

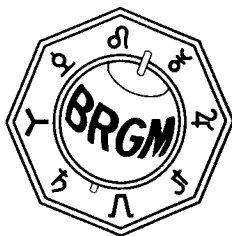
BUREAU DE RECHERCHES GEOLOGIQUES ET MINIERES
74, rue de la Fédération – 75 – Paris 15^e Tél 783-94-00
DIRECTION DU SERVICE GÉOLOGIQUE NATIONAL
Boite postale 818 45 – Orléans-La Source Tél. 87-06-60 à 64

MANUEL D'HYDRAULIQUE DES SYSTÈMES DE CAPTAGE ET DRAINAGE

(1^{er} fascicule)

par

M. BONNET



Département d'Hydrogéologie

45 – Orléans-La Source

BP. 818 – Tél 87-06-60 à 64

69 SGL 225 HYD

Octobre 1969

RESUME

Ce manuel rassemble sous une forme condensée les principales formulations analytiques qui sont solution des problèmes d'écoulement que peut rencontrer le praticien au niveau de la conception de l'exploitation ou de l'utilisation à des fins d'essai, des ouvrages de captage ou de drainage en terrains aquifères.

Le texte est constitué essentiellement par un simple exposé des formules, de leurs conditions d'application et de leurs limites de validité. Il est divisé en trois parties principales. La première, présentée dans ce premier fascicule, a trait à l'hydraulique des puits traversant complètement la couche aquifère et n'introduisant pas par la construction de perturbations notables dans l'écoulement. La deuxième a trait aux écoulements en direction des drains ou tranchées. La troisième envisage le cas des puits réels et rassemble les formules quantitatives qui permettent de prendre en compte les perturbations introduites par les ouvrages de captage. Ces deux autres parties seront réunies dans un second fascicule.

En annexe, on trouvera les tableaux de valeurs de la plupart des fonctions-solutions présentées dans le texte ainsi qu'un certain nombre de graphiques et abaques qui sont d'un usage courant en particulier dans l'interprétation des pompages d'essai.

Cet aide-mémoire, destiné aux hydrauliciens et aux hydrogéologues possédant des connaissances de base en hydraulique souterraine, a été réalisé dans le cadre des études générales méthodologiques entreprises par le Département d'hydrogéologie (programme propre).

SOMMAIRE

INTRODUCTION

1. REGIME PERMANENT

1.1. Nappes captives entre éponges impérméables

1.1.1. Milieu fini avec limite à charge constante

1.1.1.1. Puits centré dans un cercle

1.1.1.2. Puits excentré dans un cercle

1.1.1.3. Puits centré dans une ellipse

1.1.2. Milieu semi-infini

1.1.2.1. Une limite infinie à charge constante

1.1.2.2. Deux limites parallèles et infinies à charge constante

1.1.2.3. Une limite à charge constante sur un segment

1.1.3. Milieu infini, avec écoulement initial uniforme

1.2. Nappes captives avec éponges semi-perméables (drainance)

1.3. Nappes libres

1.3.1. Substratum horizontal étanche

1.3.1.1. Milieu fini circulaire avec limite à charge constante

1.3.1.2. Autres cas

1.3.2. Substratum incliné avec drainance

1.3.3. Substratum incliné étanche

1.3.4. Substratum incliné (avec ou sans drainance) et réalimentation par une limite à charge constante

2. REGIME TRANSITOIRE

2.1. Nappes captives entre éponges imperméables

2.1.1. Milieu infini

2.1.1.1. Puits parfait

2.1.1.2. Puits incomplet

2.1.2. Milieu semi-infini

2.1.2.1. Limite étanche

2.1.2.2. Limite à niveau constant

2.1.3. Milieu fini circulaire

2.1.3.1. Limite à charge constante

2.1.3.2. Limite étanche

2.2. Nappes captives avec épontes non étanches (drainance)

2.2.1. Puits parfait

2.2.1.1. Puits à débit constant

2.2.1.2. Puits à rabattement constant

2.2.2. Puits incomplet

2.3. Nappes libres

2.3.1. Milieu infini, sur substratum étanche horizontal

2.3.1.1. Puits parfait

2.3.1.2. Puits incomplet

2.3.2. Milieu infini sur substratum incliné et non étanche

2.3.2.1. Puits parfait

2.3.2.2. Puits incomplet

2.3.3. Cas dérivés du précédent

2.3.3.1. Substratum horizontal , non étanche

2.3.3.2. Substratum incliné étanche

2.3.4. Milieu aquifère semi-infini limité par un plan d'eau à niveau constant

2.3.5. Milieu aquifère semi-infini limité par une barrière étanche

- REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANNEXES

INTRODUCTION

Ce manuel rassemble sous forme condensée et directement utilisable par les ingénieurs les principales formules, fonctions (expression analytique et tableau de valeurs) et courbes (ou abaques) universelles (c'est-à-dire sur graphiques bilogarithmiques), qui sont à la base des solutions des problèmes d'hydraulique posés par le fonctionnement des système de captage ou de drainage.

Il s'adresse aux praticiens déjà avertis et ne constitue qu'un aide mémoire qui ne saurait remplacer les rapports méthodologiques plus didactiques et plus détaillés déjà publiés (ou en cours de publication) par le département d'hydrogéologie (formulaire de l'hydrogéologue - cahier de travaux pratiques d'interprétation des pompages d'essai, memento d'hydraulique souterraine...), ni, à fortiori, les ouvrages généraux d'hydrogéologie ou d'hydrodynamique auxquels il faut se reporter, en cas de doute, pour plus de précision.

Il a également pour objectif d'aider à une harmonisation des notations nomenclatures et présentations graphiques dans le domaine des calculs les plus fréquents en hydrogéologie pratique. Il poursuit en cela le but principal du "memento d'hydraulique souterraine".

Nous avons donc repris ici les mêmes notations et définitions que celles proposées dans ce memento. La liste en est rappelée en début de texte. De même les hypothèses de validité de certaines solutions sont rappelées très rapidement et on pourra se reporter pour plus de précision soit au "memento", soit au cahier de travaux pratiques.

De toute façon, toutes les formules présentées ci-après impliquent les hypothèses fondamentales suivantes qui ne seront plus énoncées :

- le milieu aquifère est homogène (isotrope ou anisotrope)
- la masse spécifique et la viscosité de l'eau sont constantes
- la loi de DARCY s'applique rigoureusement.

.../...

Le texte de ce manuel sera divisé en trois parties :

- la première partie traitera des écoulements radiaux circulaires autour des puits et forages dits parfaits, c'est-à-dire n'introduisant pas de pertes de charge ou d'effets parasites dans l'écoulement (1).
- la deuxième partie traitera des écoulements linéaires vers les tranchées ou drains.
- la troisième partie traitera le cas des puits et ouvrages réels et présentera les principaux effets parasites dont ils peuvent être la cause.

Les tableaux de valeurs et les courbes universelles ont été rassemblées dans une chemise hors texte. Pour des raisons de commodité de présentation, le texte est présenté en deux fascicules séparés, le premier qui est présenté ici, est consacré à la première partie, dans le second sont rassemblées les deuxième et troisième partie.

(1) Nous proposons d'attribuer au terme "parfait" cette seule définition et de le distinguer soigneusement du terme "complet" qui désignera un puits à pénétration totale (par opposition au puits à pénétration partielle qui sera dit "incomplet"). Ainsi dans cette acception le terme puits parfait ne s'oppose qu'au terme puits réel qui désigne un ouvrage introduisant des perturbations non négligeables, en revanche, il est complémentaire de tout autre : en particulier on peut distinguer, puits parfait complet, puits parfait incomplet, puits réel complet, puits réel incomplet.

NOTATIONS

$A(\tau, \rho)$	=	Fonction d'écoulement d'un puits en aquifère étanche	
B	=	Facteur d'infiltration $= \sqrt{Kb / K'b'}$	(L)
b	=	Epaisseur de la couche aquifère principale	(L)
b'	=	Epaisseur d'une couche encaissante	(L)
$\bar{b}$	=	Epaisseur mouillée moyenne (nappe libre)	(L)
d	=	Distance d'un puits à une limite rectiligne	(L)
$F(x) = W(1/x)$	=	Fonction de puits	
H	=	Hauteur de la surface piézométrique par rapport au substratum (si substratum horizontal et écoulement bidimensionnel $H = h = \bar{h} = \psi + C^{te}$)	(L)
H_p	=	Hauteur d'eau dans le puits	
h	=	Hauteur de la surface libre par rapport au substratum	(L)
$\bar{h}$	=	Hauteur d'eau dans un piézomètre complet	
i	=	Pente d'une nappe inclinée	
K, K'	=	Coefficient de perméabilité (ou perméabilité de DARCY) d'une nappe principale ou d'un semi-perméable encaissant	(LT^{-1})
$K_0(x)$	=	Fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce d'ordre 0	
$M(u, \beta)$	=	Fonction	
Q	=	Débit de pompage	$(L^3 T^{-1})$
r	=	Distance radiale	(L)
r_p	=	Rayon d'un puits	(L)
$S(\tau, \rho)$	=	Fonction de puits pour un puits de rayon quelconque	

- S, S' = Coefficient d'emménagement d'un aquifère principal ou d'un semi-perméable encaissant (s.d.)
- s = Rabattement (L)
- s_p = Rabattement au puits (L)
- $T = K b$ = Transmissivité ($L^2 T^{-1}$)
- t = Temps (en général à partir du début du pompage) (T)
- $u = \frac{r^2 S}{4 T t}$
- $u' = \frac{4 T t}{r^2 S}$
- $V(\tau, \rho)$ = Fonction
- $W(u)$ = Fonction de puits pour les aquifères étanches (fonction de THEIS)
- $W(u, \beta)$ = Fonction de puits pour les aquifères non étanches (fonction de HANTUSH)
- β = Compressibilité de l'eau ($M^{-1} L T^2$)
ou paramètre dans les formules se rapportant aux aquifères non étanches avec emmagasinement dans une couche semi-perméable
- $$\beta = (r/4B) \sqrt{S'/S}$$
- γ = Poids spécifique de l'eau ($M L^{-2} T^{-2}$)
- $\left. \begin{array}{l} \delta_1 = 1 + S'/3S \\ \delta_2 = 1 + S'/S \end{array} \right\}$ Paramètres dans les formules se rapportant aux aquifères non étanches
- $\rho = r/r_p$ = (paramètre)
- τ = Facteur de temps adimensionnel = $\frac{K t}{\omega H_0}$ (nappes libres) ou $\frac{T t}{r^2 S}$ (nappes captives)
- $\varphi = p/\gamma + z$ = Charge (ou potentiel) hydraulique (ou piézométrique)
- $\bar{\varphi}$ = Charge moyenne dans un piézomètre complet
- $\left. \begin{array}{l} \phi(u', r/d) \\ \phi'(u', r/d) \end{array} \right\}$ = Fonction de puits en milieu semi-infini

LES ECOULEMENTS RADIAUX

On envisage ici , sauf indication contraire expressément formulée, les écoulements qui se produisent vers des puits de rayon assez faible.

1. REGIME PERMANENT

1.1. Nappes captives entre épontes imperméables

1.1.1. Milieu fini avec limite à charge constante

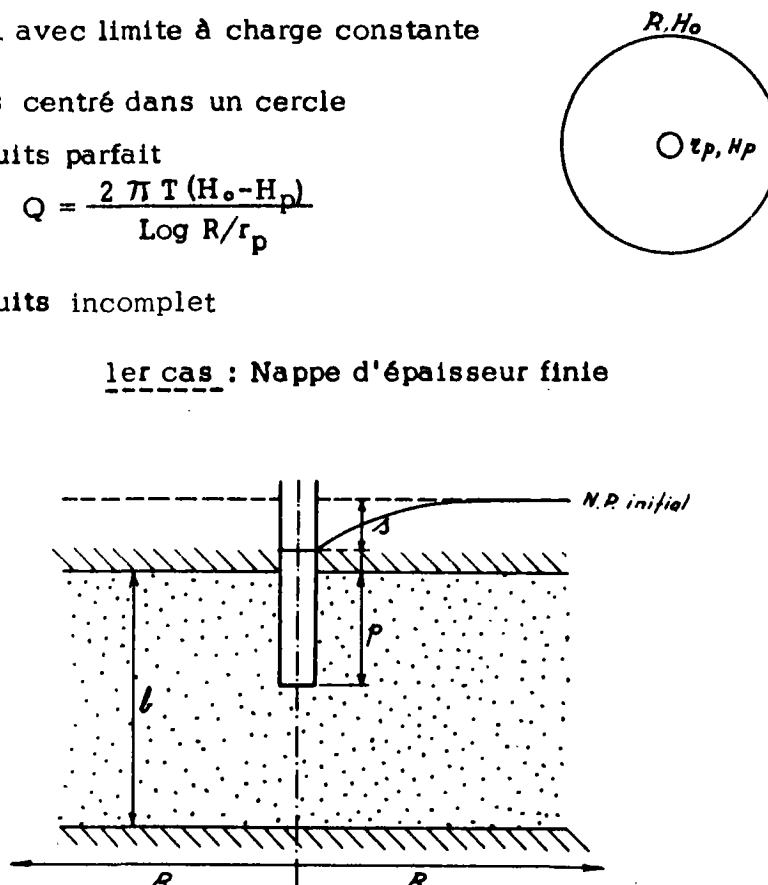
1.1.1.1. Puits centré dans un cercle

A. Puits parfait

$$Q = \frac{2 \pi T (H_0 - H_p)}{\text{Log } R/r_p}$$

B. Puits incomplet

1er cas : Nappe d'épaisseur finie



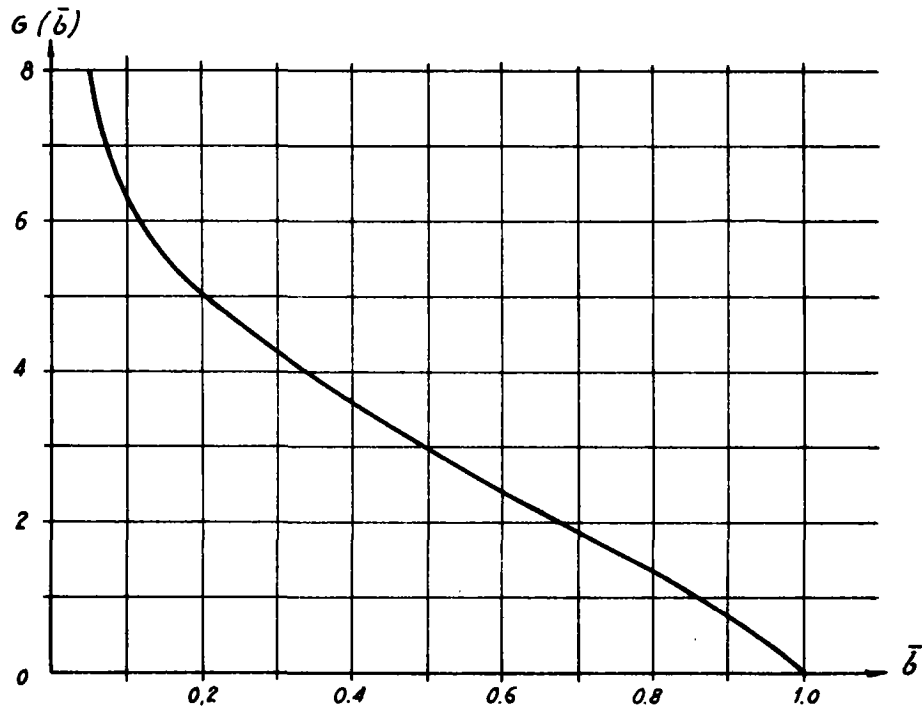
Formule de MUSKAT (voir réf. [7] *p. 274)

$$Q = \frac{2 \pi T s}{\frac{1}{2 \bar{b}} \left[2 \text{Log } 4 b/r_p - G(\bar{b}) \right] - \text{Log } (4 b/R)}$$

avec $\bar{b} = \frac{p}{b}$ = facteur de pénétration

$G(\bar{b})$ = fonction représentée graphiquement ci-après.

