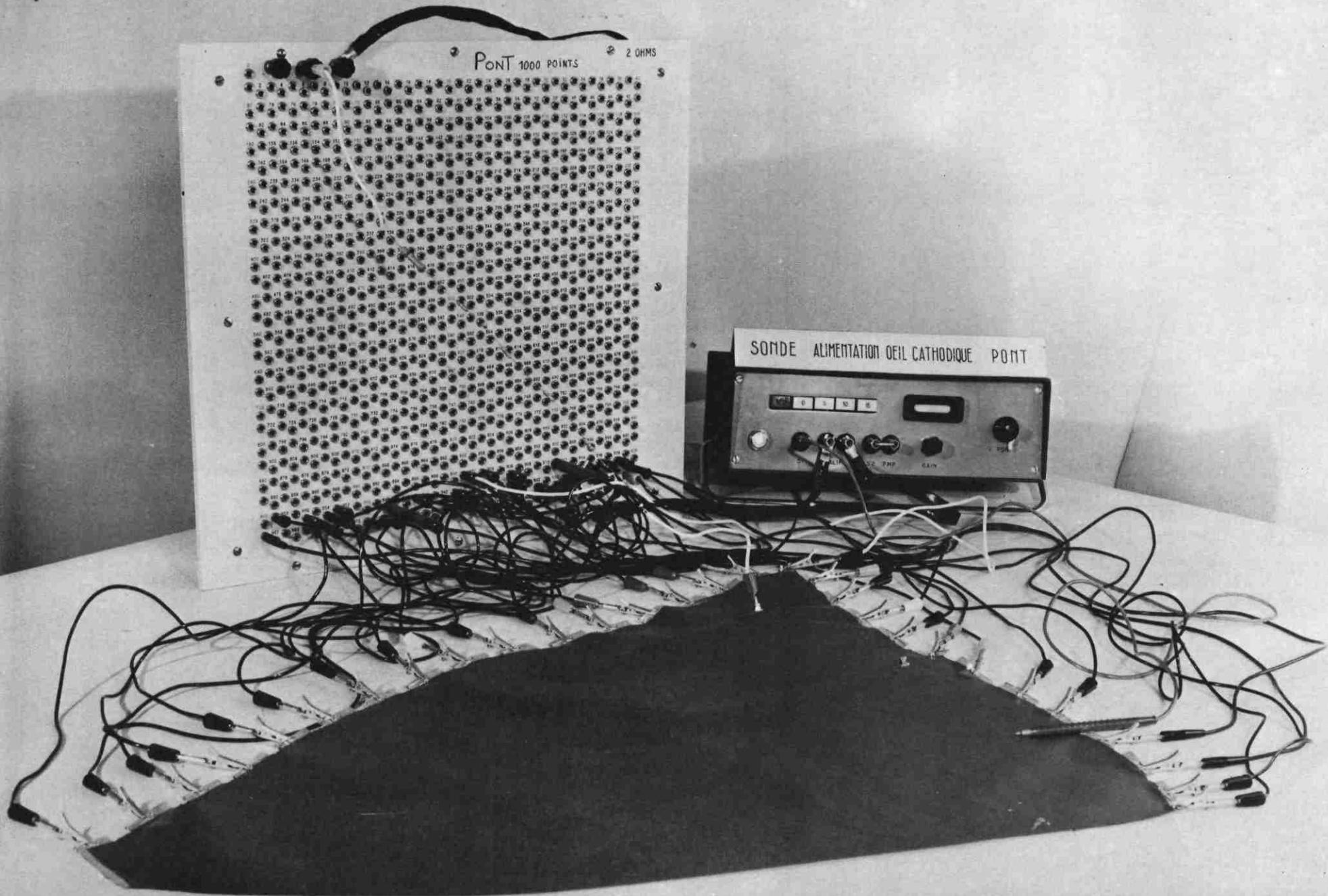
sur papier conducteur.

Les méthodes mathématiques ouvrent théoriquement un éventail plus grand, que les méthodes analogiques. Elles permettent en effet, de résoudre par le calcul automatique tous les problèmes que l'on peut rencontrer, à condition toutefois que les programmes correspondants ne s'avèrent pas en pratique trop longs et trop coûteux.