* Les chiffres entre [] indiquent des références de la liste bibliographique jointe en annexe

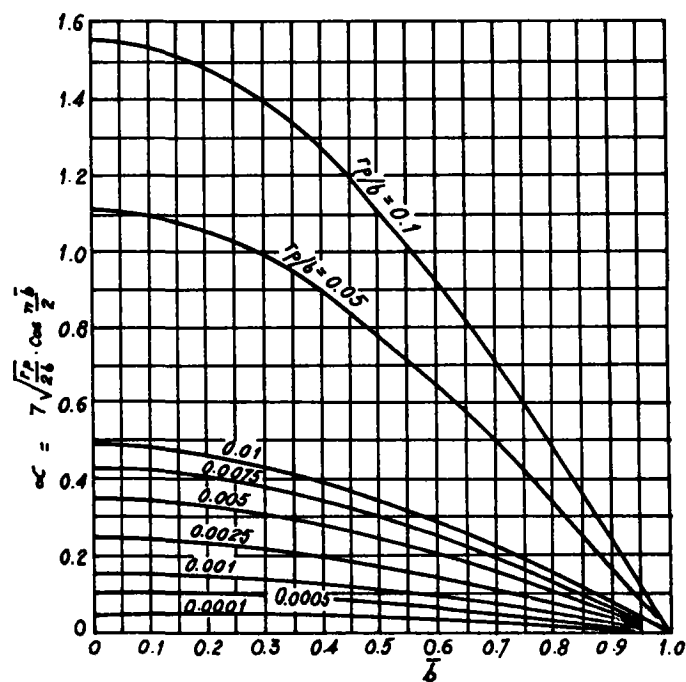


Formule de KOZENY (voir HARR, [3] , page 263)

$$Q = \frac{2 \pi T s \bar{b}}{\text{Log } (R/r_p)} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_p}{p}} \cos \frac{\pi \bar{b}}{2} \right]$$

$$= \frac{2 \pi K p s}{\text{Log } (R/r_p)} [1 + \alpha]$$

avec α terme correctif donné par le graphique ci-dessous

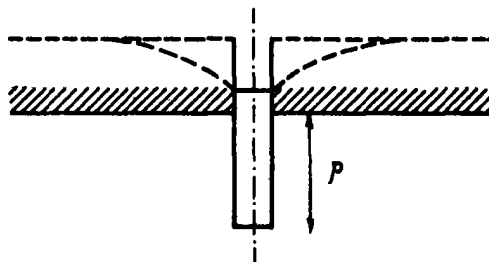


2ème cas : Nappe d'épaisseur infinie ($p/b = \xi$)

Formule de GRINSKY ([3] page 262)

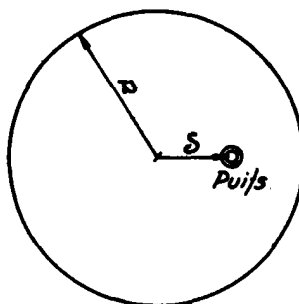
$$Q = \frac{2 \pi K p . s}{\text{Log } (1,6 p/r_p)}$$

valable uniquement pour une couche semi-infinie selon oz :



1.1.1.2. Puits excentré dans un cercle

(voir figure)



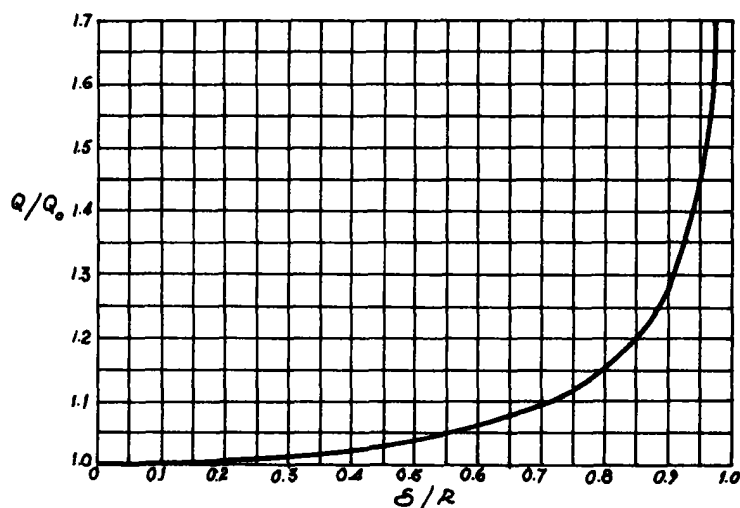
Formule de MUSKAT (réf. [7] p. 172)

$$\frac{Q}{Q_0} = \left[1 - \frac{\text{Log } (1 - \frac{s^2}{R^2})}{\text{Log } \frac{R}{r_p} + \text{Log } (1 - \frac{s^2}{R^2})} \right]$$

avec : $Q_0 = \frac{2 \pi T s}{\text{Log } \frac{R}{r_p}}$ = débit du puits centré

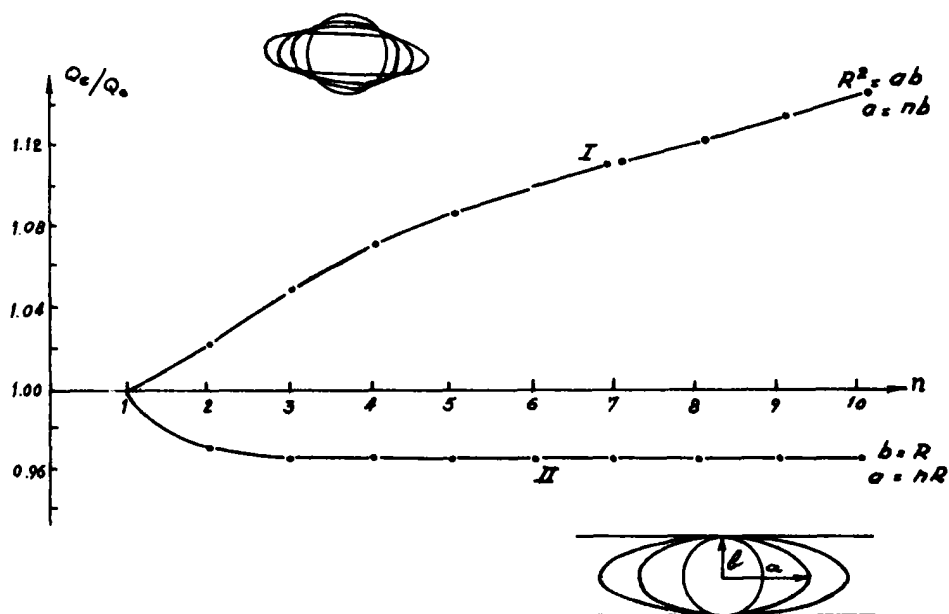
Les variations de Q/Q_0 sont données ci-dessous dans le cas

$$\frac{R}{r_p} = 2\,000$$



1.1.1.3. Puits centré dans une ellipse (grand axe = a ; petit axe = b)

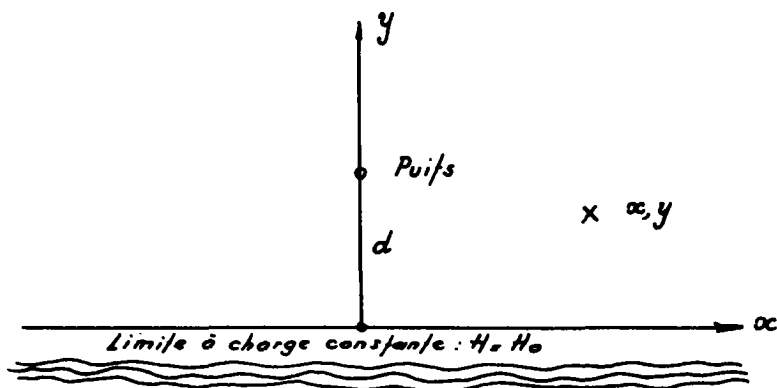
Soit Q_0 le débit d'un puits implanté au centre du cercle de rayon R et Q_e le débit du puits centré dans l'ellipse. POLUBARINOVA KOCHINA ([8] page 367) donne les variations du rapport $\frac{Q_e}{Q_0}$ pour les deux cas : $R^2 = ab$, $a = nb$ et $b = R$, $a = nR$



1.1.2. Puits en milieu semi-infini

1.1.2.1. Une limite infinie à charge constante

(Voir MUSKAT [7] page 175)



Formule du débit :

$$Q = \frac{2 \pi T (H_0 - H_p)}{\text{Log } \frac{2d}{r_p}}$$

Avec les notations de la figure ci-dessus, les équipotentiellles sont données par :

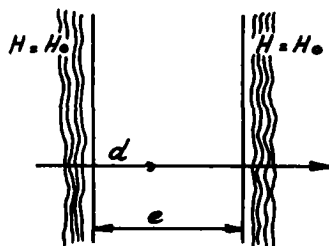
$$H = \frac{1}{2} \frac{(H_0 - H_p)}{\text{Log } (2d/r_p)} \cdot \text{Log } \frac{x^2 + (y-d)^2}{x^2 + (y+d)^2} + H_0$$

en faisant :

$$\frac{x^2 + (y-d)^2}{x^2 + (y+d)^2} = \text{const} = C^2$$

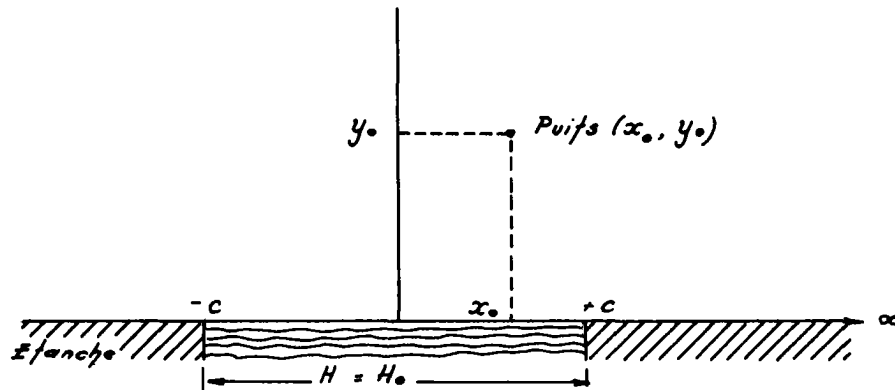
→ Ce sont des cercles de rayon $\frac{2dC}{1-C^2}$ centrés sur l'axe des y au point $\left[0, d \frac{1+C^2}{1-C^2} \right]$

1.1.2.2. Deux limites parallèles et infinies à charge constante.



$$Q = \frac{2 \pi T (H_0 - H_p)}{\text{Log } \left(\frac{2}{\pi} \frac{1}{r_p} \sin \frac{\pi d}{e} \right)}$$

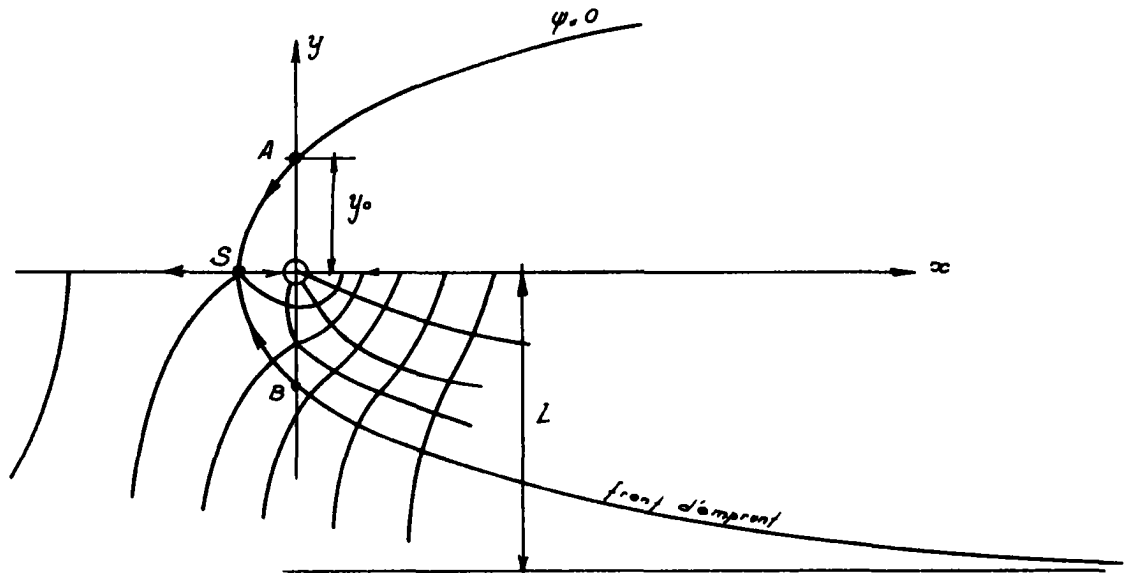
1.1.2.3. Une limite à charge constante sur un segment de longueur finie
2 C (MUSKAT [7] page 186)



$$Q = \frac{2 \pi T (H_0 - H_p)}{\text{Log} \frac{4 y_0}{r_p} \left(\frac{\sqrt{(c^2 - r_0^2)^2 + 4 y_0^2 C^2}}{c^2 - r_0^2} + \frac{\sqrt{(c^2 - r_0^2)^2 + 4 y_0^2 C^2}}{c^2 - r_0^2} \right)}$$

avec : $r_0^2 = y_0^2 + x_0^2$

1.1.3. Milieu infini avec écoulement initial uniforme de pente I



Les équipotentiellles et les lignes de courant sont définies par :

$$\phi = I x + \frac{Q}{2 \pi T} \text{Log} \frac{(x^2 + y^2)}{r_p} + C$$

$$\psi = I y + \frac{Q}{2 \pi T} \text{arc tg} \frac{y}{x} + C$$

Coordonnées du point S (point de stagnation)

$$y = 0 \quad x = - \frac{Q}{2\pi T I}$$

Coordonnées des points A et B

$$x = 0 \quad y_0 = \pm \frac{Q}{4 T I}$$

Largeur asymptotique du front d'emprunt

$$2 L = \frac{Q}{T I}$$

1.2. Nappes captives avec éponges semi-perméables

(voir figure détaillée en 2.2.)