### 3.4.3. Comparaison des résultats obtenus par simulation sur papier conducteur et sur modèle mathématique

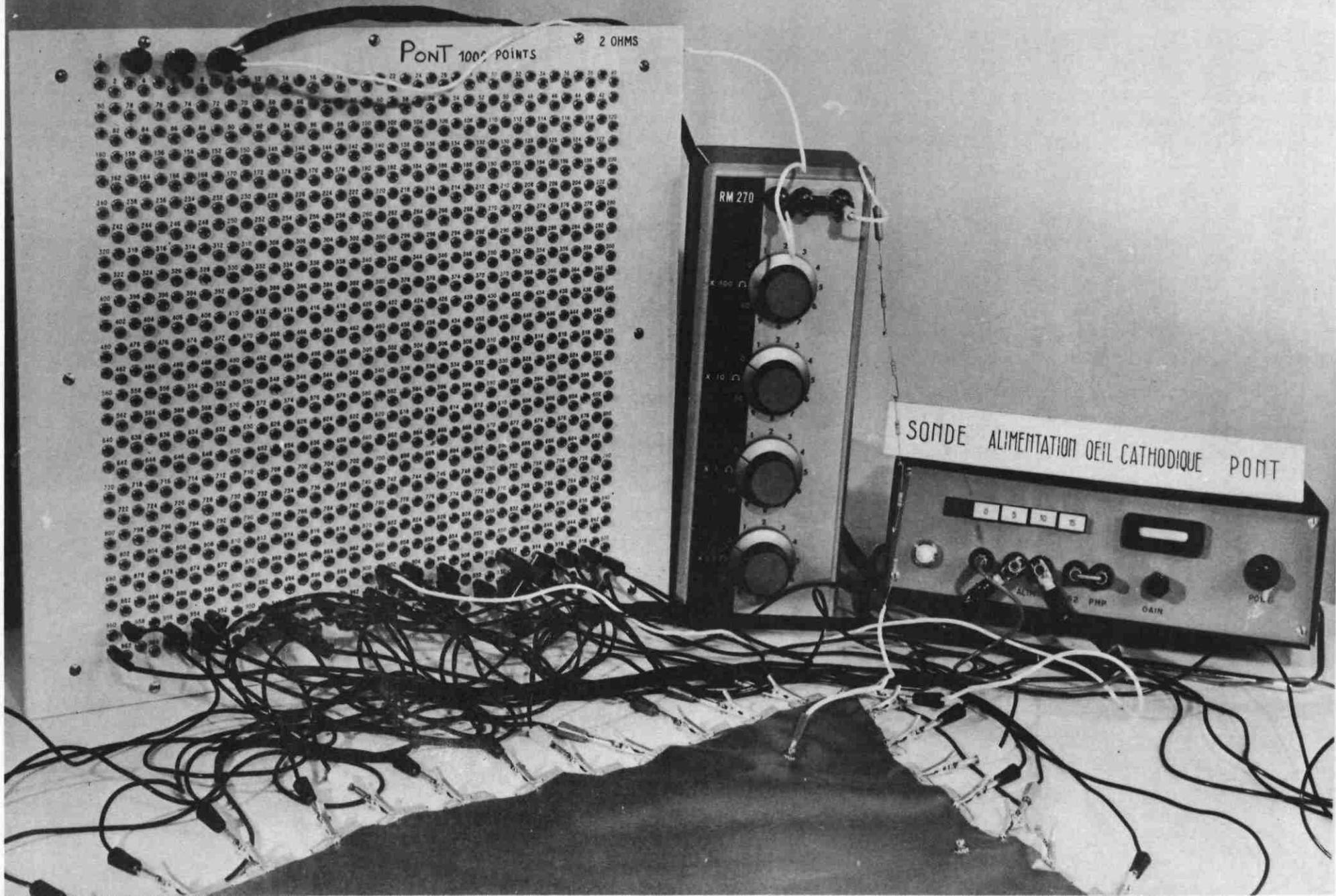
La nappe étudiée a été décrite ci-dessus au paragraphe 3.1. Les résultats obtenus par la simulation électrique et la simulation mathématique sont donnés figures 1 et 2.

On voit qu'ils sont généralement les mêmes sauf au voisinage des puits ou aussi bien dans la simulation analogique que dans la simulation mathématique l'échelle des distances n'est pas respectée.



FO SEN 124 HYD A

Photo n°2: DETAIL DES APPAREILS: Pont 1000 points, boîte de résistances; coffret. (Mesure d'une intensité)



70 SEN 124 HYDA