Quel que soit le cas, on a en régime permanent :

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0(r/B)$$

On rappelle :

$$B^2 = T/(K'/b')$$

Les variations de K_0 (fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce d'ordre 0) sont données en annexe sous forme de tableau (tableau T_1) et sous forme de graphique sur papier bilogarithmique (planche 1).

1.3. Nappes libres

1.3.1. Substratum horizontal, étanche

1.3.1.1. Milieu fini circulaire avec limite à charge constante (ou rayon d'influence R)

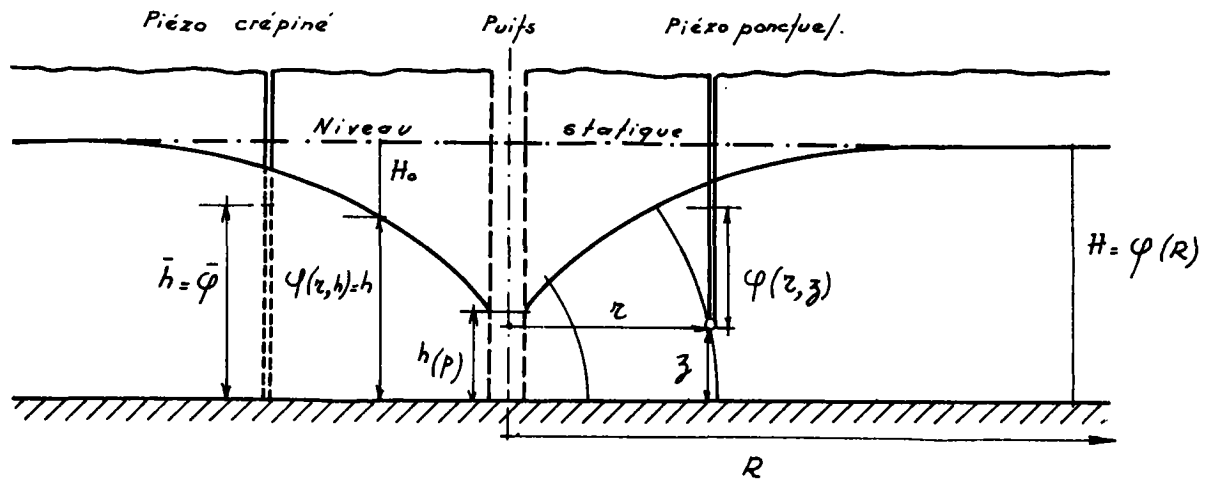
Rappel

En nappe libre, il faut soigneusement distinguer les 3 notions :

- potentiel ou charge hydraulique : $\varphi(z, r)$
- cote de la surface piézométrique : $h(r) = \varphi(h, r)$
- charge moyenne donnée par un piézomètre complet (c'est-à-dire crépiné sur toute la hauteur aquifère) :

$$\bar{\varphi}(r) = \bar{h}(r) = \frac{1}{h} \int_0^h \varphi(z) dz$$

(voir figure ci-après)



Avec les notations de la figure ci-dessus on a :

- pour le débit (rigoureusement)

$$Q = \frac{\pi K (H^2 - h_p^2)}{\text{Log } (R/r)}$$

- pour la forme de la surface libre :

$2 h \bar{h} - h^2 = H^2 - (Q/\pi K) \text{ Log } (R/r)$, pour tout r , ou (formes simplifiées mais plus limitées)

$$h^2 = H^2 - (H^2 - h_p^2) \left[\text{Log } (R/r) / \text{Log } (R/r_p) \right] \quad \text{pour } \begin{cases} r \leq 4 r_p \\ r \leq 1,5 H \end{cases}$$

$$h^2 = H^2 - (Q/\pi K) \text{ Log } (R/r) \quad \text{pour } r \geq 1,5 H$$

Remarque : Dans ces formules le couple (H, R) peut être remplacé par n'importe quel couple (h, r) pourvu que le point considéré soit situé dans la région $r \geq 1,5 H$

- pour la hauteur de la surface de suintement au puits

$$H_p - h_p = (H_0 - h_p) - \omega Q / 2 \pi K H_0$$

avec : $\omega = 3,75$ si $r_p/H_0 \leq 0,1$

$\omega = 3,5$ si $0,1 < r_p/H_0 \leq 0,25$

1.3.1.2. Autres cas

D'une façon générale les solutions présentées pour les puits en nappe captive aux paragraphes 1.1.1., 1.1.2. et 1.2. sont transposables au cas des puits en nappe libre à substratum horizontal en prenant :

$$s = s^2/2 H_0 \text{ au lieu de } s = H_0 - h \quad K H_0 \text{ au lieu de } K b = T$$

Avec les notations présentées en détail ci-après figure 1.3.2., on a :

$$2s \left(1 - \frac{s}{2H_0}\right) = \frac{Q}{\pi K} \exp\left(-\frac{r}{\beta} \cos \theta\right) K_0(\infty r)$$

avec :

θ : angle polaire (voir figure 1.3.2.)

$\beta = \frac{2\bar{b}}{1}$ avec $\bar{b}$: épaisseur mouillée moyenne (plusieurs définitions possibles)

$$\infty^2 = \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{B^2} \text{ avec } B^2 = Kb' (K'/b')$$

K_0 : fonction de BESSEL modifiée de deuxième espèce d'ordre 0
(voir tableau 1 et figure 1).

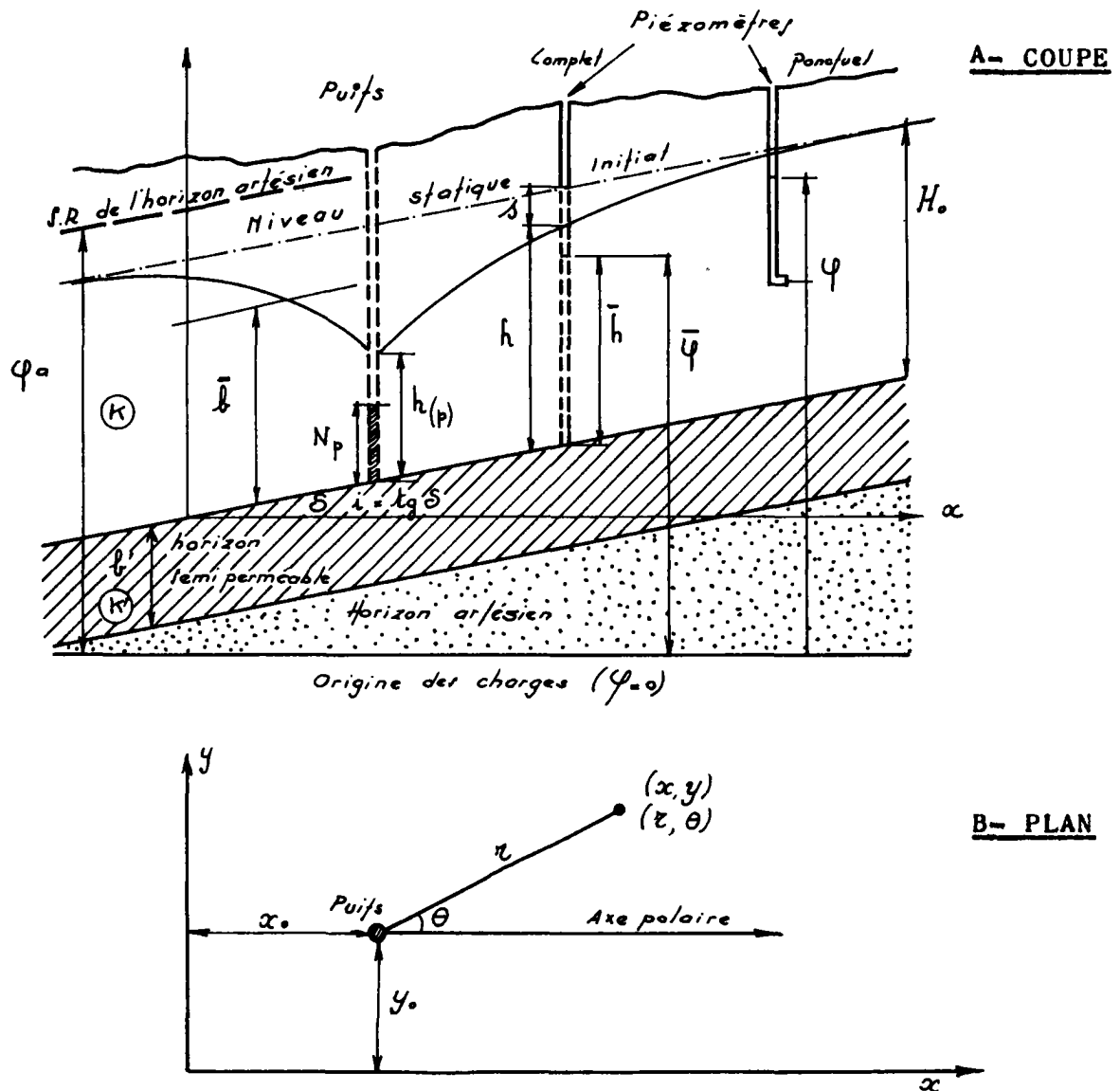


Figure 1.3.2. Représentation schématique de l'écoulement en direction d'un puits en nappe libre sur substratum incliné non étanche

1.3.3. Substratum incliné étanche

En faisant $1/B = 0$ dans l'équation précédente, on obtient :

$$2 s \left(1 - \frac{s}{2 H_0} \right) = \frac{Q}{\pi K H_0} \exp \left(- \frac{r}{\beta} \cos \theta \right) K_0 \left(\frac{r}{\beta} \right)$$

1.3.4. Substratum incliné et réalimentation par une limite rectiligne à charge constante (voir figure 1.3.4. ci-dessous)

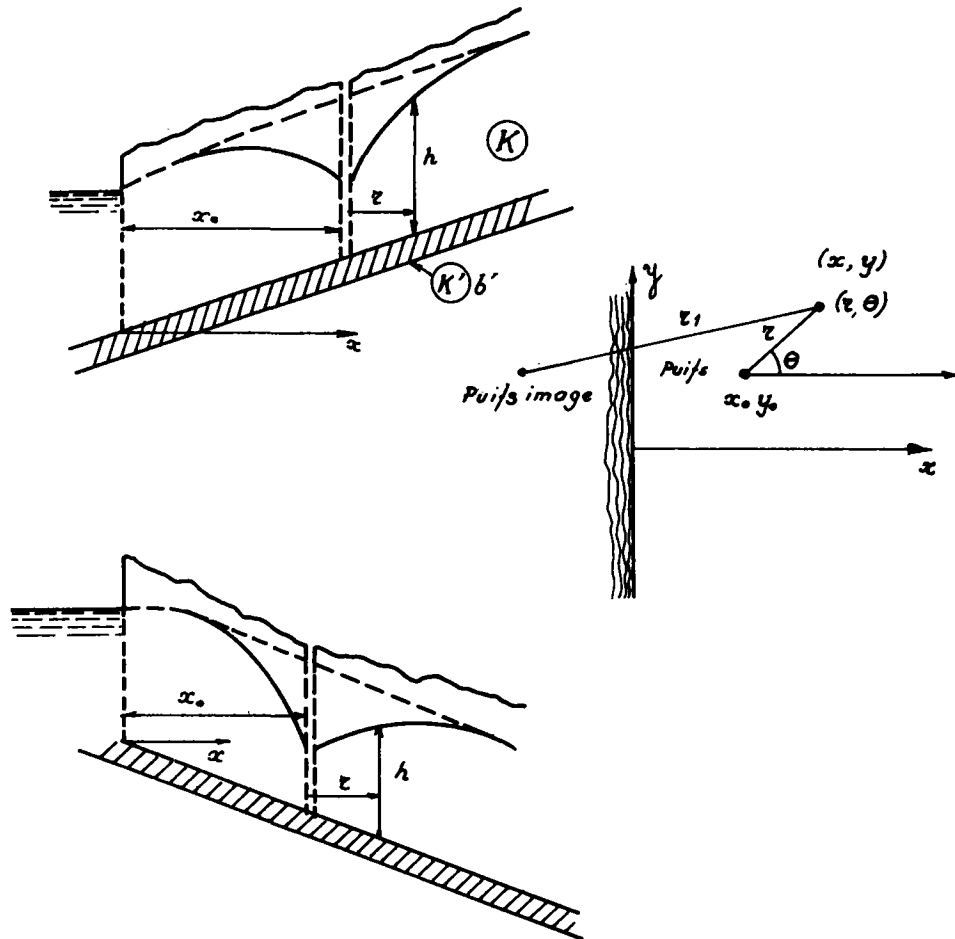


Figure 1.3.4. Représentation schématique d'un puits situé près d'un cours d'eau dans une nappe libre inclinée non étanche (Voir HANTUSH [4])

Par application de la méthode des images on a :

$$2 s \left(1 - \frac{s}{H_0} \right) = \frac{Q}{\pi K H_0} \exp \left[- \frac{(x - x_0)}{\beta} \right] \left[K_0 \left(\frac{r}{\beta} \right) - K_0 \left(\frac{r_1}{\beta} \right) \right]$$

On notera :

- pour une nappe inclinée vers le bas dans la direction des $x > 0 \rightarrow \beta < 0$
- pour une nappe inclinée vers le haut, $\beta > 0$

2. REGIME TRANSITOIRE

2.1. Nappes captives entre éponges imperméables

2.1.1. Milieu infini

2.1.1.1. Puits parfait (pénétration totale)

1°) Puits produisant à débit constant

On dispose de deux solutions générales qui donnent le rabattement en tout point de l'espace (à distance r du puits) quel que soit le rayon r_p du puits (mais en négligeant l'effet de capacité).

-A. La solution de THEIS

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W(u)$$

$$\text{avec : } u = \frac{r^2 S}{4 T t}$$

$$\text{valable à condition que } t > 30 \frac{r_p^2 S}{T}$$

On trouvera tableau 2 une tabulation très complète de la fonction $W(u)$

Dans certains cas (interprétation des essais) il est plus commode de faire un changement de variables en posant :

$$u' = \frac{1}{u} = \frac{4 T t}{r^2 S}$$

On doit alors manipuler la fonction :

$$F(u') = W\left(\frac{1}{u}\right)$$

Le tableau 3 donne les valeurs de cette fonction qui est représentée graphiquement en coordonnées bilogarithmiques (graphique universel) planche 2.

-B. La solution de HANTUSH

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} S(\tau, \rho)$$

$$\text{avec : } \tau = \frac{T t}{S r_p^2} \text{ et } \rho = \frac{r}{r_p}$$

valable sans limitation sur le temps

Les variations de la fonction $S(\tau, \rho)$ sont données tableau 4.

-C. D'autre part pour des temps suffisamment grands

$$t > 100 \frac{S r^2}{T}$$

les fonctions précédentes tendent asymptotiquement vers la fonction logarithmique suivante :

$$s = \frac{2,3 Q}{4 \pi T} \cdot \log \frac{2,25 T t}{r^2 S} \quad (\text{approximation de JACOB})$$

2°) Puits produisant à rabattement constant

(puits jaillissants ou puits en régime critique : voir rapport B.R.G.M.

DS 67 A 136 par C. BENCOMO)

Dans ce cas, on a :

-A. Pour le débit au puits

$$Q(t) = 2 \pi T s_p G\left(\frac{T t}{S r_p^2}\right) \quad (\text{solution de JACOB et LOHMAN})$$

$G(\tau) = G(\tau, 0)$ fonction tabulée donnée tableau 10 et sous forme de graphique bilogarithmique, planche 4

-B. Pour le rabattement dans un piézomètre à distance r :

$$s = s_p A\left(\frac{T t}{S r_p^2}, \frac{r}{r_p}\right)$$

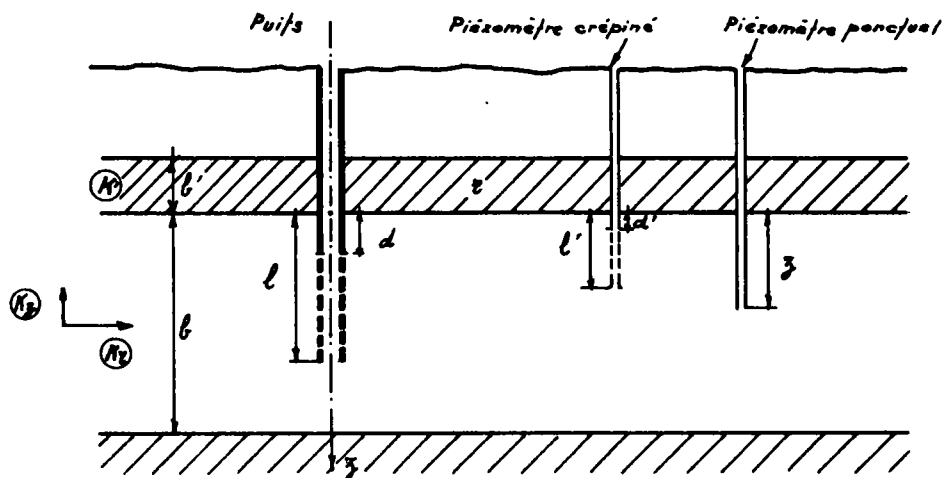
avec :

$A(\tau, \rho)$ fonction tabulée donnée tableau 5

2.1.1.2. Puits incomplet (pénétration partielle)

Avec les notations et hypothèses rappelées ci-dessous :

Notations



Hypothèses :

1. Nappe homogène et anisotrope caractérisée par deux valeurs de perméabilité K_r (horizontale) et K_z (verticale)
2. Système horizontal
3. Puits à rayon infiniment petit et débit constant
4. $K' = 0$ (épontes étanches)

On possède diverses solutions qui donnent le rabattement dans un piézomètre punctuel de pénétration z (voir figure)

-A. Solution générale

$$s = \frac{Q}{4\pi K_r b} \left\{ W(u) + f(u, r/b, d/b, l/b, z/b) \right\}$$

avec :

$$u = \frac{r^2 S}{4 K_r b \cdot t}$$

$$f = \left[\frac{2b}{\pi(l-d)} \right] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\sin\left(\frac{n\pi l}{b}\right) - \sin\left(\frac{n\pi d}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi z}{b}\right) W\left(u \sqrt{\frac{K_z}{K_r} \cdot \left(\frac{n\pi r}{b}\right)^2}\right)$$

-B. Solution pour des périodes de temps grandes

$$\text{Dès que } t > \frac{b S}{2 K_z}$$

$$s = \frac{Q}{4\pi K_r b} \left\{ W(u) + f_s \right\}$$

avec :

$$f_s = \left[\frac{4b}{\pi(l-d)} \right] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\sin\left(\frac{n\pi l}{b}\right) - \sin\left(\frac{n\pi d}{b}\right) \right] \cos\left(\frac{n\pi z}{b}\right) K_0\left(\sqrt{\frac{K_z}{K_r} \cdot \frac{n\pi r}{b}}\right)$$

-C. Solution pour des périodes de temps courtes

$$\text{Tant que } t < S b \left[1 - \frac{l+z}{2b} \right]^2 / 5 K_z$$

$$s = \frac{Q}{8\pi K_r (l-d)} \cdot E\left(u, \frac{l}{r}, \frac{d}{r}, \frac{z}{r}\right)$$

avec :

$$E = M\left[u, \frac{a(l+z)}{r}\right] - M\left[u, \frac{a(d+z)}{r}\right] + M\left[u, \frac{a(l-z)}{r}\right] - M\left[u, \frac{a(d-z)}{r}\right]$$

ou : $M(u, \beta)$ est une fonction tabulée dont les valeurs sont données tableau 6

et $a = \sqrt{K_r / K_z}$

Cette équation est également valable pour une nappe d'épaisseur infinie pour toutes valeurs de t .

-D. Solution pour des distances relativement grandes

Dès que $r > 1,5 b \sqrt{K_r / K_z}$

la solution générale dégénère en

$$s = \frac{Q}{4 \pi K_r b} W(u) \quad (\text{formule de THEIS})$$

ou autrement dit, au-delà de cette distance "on ne voit plus" l'influence de la pénétration partielle du puits et de l'anisotropie du milieu.

- Remarque importante : le cas des piézomètres non ponctuels.

Le rabattement moyen $\bar{s}$ dans un piézomètre crépiné entre les cotés d' et l' ($l' > d'$, voir figure ci-dessus) peut s'obtenir par intégration des solutions présentées en A et B, soit :

$$\bar{s} = \frac{1}{(l' - d')} \int_{d'}^{l'} s(z) dz$$

z n'intervenant que dans un cos, cette intégration est très aisée.

On constate ainsi que pour un piézomètre complet ($d' = 0$, $l' = b$) on obtient la solution de THEIS :

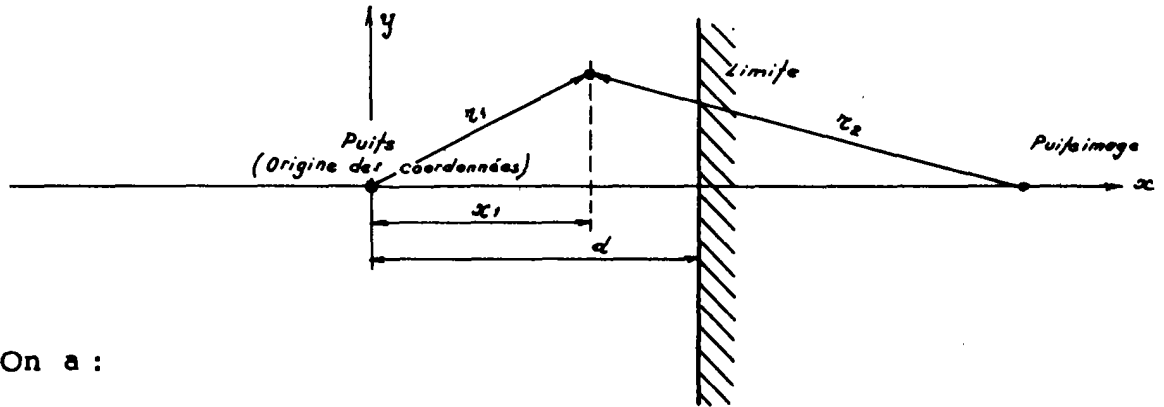
$$\bar{s} = \frac{Q}{4 \pi K_r b} W(u)$$

- Conséquence pratique :

Un piézomètre complet ne subit pas l'influence de la pénétration partielle du puits pompé quelle que soit sa distance au puits

2.1.2. Milieu semi-infini

En appliquant la théorie des images et avec les axes et notations ci-dessous :



On a :

2.1.2.1. Limite étanche

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[F(u'_1) + F(u'_2) \right]$$

avec :

$$u'_1 = \frac{4 T t}{r_1^2 S} \quad ; \quad u'_2 = \frac{4 T t}{r_2^2 S}$$

Dans le cas particulier de piézomètres implantés selon un axe perpendiculaire à la limite, on a :

$$u'_1 = \frac{4 T t}{x_1^2 S} \quad \text{et} \quad u'_2 = \frac{4 T t}{x_2^2 S} = \frac{4 T t}{(2d - x_1)^2 S} = U'_1 \left(\frac{2d}{x_1} - 1 \right)$$

Soit :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \phi \left(u'_1, \frac{x_1}{d} \right)$$

2.1.2.2. Limite à charge constante

Symétriquement on trouve :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left\{ F(u'_1) - F(u'_2) \right\}$$

et pour les piézomètres implantés selon un axe perpendiculaire à la limite :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \phi' \left(u'_1, \frac{x_1}{d} \right)$$

Le tableau 7 donne les valeurs de ϕ et ϕ' qui sont représentées sur graphique bilogarithmique planche 3.

2.1.3. Milieu fini circulaire de rayon R - Pompage à débit constant par un puits centré (voir réf. [2] p. 73 à 86)

Dans ce qui suit, on fait l'hypothèse que le rayon du puits est petit devant celui du milieu ($R/r_p > 60$)*

2.1.3.1. Charge constante H_0 sur la limite

- le rabattement à la distance r du puits s'écrit

$$s(r) = \frac{Q}{2\pi T} \left[\text{Log} \frac{R}{r} - 2 \varphi_2 \left(\frac{t}{S R^2} \right) \right]$$

valable pour $\frac{R}{r_p} > 60$

avec :

φ_2 = fonction tabulée donnée tableau 8 (voir CHAUMET, page 76)

- pour le puits, on a :

$$s_p = \frac{Q}{2\pi T} \left[\text{Log} \frac{R}{r_p} - 2 \varphi_2 \frac{T t}{S R^2} \right]$$

valable pour ; $t_1 = \frac{0,2 R^2 S}{T} < t < t_2$

avec :

$$t_2 \text{ défini par } \frac{2 \varphi_2(T t_2^2 / R^2 S)}{\text{Log } R/r_p} = 0,01$$

pour $t < t_1$, on a :

$$s_p = \frac{2,3 Q}{4\pi T} \text{Log } 2,25 \frac{T t}{r_p^2 S} \text{ (approximation de JACOB)}$$

et pour $t > t_2$ on a le régime permanent à moins de 1 % près, soit :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \text{Log } (R/r_p)$$

2.1.3.2. Limite étanche (par exemple lentille)

Dans ce cas, on ne connaît de solutions pratiques que pour l'évolution du rabattement au puits.

* Il existe toutefois des solutions pour les cas où cette hypothèse n'est pas vérifiée (réf. [2] p. 86)

Trois périodes de temps sont à considérer :

1°) pour $t \leq 0,1 \frac{R^2 S}{T} = t_1$

$$s_p = \frac{2,3 Q}{4 \pi T} \log 2,25 \frac{T t}{r_p^2 S} \quad (\text{JACOB})$$

2°) pour $t > 0,25 \frac{R^2 S}{T} = t_2$

$$s_p = \frac{Q}{2 \pi T} \left(-\frac{3}{4} - \text{Log} \frac{r_p}{R} + \frac{r_p^2}{2 R^2} \frac{2 T t}{R^2 S} \right)$$

(régime pseudo permanent : le rabattement décroît linéairement en fonction du temps)

3°) Pour la période intermédiaire $t_1 < t < t_2$ on pourra prendre la solution de THEIS.

2.2. Nappes captives avec épontes non étanches (drainance)

(réf. [4] pages 53 à 61 de la traduction B.R.G.M.)

En ce qui concerne la drainance, S.M. HANTUSH distingue deux cas schématisés par les "deux modèles" de la figure 2.2.

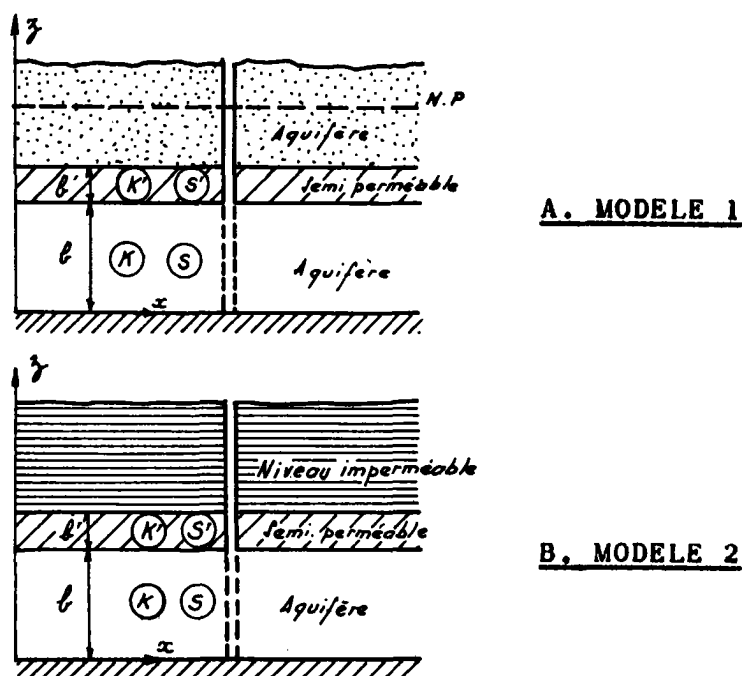


Figure 2.2. Représentation schématique des systèmes à drainance (non étanches)

2.2.1. Les puits complets

Toutes les solutions présentées ci-après impliquent les hypothèses suivantes::

- (1) Les nappes aquifères représentées dans les 2 modèles sont individuellement élastiques, homogènes, isotropes et d'épaisseur uniforme, de superficie infinie, et reposent sur un substratum horizontal (ou au moins de pente $< 0,01$).
- (2) La perméabilité et le coefficient d'emmagasinement demeurent constants dans le temps.
- (3) Les puits sont crépinés sur toute l'épaisseur de la nappe principale (mais leur rayon n'est pas nécessairement petit).

On utilise les variables réduites suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= 1 + S' / 3 S \\ \delta_2 &= 1 + S' / S \\ B^2 &= T / (K' / b') \end{aligned} \right| \begin{aligned} u &= r^2 S / 4 T t \\ \tau &= t / r_p^2 S \\ \rho &= r / r_p \end{aligned}$$

En règle générale on ne connaît pas de solution rigoureuse mais uniquement des solutions asymptotiques valables dans certaines conditions bien définies qui doivent être impérativement respectées.

2.2.1.1. Puits à débit constant (puits en pompage)

1°) Pour les temps grands

-A. Modèle 1 :

$$\begin{aligned} t &> \text{à la fois à : } 2 b' S' / K' \\ \text{et} &: 30 \delta_1 r_p^2 S / T \left[1 - (10 r_p / B)^2 \right] \end{aligned}$$

avec également : $r_p / B < 0,1$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(\delta_1 u, r/B)$$

la fonction $W(u, \beta)$ (ou fonction de puits pour les nappes non étanches) est représentée entièrement sous forme tabulaire.

Tableau 2.

On a aussi, pour la commodité de l'interprétation des pompages d'essai, dressé un tableau de la fonction $W(1/u, \beta) = F(u', \beta)$ (voir tableau 3.)

Cette fonction est également représentée sur graphique bilogarithmique planche 2.

On rappelle que, évidemment :

$$W(u, 0) = W(u) \quad (\text{solution de THEIS})$$

$$F(u', 0) = F(u')$$

Pour des temps très grands, la solution ci-dessus tend asymptotiquement vers la solution du régime permanent donnée paragraphe 1.2. soit :

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0(r/B)$$

-B. Modèle 2 :

$$t > \text{à la fois à} : 2 b' S'/K$$

$$\text{et} : 30 \delta_2 r_p^2 S/T$$

$$s = \left(\frac{Q}{4\pi T} \right) W(\delta_2, u)$$

-C. Si S' est négligeable, c'est-à-dire si la couche semi-perméable du modèle 1 ne livre pratiquement pas d'eau à l'aquifère drainé et ne fait que transmettre le flux appelé à l'horizon supérieur, on a avec les mêmes conditions restrictives sur le temps et r_p/B :

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, \frac{r}{B})$$

C'est la solution classiquement connue sous le nom de formule de HANTUSH. Elle est évidemment identique à la solution présentée en A. à la signification près de la variable u . On pourra donc consulter les tableaux 2, 3 et la planche 2.

2°) Pour les temps petits

c'est-à-dire : $t < S'b'/10 K'$

On a pour les deux modèles :

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} H(u, \beta)$$

avec :

$$\beta = \frac{r}{4B} \sqrt{S'/S}$$

$H(u, \beta)$ Fonction tabulée. Voir tableau 9.

3°) Pour les temps intermédiaires

Il n'existe pas de solution analytique connue. On peut graphiquement obtenir une solution approchée en joignant les portions de courbe représentant les solutions présentées ci-dessus pour les deux périodes extrêmes.

2.2.1.2. Puits jaillissants (artésiens)

On ne connaît de solution que pour les temps grands :

$$t > 2 b' S'/K'$$

-A. Modèle 1

. Pour le rabattement :

$$s = s_p Z(\tau/\delta_1, \varphi, r_p/B)$$

La fonction Z n'est pas tabulée ; elle admet toutefois diverses formes approchées (voir HANTUSH - Traduction B.R.G.M. page 44).

Lorsque $t \rightarrow \infty$ (régime permanent) on a :

$$s = s_p \frac{K_o(r/B)}{K_o(r_p/B)}$$

Pour K_o voir tableau 1 et planche 1

. Pour le débit au puits

Dans les mêmes conditions de validité en ce qui concerne le temps :

$$Q(t) = 2 \pi T s_p G(\tau/\delta_1, r_p/B)$$

La fonction G est donnée sous forme de tableau (Tableau 10).

-B. Modèle 2

On a pour les rabattements et le débit au puits :

$$s = s_p A (\tau / \delta_2, \varphi)$$

$$Q(t) = 2\pi T s_p G (\tau / \delta_2)$$

pour A et G voir tableaux 10 et 5 courbe planche 4

-C. Si S' est négligeable

On a sans restriction sur le temps ($S' \neq 0$)

$$s = s_p Z (\tau, \rho, r_p/B)$$

$$Q = 2\pi T s_p G (\tau, r_p/B)$$

2.2.2. Les puits incomplets

En reprenant les notations de la figure présentée, paragraphe 2.1.1.2., on a pour la dépression $s(r, z, t)$ (appelée s ci-après) dans un piézomètre ponctuel de profondeur z et situé à une distance r du puits imparfait (caractérisé par d et l) :

-A. Une solution générale

$$s = \left(\frac{Q}{4\pi K_r b} \right) \left\{ W(u, r/B) + f(u, r/b, r/B, d/b, l/b, z/b) \right\}$$

avec :

$$u = \frac{r^2 S}{4 K_r b t} \quad \text{et} \quad B^2 = K_r b / (K' b')$$

$$f = \left[2b / \pi(1-d) \right] \sum_{n=1}^{\infty} (1/n) \left[\sin(n\pi l/b) - \sin(n\pi d/b) \right] \\ \times \cos(n\pi z/b) W \left[u, \sqrt{(r/B)^2 + (K_z/K_r) (n\pi r/b)^2} \right]$$

pour W voir tableau 2.

-B. Une solution approchée pour les temps grands

soit pour $t > bS/2 K_z$

$$s = \left(\frac{Q}{4\pi K_r b} \right) \left\{ W(u, r/B) + f_s(u, r/b, r/B, d/b, l/b, z/b) \right\}$$

avec :

$$f_s = \left[2b / \pi(1-d) \right] \sum_{n=1}^{\infty} (1/n) \left[\sin(n\pi l/b) - \sin(n\pi d/b) \right] \\ \times \cos(n\pi z/b) K_0 \left[u, \sqrt{(r/B)^2 + (K_z/K_r) (n\pi r/b)^2} \right]$$

Pour K_0 voir tableau 1.

-C. Une solution pour les distances relativement grandes

c'est-à-dire $r > 1,5 b \sqrt{K_r/K_z}$

$$s = \frac{Q}{4\pi K_r b} W(u, r/B)$$

avec :

$$u = \frac{r^2 S}{4 K_r b t}$$

C'est la solution classique de HANTUSH. On ne voit plus l'effet de l'anisotropie et de la pénétration partielle.

Le cas des plézomètres crépinés : voir remarque finale du paragraphe 2.1.1.2. On arrive aux mêmes conclusions.

2.3. Les nappes libres

2.3.1. Milieu aquifère infini sur substratum horizontal étanche

2.3.1.1. Puits parfait

Avec les notations de la figure 1.3.1.1., on a :

$$s = H_0 - h = \frac{Q}{2\pi K H_0} V(\tau, \rho) \times (1 + C f)$$

avec :

$$\tau = \frac{K t}{\omega H_0} \quad ; \quad \rho = \frac{r}{H_0}$$

et à condition que :

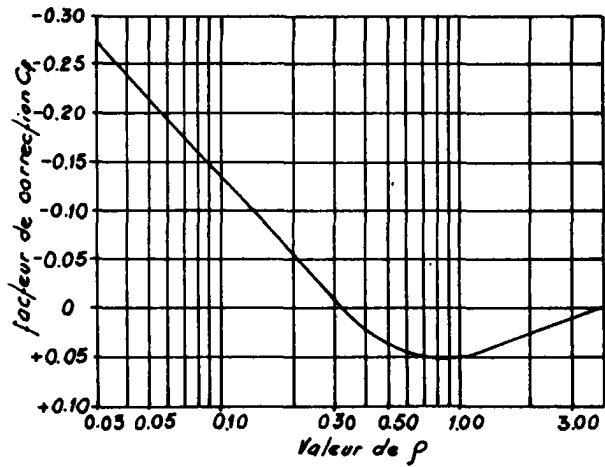
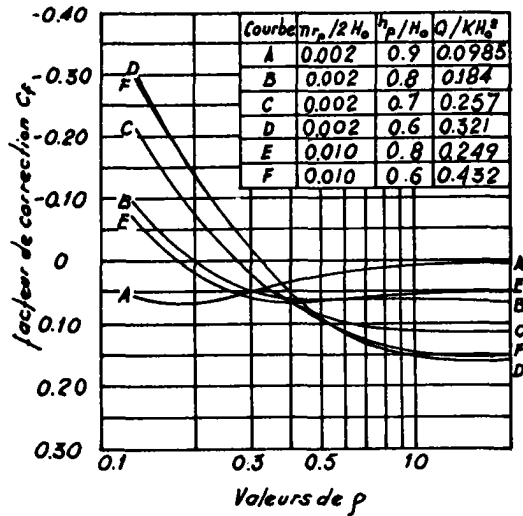
$$h - h_p < 0,5 H_0$$

Les variations de la fonction V sont données tableau 11 et planche 5 (graphique bilogarithmique)

C f : facteur correctif

nul pour : $0,05 < t < 5$

donné par les graphiques ci-après pour $\tau < 0,05$ et $\tau > 5$



Remarque

Si le milieu est anisotrope ($K_r \neq K_z$) la solution est la suivante :

$$s = \frac{Q}{2\pi K_r H_0} V(\tau', \rho') \cdot (1 + Cf)$$

avec :

$$\tau' = \frac{K_z t}{\omega H_0} \text{ et } \rho' = \frac{r}{H_0} \sqrt{K_z/K_r}$$

Quelques cas particuliers

-A. Rabattement au puits

1°) pour $\tau < 0,05$

$$s = H_0 - h_p = \frac{Q}{2\pi t_0} \times V(\tau, \rho_p) \times (1 + Cf)$$

avec :

$$\rho_p = \frac{r_p}{H_0}, \text{ Cf (voir figure)}$$

2°) pour $0,05 < \tau < 5$

$$s = H_0 - h_p = \frac{Q}{2\pi T_0} (m + \text{Log} \frac{H_0}{r_p})$$

avec $m(\tau)$ donné par le tableau ci-dessous

τ	5,0	1,0	0,2	0,05
m	1,288	0,512	0,087	-0,043

3°) pour $\tau > 5$

$$H_o^2 - h_p^2 = \frac{Q}{\pi K} \text{Log} (1,5 \sqrt{\tau/\rho_p})$$

-B. Rabattement dans les piézomètres

1°) $r > 1,5 H_o$

$$s = (H_o - h) = \frac{Q}{2 \pi T_o} V(\tau, \rho) (1 + Cf)$$

2°) $r < 1,5 H_o$

$$\text{si } (H_o - h_p) < 0,5 H_o \text{ et } t > \frac{30 r_p^2 s}{T_o}$$

$$H_o^2 - h_z^2 = \frac{Q}{2 \pi K} W(u) = 2 H_o s (1 - \frac{s}{2 H_o})$$

$W(u)$ fonction de puits voir paragraphe 2.1.1.1.

si $\frac{s}{H_o} < 0,02$ on retrouve l'équation de THEIS

Pour calculer la cote de la surface piézométrique h à partir de l'observation d'une charge moyenne $\bar{h}$ observée sur un piézomètre complet on peut écrire :

$$2 h \bar{h} - h^2 = \frac{Q}{2 \pi K} W(u)$$

2.3.1.2. Puits incomplet

Lorsque les rabattements sont faibles par rapport à l'épaisseur mouillée statique (H_o), on peut appliquer les solutions présentées pour les nappes captives (voir paragraphe 2.1.1.2.) à condition de remplacer s , b , u , et B respectivement par $s - s^2/2 H_o$, H_o , u et B , sauf dans le cas des temps petits (paragraphe 2.1.1.2. C) où il faut utiliser $s - s^2/2 l$

2.3.2. Milieu infini sur substratum incliné et non étanche (drainance)

2.3.2.1. Puits parfait

Avec les notations de la figure 1.3.2. on a :

$$H_o^2 - \bar{h}^2 = 2 h_o s (1 - \frac{s}{2 H_o}) = \frac{Q}{2 \pi K} \exp. \left(- \frac{r}{\beta} \cos \theta \right) W(u, \propto r)$$

solution valable pour :

$$1 < 0,02 ; H_o - h_p = s_p < 0,5 H_o ; t > \frac{30 r_p^2}{\gamma} \left[1 - (10 \propto r_p)^2 \right]$$

$$\propto r_p < 0,1$$

avec :

i : pente du substratum

θ : angle polaire par rapport à la ligne de plus forte pente

$\bar{b}$: hauteur mouillée moyenne. On peut prendre par exemple :

$$\bar{b} = \frac{1}{2} (H_o + h_p)$$

$$\beta = \frac{2 \bar{b}}{i}$$

$$\gamma = \frac{K \bar{b}}{\omega}$$

$$B^2 = \frac{K \bar{b}}{K'} b'$$

$$u = \frac{r^2}{4 \gamma t}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{B^2}$$

Pour la fonction W voir tableau 2.

2.3.2.2. Puits à pénétration partielle

Tant que l'on a des rabattements faibles par rapport à la tranche mouillée initiale on peut utiliser les solutions présentées au paragraphe 2.2.2. à condition de remplacer s , b , u , B respectivement par $s - s^2/2 H_o$, H_o , u et B .

2.3.3. Cas dérivés du précédent

2.3.3.1. Substratum horizontal, non étanche

En faisant $\frac{1}{\beta} = 0$, on obtient :

$$H_o - \bar{h}^2 = 2 H_o s \left(1 - \frac{s}{2 H_o} \right) = \frac{Q}{2 \pi K} W(u, \alpha r)$$

2.3.3.2. Substratum incliné, étanche

En faisant $\frac{1}{\beta} = 0 \rightarrow \alpha = \frac{1}{\beta}$, on obtient :

$$H_o - \bar{h}^2 = 2 H_o s \left(1 - \frac{s}{2 H_o} \right) = \frac{Q}{2 \pi K} \exp \left(- \frac{r}{\beta} \cos \theta \right) . W(u, \frac{t}{\beta})$$

2.3.4. Milieu aquifère semi-infini limité par un plan d'eau à niveau constant

En appliquant la méthode des images et avec les notations et systèmes de coordon-

nées déjà présentes, par 2.1.2. on obtient :

- Puits dans une nappe libre sur substratum étanche horizontal

$$H_o - \bar{h}^2 = \frac{Q}{2\pi K} \left\{ W(u_1) - W(u_2) \right\}$$

soit

$$H_o^2 - \bar{h}^2 = \frac{Q}{2\pi K} \Phi(u'_1, \frac{x_1}{d})$$

(voir fonction Φ tableau 7 et planche 3)

- Puits dans une nappe libre sur substratum non étanche incliné

(vers le haut et dans la direction des $x > 0$)

$$H_o - \bar{h}^2 = \frac{Q}{2\pi K} \exp. \left[-(x - x_o)/\beta \right] \left[W(u, \infty r) - W(u_1, \infty r_1) \right]$$

(si substratum incliné vers le bas β est < 0)

2.3.5. Milieu aquifère semi-infini limité par une barrière étanche

- si le substratum de la nappe est horizontal, la méthode des images s'applique et on a :

$$H_o - \bar{h}^2 = \frac{Q}{2\pi K} \left\{ W(u_1) + W(u_2) \right\}$$

soit :

$$H_o^2 - \bar{h}^2 = \frac{Q}{2\pi K} \Phi'(u'_1, \frac{x_1}{d}) \quad (\text{voir tableau 7, planche 3})$$

- si le substratum est incliné la méthode des images ne s'applique pas : on ne connaît pas actuellement de solutions au problème.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- (1) J. BEAR, D. ZALAVSKY, S. IRMAY

Physical principles of water percolation and seepage
UNESCO, Arid zones research - XXIX

- (2) P. CHAUMET, A. HOUPEURT

Cours de production - Tome III - Ecoulement monophasique des fluides
dans les milieux poreux
TECHNIP 1965

- (3) M.E. HARR

Groundwater and seepage
Mc GRAW-Hill 1962

- (4) M.S. HANTUSH

Hydraulics of wells, in : Advances in Hydrosience - Tome I
VEN TE CHOW (New York 1964) - Traduction B.R.G.M. - DS 67 A 119
(MINOUX - BERKALOFF)

- (5) A. HOUPEURT

Eléments de mecanique des fluides dans les milieux poreux
TECHNIP 1958

- (6) R. IFFLY

Solutions numériques des problèmes d'écoulement monophasique en milieu
poreux
TECHNIP 1964

- (7) M. MUSKAT

The flow of homogeneous fluids through porous media
J.W. EDWARDS, Inc, 1946

- (8) P.Y. POLUBARINOVA-KOCHINA

Theory of ground water movement
traduit par J.M. R. de WIEST PRINCETON UNIVERSITY PRESS 1962

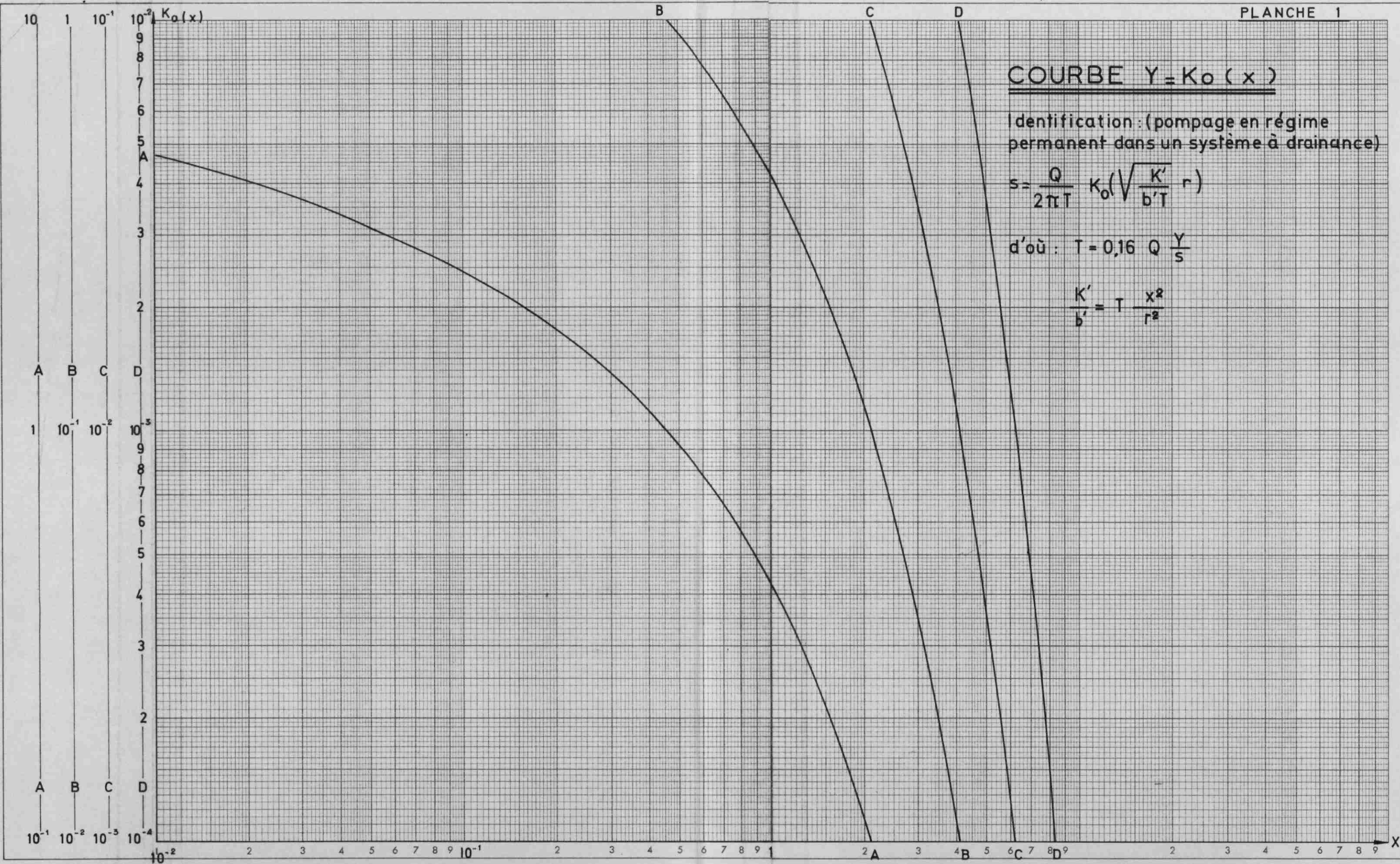
COURBE $Y = K_0(x)$

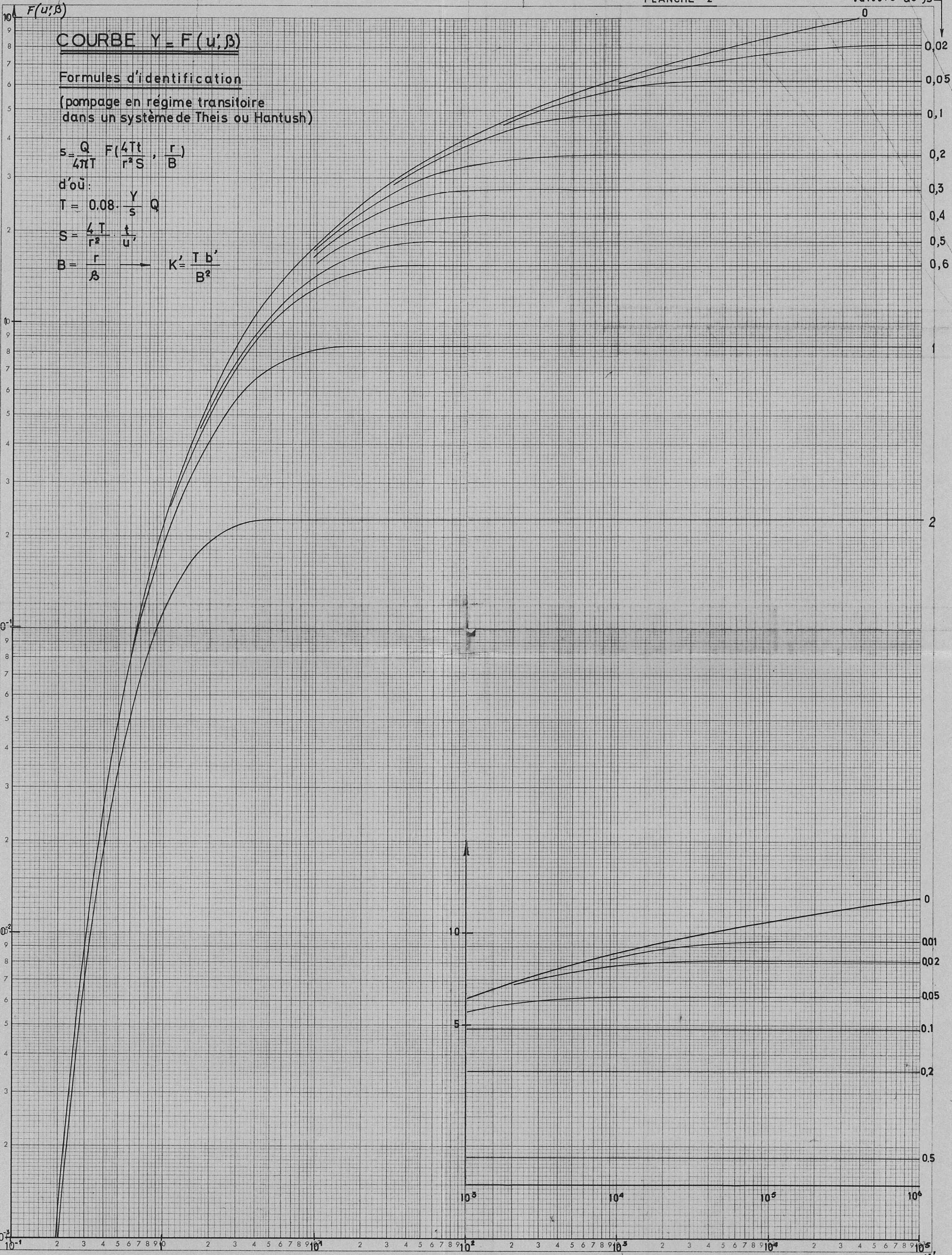
Identification : (pompage en régime permanent dans un système à drainance)

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0\left(\sqrt{\frac{K'}{b'T}} r\right)$$

d'où : $T = 0,16 Q \frac{Y}{s}$

$$\frac{K'}{b'} = T \frac{x^2}{r^2}$$





COURBES $Y = \Phi \left(u', \frac{r}{d} \right)$ et $Y = \Phi' \left(u', \frac{r}{d} \right)$

Formules d'identification

(pompage en régime transitoire en milieu semi infini, piézomètre selon un axe perpendiculaire à la limite, voir schéma.)

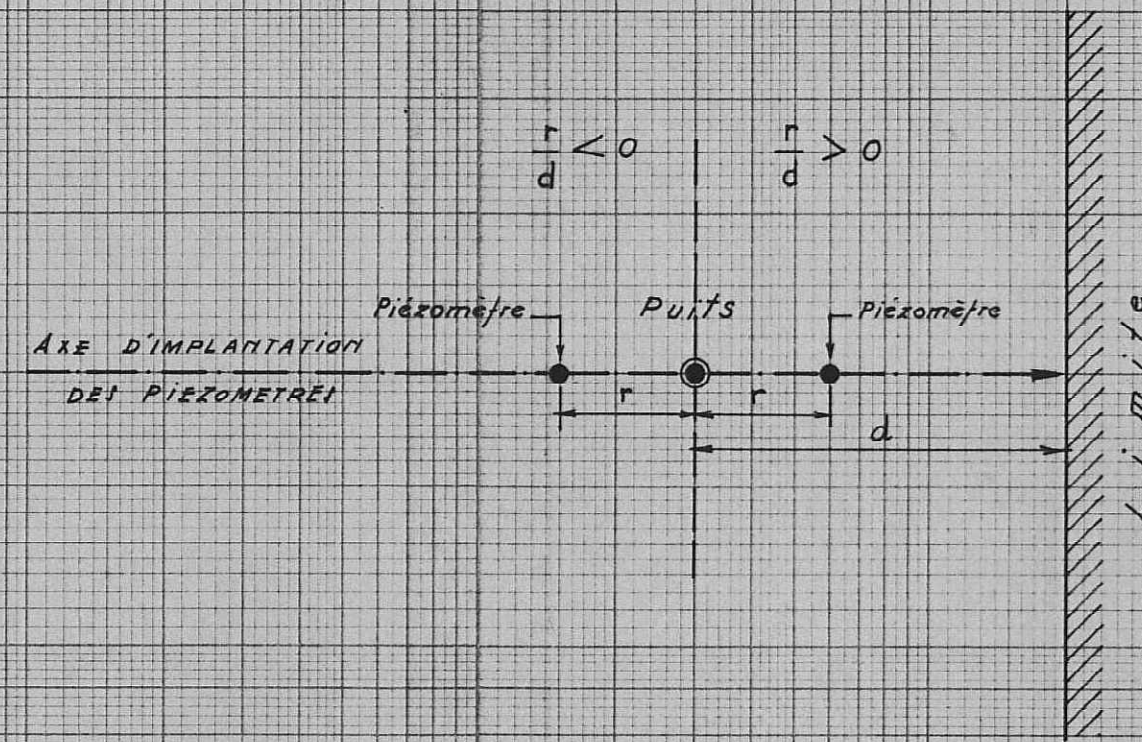
$$s = \frac{Q}{4\pi T} \Phi \left(\frac{4Tt}{r^2 S}, \frac{r}{d} \right) \quad \text{si limite à charge constante}$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \Phi' \left(\frac{4Tt}{r^2 S}, \frac{r}{d} \right) \quad \text{si limite étanche}$$

d'où:

$$T = 0,08 \frac{Y}{s}$$

$$S = \frac{4T}{r^2} \frac{t}{u}$$


 Valeurs de $\frac{r}{d}$

Positives

Négatives

0.828	4.8
0.667	2
0.5	1
0.333	0.5
0.182	0.222
0.095	0.105
0.0595	0.0408
0.0393	0.0204
0.025	0.0102
0.015	0.0051
0.008	0.0025
0.004	0.0012
0.002	0.0006
0.001	0.0003
0.0005	0.0001

THEIS

 $\Phi' \text{ (limite étanche)}$
 $\Phi \text{ (limite à charge constante)}$

$\frac{u}{u_s}$	$\frac{r'}{r}$
2500	50
100	20
100	10
25	5
9	3
4	2
2	1.414

COURBE $Y = G(r, o)$

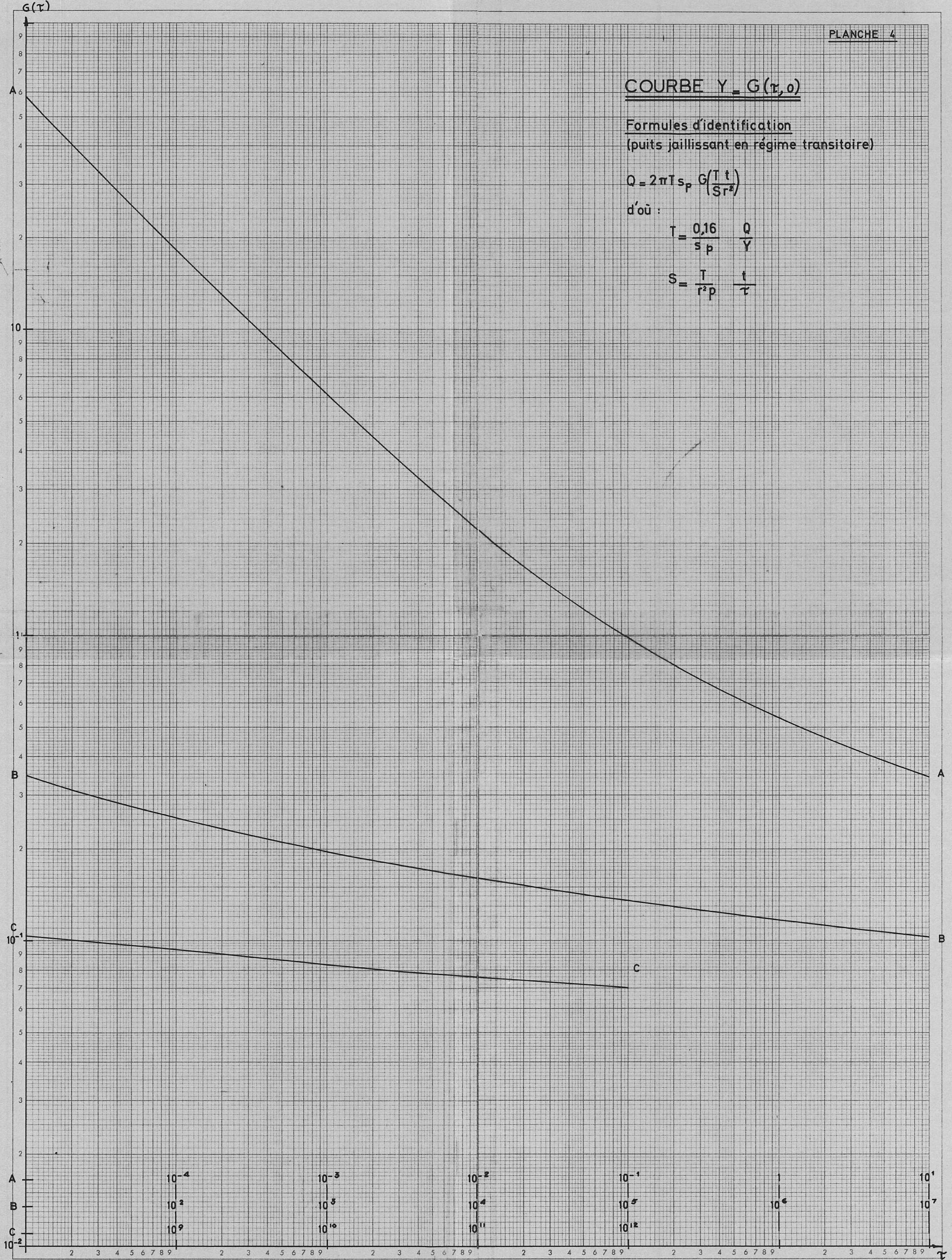
Formules d'identification
(puits jaillissant en régime transitoire)

$$Q = 2\pi T s_p G\left(\frac{T t}{S r^2}\right)$$

d'où :

$$T = \frac{0,16}{s_p} \frac{Q}{Y}$$

$$S = \frac{T}{r^2 p} \frac{t}{\tau}$$



ANNEXES (Hors texte)

Tableaux	Planches	Fonctions représentées
1	1	$K_0(x)$
2	2	$W(u, \beta)$ et $F(u', \beta)$
3		$S(\tau, \rho)$
4		$A(\tau, \rho)$
5		$M(u, \beta)$
6	3	$\phi(u'_1, x_1/d)$ et $\phi'(u'_1, x_1/d)$
7		$\psi_2(u)$
8		$H(u, \beta)$
9	4	$G(\tau, \beta)$
10		$V(\tau, \beta)$

TABLEAU 1

Valeurs de $K_0(x)$, fonction de BESSEL modifiée de deuxième espèce d'ordre 0
pour les valeurs de x comprises dans l'intervalle $10^{-3} \leq x \leq 7$

x/N	$N = 10^{-3}$	$N = 10^{-2}$	$N = 10^{-1}$	$N = 1$
1.0	7.0237	4.7212	2.4271	0.4210
1.1	6.9284	4.6260	2.3333	.3656
1.2	6.8414	4.5390	2.2479	.3185
1.3	6.7613	4.4590	2.1695	.2782
1.4	6.6872	4.3849	2.0972	.2437
1.5	6.6182	4.3159	2.0300	.2138
1.6	6.5537	4.2514	1.9674	.1880
1.7	6.4931	4.1908	1.9088	.1655
1.8	6.4359	4.1337	1.8537	.1459
1.9	6.3818	4.0797	1.8018	.1288
2.0	6.3305	4.0285	1.7527	.1139
2.1	6.2818	3.9797	1.7062	.1008
2.2	6.2352	3.9332	1.6620	.0893
2.3	6.1908	3.8888	1.6199	.0791
2.4	6.1482	3.8463	1.5798	.0702
2.5	6.1074	3.8056	1.5415	.0623
2.6	6.0682	3.7664	1.5048	.0554
2.7	6.0304	3.7287	1.4697	.0493
2.8	5.9941	3.6924	1.4360	.0438
2.9	5.9590	3.6574	1.4036	.0390
3.0	5.9251	3.6235	1.3725	.0347
3.1	5.8923	3.5908	1.3425	.0310
3.2	5.8606	3.5591	1.3136	.0276
3.3	5.8298	3.5284	1.2857	.0246
3.4	5.7999	3.4986	1.2587	.0220
3.5	5.7709	3.4697	1.2327	.0196
3.6	5.7428	3.4416	1.2075	.0175
3.7	5.7154	3.4143	1.1832	.0156
3.8	5.6887	3.3877	1.1596	.0140
3.9	5.6627	3.3618	1.1367	.0125
4.0	5.6374	3.3365	1.1145	.0112
4.1	5.6127	3.3119	1.0930	.0100
4.2	5.5886	3.2879	1.0721	.0089
4.3	5.5651	3.2645	1.0518	.0080
4.4	5.5421	3.2415	1.0321	.0071
4.5	5.5196	3.2192	1.0129	.0064
4.6	5.4977	3.1973	0.9943	.0057
4.7	5.4762	3.1758	.9761	.0051
4.8	5.4551	3.1549	.9584	.0046
4.9	5.4345	3.1343	.9412	.0041
5.0	5.4143	3.1142	.9244	.0037
5.1	5.3945	3.0945	.9081	
5.2	5.3751	3.0752	.8921	
5.3	5.3560	3.0562	.8766	
5.4	5.3373	3.0376	.8614	
5.5	5.3190	3.0195	.8466	
5.6	5.3010	3.0015	.8321	
5.7	5.2833	2.9839	.8180	
5.8	5.2659	2.9666	.8042	
5.9	5.2488	2.9496	.7907	

TABLEAU 1

Valeurs de $K_0(x)$ (suite)

x/N	$N = 10^{-3}$	$N = 10^{-2}$	$N = 10^{-1}$	$N = 1$
6.0	5.2320	2.9329	.7775	.0012
6.1	5.2155	2.9165	.7646	
6.2	5.1992	2.9003	.7520	
6.3	5.1832	2.8844	.7397	
6.4	5.1675	2.8688	.7277	
6.5	5.1520	2.8534	.7159	
6.6	5.1367	2.8382	.7043	
6.7	5.1216	2.8233	.6930	
6.8	5.1068	2.8086	.6820	
6.9	5.0922	2.7941	.6711	
7.0	5.0779	2.7798	.6605	.0004
7.1	5.0637	2.7657	.6501	
7.2	5.0497	2.7519	.6399	
7.3	5.0359	2.7382	.6300	
7.4	5.0223	2.7247	.6202	
7.5	5.0089	2.7114	.6106	
7.6	4.9956	2.6983	.6012	
7.7	4.9876	2.6853	.5920	
7.8	4.9697	2.6726	.5829	
7.9	4.4569	2.6599	.5740	
8.0	4.9443	2.6475	.5653	
8.1	4.9319	2.6352	.5568	
8.2	4.9197	2.6231	.5484	
8.3	4.9075	2.6111	.5402	
8.4	4.8956	2.5992	.5321	
8.5	4.8837	2.5875	.5242	
8.6	4.8720	2.5759	.5165	
8.7	4.8605	2.5645	.5088	
8.8	4.8491	2.5532	.5013	
8.9	4.8378	2.5421	.4940	
9.0	4.8266	2.5310	.4867	
9.1	4.8155	2.5201	.4796	
9.2	4.8046	2.5093	.4727	
9.3	4.7938	2.4986	.4658	
9.4	4.7831	2.4881	.4591	
9.5	4.7725	2.4776	.4524	
9.6	4.7621	2.4673	.4459	
9.7	4.7517	2.4571	.4396	
9.8	4.7414	2.4470	.4333	
9.9	4.7313	2.4370	.4271	

Formules d'approximations

Pour $x < 5.10^{-2}$

$$K_0(x) \neq \text{Log} (1,12/x)$$

Pour $x \geq 5$

$$K_0(x) \neq \sqrt{\pi/2 x} (1 - 1/8 x) \exp (-x)$$

TABLEAU 2 - VALEURS DES FONCTIONS

$$W(u, \beta) = \int_u^{\infty} (1/y) \exp(-y - \beta^{1/4} y) dy \text{ et } F(u', \beta) = W(1/u, \beta)$$

$u = 1/u$	β	0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.01
0	0	00	14.0474	12.6611	11.8502	11.2748	10.8286	10.4640	10.1557	9.8887	9.6532	9.4425
10^6	.000001	13.2383	13.0031	12.4417	11.8153	11.2711	10.8283	10.4640	10.1557	9.8887		
5 (5) *	.000002	12.5451	12.1013	11.6716	11.2259	10.8174	10.4619	10.1554	9.8886		9.6532	
	.000003	12.1397	12.0581	11.8322	11.5098	11.1462	10.7849	10.4509	10.1523	9.8879	9.6530	9.4425
2.5 (5)	.000004	11.8520	11.7905	11.6168	11.3597	11.0555	10.7374	10.4291	10.1436	9.8849	9.6521	9.4422
2. (5)	.000005	11.6289	11.5795	11.4384	11.2248	10.9642	10.6822	10.3993	10.1290	9.8786	9.6496	9.4413
	.000006	11.4465	11.4053	11.2866	11.1040	10.8764	10.6240	10.3640	10.1094	9.8686	9.6450	9.4394
	.000007	11.2924	11.2570	11.1545	10.9951	10.7933	10.5652	10.3255	10.0862	9.8555	9.6382	9.4361
	.000008	11.1589	11.1279	11.0377	10.8962	10.7151	10.5072	10.2854	10.0602	9.8398	9.6292	9.4313
	.000009	11.0411	11.0135	10.9330	10.8059	10.6416	10.4508	10.2446	10.0324	9.8219	9.6182	9.4251
10^5	.00001	10.9357	10.9109	10.8382	10.7228	10.5725	10.3963	10.2038	10.0034	9.8024	9.6059	9.4176
5 (4)	.00002	10.2426	10.2301	10.1932	10.1332	10.0522	9.9530	9.8366	9.7126	9.5781	9.4383	9.2961
	.00003	9.8371	9.8288	9.8041	9.7635	9.7081	9.6392	9.5583	9.4671	9.3674	9.2611	9.1499
2.5 (4)	.00004	9.5495	9.5432	9.5246	9.4940	9.4520	9.3992	9.3366	9.2653	9.1863	9.1009	9.0102
2. (4)	.00005	9.3263	9.3213	9.3064	9.2818	9.2480	9.2052	9.1542	9.0957	9.0304	8.9591	8.8827
	.00006	9.1440	9.1398	9.1274	9.1069	9.0785	9.0426	8.9996	8.9500	8.8943	8.8332	8.7673
	.00007	8.9899	8.9863	8.9756	8.9580	8.9336	8.9027	8.8654	8.8224	8.7739	8.7204	8.6625
	.00008	8.8563	8.8532	8.8439	8.8284	8.8070	8.7798	8.7470	8.7090	8.6661	8.6186	8.5669
	.00009	8.7386	8.7358	8.7275	8.7138	8.6947	8.6703	8.6411	8.6071	8.5686	8.5258	8.4792
10^4	.0001	8.6332	8.6308	8.6233	8.6109	8.5937	8.5717	8.5453	8.5145	8.4796	8.4407	8.3983
5 (3)	.0002	7.9402	7.9390	7.9352	7.9290	7.9203	7.9092	7.8958	7.8800	7.8619	7.8416	7.8192
	.0003	7.5348	7.5340	7.5315	7.5274	7.5216	7.5141	7.5051	7.4945	7.4823	7.4686	7.4534
2.5 (3)	.0004	7.2472	7.2466	7.2447	7.2416	7.2373	7.2317	7.2249	7.2169	7.2078	7.1974	7.1859
2. (3)	.0005	7.0242	7.0237	7.0222	7.0197	7.0163	7.0118	7.0063	6.9999	6.9926	6.9843	6.9750
	.0006	6.8420	6.8416	6.8403	6.8383	6.8353	6.8316	6.8271	6.8218	6.8156	6.8086	6.8009
	.0007	6.6879	6.6876	6.6865	6.6848	6.6823	6.6790	6.6752	6.6706	6.6653	6.6594	6.6527
	.0008	6.5545	6.5542	6.5532	6.5517	6.5495	6.5467	6.5433	6.5393	6.5347	6.5295	6.5237
	.0009	6.4368	6.4365	6.4357	6.4344	6.4324	6.4299	6.4269	6.4233	6.4192	6.4146	6.4094
10^3	.001	6.3315	6.3313	6.3305	6.3293	6.3276	6.3253	6.3226	6.3194	6.3157	6.3115	6.3069
5 (2)	.002	5.6394	5.6393	5.6389	5.6383	5.6374	5.6363	5.6350	5.6334	5.6315	5.6294	5.6271
	.003	5.2349	5.2348	5.2346	5.2342	5.2336	5.2329	5.2320	5.2310	5.2297	5.2283	5.2267
2.5 (2)	.004	4.9482	4.9482	4.9480	4.9477	4.9472	4.9467	4.9460	4.9453	4.9443	4.9433	4.9421
2. (2)	.005	4.7261	4.7260	4.7259	4.7256	4.7253	4.7249	4.7244	4.7237	4.7230	4.7222	4.7212
	.006	4.5448	4.5448	4.5447	4.5444	4.5441	4.5438	4.5433	4.5428	4.5422	4.5415	4.5407
	.007	4.3916	4.3916	4.3915	4.3913	4.3910	4.3908	4.3904	4.3899	4.3894	4.3888	4.3882
	.008	4.2591	4.2590	4.2590	4.2588	4.2586	4.2583	4.2580	4.2576	4.2572	4.2567	4.2561
	.009	4.1423	4.1423	4.1422	4.1420	4.1418	4.1416	4.1413	4.1410	4.1406	4.1401	4.1396
10^2	.01	4.0379	4.0379	4.0378	4.0377	4.0375	4.0373	4.0371	4.0368	4.0364	4.0360	4.0356
5	.02	3.3547	3.3547	3.3547	3.3546	3.3545	3.3544	3.3543	3.3542	3.3540	3.3538	3.3536
	.03	2.9591	2.9591	2.9591	2.9590	2.9590	2.9589	2.9589	2.9588	2.9587	2.9585	2.9584
2.5	.04	2.6813	2.6812	2.6812	2.6812	2.6812	2.6811	2.6810	2.6810	2.6809	2.6808	2.6807
2	.05	2.4679	2.4679	2.4679	2.4679	2.4678	2.4678	2.4678	2.4677	2.4676	2.4676	2.4675
	.06	2.2953	2.2953	2.2953	2.2953	2.2952	2.2952	2.2952	2.2952	2.2951	2.2950	2.2950
	.07	2.1508	2.1508	2.1508	2.1508	2.1508	2.1508	2.1507	2.1507	2.1507	2.1506	2.1506
	.08	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269	2.0269	2.0268	2.0268	2.0268	2.0268	2.0268	2.0267
	.09	1.9187	1.9187	1.9187	1.9187	1.9187	1.9187	1.9187	1.9186	1.9186	1.9186	1.9185
10	.1	1.8229	1.8229	1.8229	1.8229	1.8229	1.8229	1.8229	1.8228	1.8228	1.8228	1.8227
5	.2	1.2227	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226	1.2226
	.3	0.9057	0.9057	0.9057	0.9057	0.9057	0.9057	0.9057	0.9057	0.9056	0.9056	0.9056
2.5	.4	7024	7024	7024	7024	7024	7024	7024	7024	7024	7024	7024
2.	.5	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598	5598
	.6	4544	4544	4544	4544	4544	4544	4544	4544	4544	4544	4544
	.7	3738	3738	3738	3738	3738	3738	3738	3738	3738	3738	3738
	.8	3106	3106	3106	3106	3106	3106	3106	3106	3106	3106	3106
	.9	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602	2602
1.	1.0	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194
.5	2.0	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489
	3.0	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
.25	4.0	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38
.2	5.0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
	6.0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	7.0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
125	8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

* Les chiffres entre parenthèses indiquent la puissance de 10

TABLEAU 2 (suite).

$u' = 1/\beta$	u	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0
∞	0	4.8541	4.0601	3.5054	3.0830	2.7449	2.4654	2.2291	2.0258	1.8488	1.6931	1.5550	1.4317	1.3210	1.2212	1.1307	1.0485	0.9735	0.9049	0.8420
10^4	.0001																			
5 (3)	.0002																			
	.0003	4.8541																		
2.5 (3)	.0004	4.8539																		
2 (3)	.0005	4.8530																		
	.0006	4.8510	4.0601																	
	.0007	4.8478	4.0600																	
	.0008	4.8430	4.0599																	
	.0009	4.8368	4.0598																	
10^3	.001	4.8292	4.0595	3.5054																
5 (	.002	4.7079	4.0435	3.5043	3.0830	2.7449														
	.003	4.5622	4.0092	3.4969	3.0821	2.7448														
2.5 (	.004	4.4230	3.9551	3.4806	3.0788	2.7444	2.4654	2.2291												
2 (	.005	4.2960	3.8821	3.4567	3.0719	2.7428	2.4651	2.2290												
	.006	4.1812	3.8384	3.4274	3.0614	2.7398	2.4644	2.2289	2.0258											
	.007	4.0771	3.7529	3.3947	3.0476	2.7350	2.4630	2.2286	2.0257											
	.008	3.9872	3.6903	3.3598	3.0311	2.7284	2.4608	2.2279	2.0256	1.8488										
	.009	3.8952	3.6302	3.3239	3.0126	2.7202	2.4576	2.2269	2.0253	1.8487										
10^2	.01	3.8150	3.5725	3.2675	2.9925	2.7104	2.4534	2.2253	2.0246	1.8486	1.6931	1.5550	1.4317	1.3210	1.2212	1.1307	1.0485			
5 (1)	.02	3.2442	3.1158	2.9521	2.7658	2.5688	2.3713	2.1809	2.0023	1.8379	1.6883	1.5530	1.4309	1.3207	1.2210	1.1306	1.0484	0.9735	0.9049	
	.03	2.6873	2.6017	2.4896	2.3571	2.2100	2.0576	1.9151	1.8042	1.6695	1.5423	1.4251	1.3177	1.2195	1.1299	1.0481				
2.5 (1)	.04	2.4286	2.3655	2.4816	2.3802	2.2661	2.1431	2.0155	1.8869	1.7603	1.6379	1.5213	1.4117	1.3094	1.2146	1.1270	1.0465	9733	9048	
2 (1)	.05	2.4271	2.3776	2.3110	2.2299	2.1371	2.0356	1.9283	1.8181	1.7075	1.5985	1.4927	1.3914	1.2955	1.2052	1.1210	1.0426	9700	9029	8409
	.06	2.2627	2.2218	2.1673	2.1002	2.0227	1.9369	1.8452	1.7497	1.6524	1.5551	1.4593	1.3663	1.2770	1.1919	1.1116	1.0362	9657	9001	8391
	.07	2.1211	2.0894	2.0435	1.9867	1.9206	1.8469	1.7673	1.6835	1.5973	1.5101	1.4232	1.3380	1.2551	1.1754	1.0993	1.0272	9593	8956	8360
	.08	2.0034	1.9745	1.9351	1.8861	1.8290	1.7646	1.6947	1.6206	1.5436	1.4650	1.3860	1.3078	1.2310	1.1564	1.0847	1.0161	9510	8895	8316
	.09	1.8981	1.8732	1.8389	1.7961	1.7460	1.6892	1.6272	1.5609	1.4918	1.4206	1.3486	1.2766	1.2054	1.1358	1.0682	1.0032	9411	8819	8259
10	.1	1.8050	1.7829	1.7527	1.7149	1.6704	1.6198	1.5644	1.5048	1.4422	1.3774	1.3115	1.2451	1.1791	1.1140	1.0505	0.9890	0.9297	0.8730	0.8190
5	.2	1.2155	1.2064	1.1944	1.1789	1.1602	1.1387	1.1145	1.0879	1.0592	1.0286	0.9964	0.9629	0.9284	0.8932	0.8575	0.8216	7857	7501	7148
	.3	0.9018	0.8969	0.8902	0.8817	0.8713	0.8593	0.8457	0.8306	0.8142	0.7964	7775	7577	7369	7154	6932	6706	6476	6244	6010
2.5	.4	7000	6969	6927	6874	6809	6733	6647	6551	6446	6332	6209	6080	5943	5801	5653	5501	5345	5186	5024
2	.5	5581	5561	5532	5496	5453	5402	5344	5278	5206	5128	5044	4955	4860	4761	4658	4550	4440	4326	4210
	.6	4532	4518	4498	4472	4441	4405	4364	4317	4266	4210	4150	4086	4018	3946	3871	3793	3712	3629	3543
	.7	3729	3719	3704	3685	3663	3636	3606	3572	3534	3493	3449	3401	3351	3297	3242	3183	3123	3060	2996
	.8	3100	3092	3081	3067	3050	3030	3008	2982	2952	2922	2889	2853	2815	2774	2732	2687	2641	2592	2543
	.9	2597	2591	2583	2572	2559	2544	2527	2507	2485	2461	2436	2408	2378	2347	2314	2280	2244	2207	2168
1.	1.0	0.2190	0.2186	0.2179	0.2171	0.2161	0.2149	0.2135	0.2120	0.2103	0.2085	0.2065	0.2043	0.2020	0.1995	0.1970	0.1943	0.1914	0.1885	0.1855
.5	2.0	488	488	487	486	485	484	482	480	477	473	473	470	467	463	460	456	452	448	444
	3.0	130	130	130	130	130	130	129	129	128	127	127	127	126	125	125	124	123	123	122
.25	4.0	38	38	38	38	38	38	38	38	37	37	37	37	37	37	37	36	36	36	36
2	5.0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
	6.0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	7.0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
.125	8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

VI

$u' = 1/u$	$\frac{B}{u}$	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05	0.055	0.06	0.065	0.07	0.075	0.08	0.085	0.09	0.095	0.10
∞	0	9.4425	8.6319	8.0569	7.6111	7.2471	6.9394	6.6731	6.4383	6.2285	6.0388	5.8658	5.7067	5.5596	5.4228	5.2950	5.1750	5.0620	4.9553	4.8541
10 6	.000001																			
5 (5)	.000002																			
	.000003	9.4425																		
2.5 (5)	.000004	9.4422																		
2. (5)	.000005	9.4413																		
	.000006	9.4394																		
	.000007	9.4361	8.6319																	
	.000008	9.4313	8.6318																	
	.000009	9.4251	8.6316																	
10 5	.00001	9.4176	8.6313	8.0569																
5 (4)	.00002	9.2961	8.6152	8.0558	7.6111	7.2471														
	.00003	9.1499	8.5737	8.0483	7.6101	7.2470														
2.5 (4)	.00004	9.0102	8.5168	8.0320	7.6069	7.2465	6.9394	6.6731												
2. (4)	.00005	8.8827	8.4533	8.0080	7.6000	7.2450	6.9391	6.6730												
	.00006	8.7673	8.3880	7.9786	7.5894	7.2419	6.9384	6.6729	6.4383											
	.00007	8.6625	8.3233	7.9456	7.5754	7.2371	6.9370	6.6726	6.4382	6.2285										
	.00008	8.5669	8.2603	7.9105	7.5589	7.2305	6.9347	6.6719	6.4381	6.2284										
	.00009	8.4792	8.1996	7.8743	7.5402	7.2222	6.9316	6.6709	6.4378	6.2283										
10 4	.0001	8.3983	8.1414	7.8375	7.5199	7.2122	6.9273	6.6693	6.4372	6.2282	6.0388	5.8658	5.7067	5.5596	5.4228	5.2950				
5 (3)	.0002	7.8192	7.6780	7.4972	7.2898	7.0685	6.8439	6.6242	6.4143	6.2173	6.0338	5.8637	5.7059	5.5593	5.4227	5.2949	5.1750	5.0620	4.9553	
	.0003	7.4534	7.3562	7.2281	7.0759	6.9068	6.7276	6.5444	6.3623	6.1848	6.0145	5.8527	5.6999	5.5562	5.4212	5.2942	5.1747	5.0619	4.9552	4.8541
2.5 (3)	.0004	7.1859	7.1119	7.0128	6.8929	6.7567	6.6088	6.4538	6.2955	6.1373	5.9818	5.8309	5.6860	5.5476	5.4160	5.2912	5.1730	5.0610	4.9547	4.8539
2. (3)	.0005	6.9750	6.9152	6.8346	6.7357	6.6219	6.4964	6.3626	6.2236	6.0821	5.9406	5.8011	5.6648	5.5330	5.4062	5.2848	5.1689	5.0585	4.9532	4.8530
	.0006	6.8009	6.7508	6.6828	6.5988	6.5011	6.3923	6.2748	6.1512	6.0239	5.8948	5.7658	5.6383	5.5134	5.3921	5.2749	5.1621	5.0539	4.9502	4.8510
	.0007	6.6527	6.6096	6.5508	6.4777	6.3923	6.2962	6.1917	6.0807	5.9652	5.8468	5.7274	5.6081	5.4902	5.3745	5.2618	5.1526	5.0471	4.9454	4.8478
	.0008	6.5237	6.4858	6.4340	6.3695	6.2935	6.2076	6.1136	6.0129	5.9073	5.7982	5.6873	5.5755	5.4642	5.3542	5.2461	5.1406	5.0381	4.9388	4.8430
	.0009	6.4094	6.3757	6.3294	6.2716	6.2032	6.1256	6.0401	5.9481	5.8509	5.7500	5.6465	5.5416	5.4364	5.3317	5.2282	5.1266	5.0272	4.9306	4.8368
10 3	.001	6.3069	6.2765	6.2347	6.1823	6.1202	6.0494	5.9711	5.8864	5.7965	5.7026	5.6058	5.5071	5.4075	5.3078	5.2087	5.1109	5.0133	4.9208	4.8292
5 (2)	.002	5.6271	5.6118	5.5907	5.5638	5.5314	5.4939	5.4516	5.4047	5.3538	5.2991	5.2411	5.1803	5.1170	5.0517	4.9848	4.9166	4.8475	4.7778	4.7079
	.003	5.2267	5.2166	5.2025	5.1845	5.1627	5.1373	5.1084	5.0762	5.0408	5.0025	4.9615	4.9180	4.8722	4.8243	4.7746	4.7234	4.6707	4.6169	4.5622
2.5 (2)	.004	4.9421	4.9345	4.9240	4.9105	4.8941	4.8749	4.8530	4.8286	4.8016	4.7722	4.7406	4.7068	4.6710	4.6335	4.5942	4.5533	4.5111	4.4676	4.4230
2. (2)	.005	4.7212	4.7152	4.7068	4.6960	4.6829	4.6675	4.6499	4.6402	4.6084	4.5846	4.5590	4.5314	4.5022	4.4713	4.4389	4.4050	4.3699	4.3335	4.2960
	.006	4.5407	4.5357	4.5287	4.5197	4.5088	4.4960	4.4814	4.4649	4.4467	4.4267	4.4051	4.3819	4.3573	4.3311	4.3036	4.2747	4.2446	4.2134	4.1812
	.007	4.3882	4.3839	4.3779	4.3702	4.3609	4.3500	4.3374	4.3233	4.3077	4.2905	4.2719	4.2518	4.2305	4.2078	4.1839	4.1588	4.1326	4.1053	4.0771
	.008	4.2561	4.2524	4.2471	4.2404	4.2323	4.2228	4.2118	4.1994	4.1857	4.1707	4.1544	4.1368	4.1180	4.0980	4.0769	4.0547	4.0315	4.0073	3.9822
	.009	4.1396	4.1363	4.1317	4.1258	4.1186	4.1101	4.1004	4.0894	4.0772	4.0638	4.0493	4.0336	4.0269	4.0191	4.0099	3.9991	3.9802	3.9603	3.9395
10 2	.01	4.0356	4.0326	4.0285	4.0231	4.0167	4.0091	4.0003	3.9905	3.9795	3.9675	3.9544	3.9403	4.9252	3.9091	3.8920	3.8741	3.8552	3.8356	3.8150
5 (1)	.02	3.3536	3.3521	3.3502	3.3476	3.3444	3.3408	3.3365	3.3317	3.3264	3.3205	3.3141	3.3071	3.2997	3.2917	3.2832	3.2742	3.2647	3.2547	3.2442
	.03	2.9584	2.9575	2.9562	2.9545	2.9523	2.9501	2.9474	2.9444	2.9409	2.9370	2.9329	2.9284	2.9235	2.9183	2.9127	2.9069	2.9007	2.8941	2.8873
2.5 (1)	.04	2.6807	2.6800	2.6791	2.6779	2.6765	2.6747	2.6727	2.6705	2.6680	2.6652	2.6622	2.6589	2.6553	2.6515	2.6475	2.6432	2.6386	2.6338	2.6288
2. (1)	.05	2.4675	2.4670	2.4662	2.4653	2.4642	2.4628	2.4613	2.4595	2.4576	2.4554	2.4531	2.4505	2.4478	2.4448	2.4416	2.4383	2.4347	2.4310	2.4271
	.06	2.2950	2.2945	2.2940	2.2932	2.2923	2.2912	2.2900	2.2885	2.2870	2.2852	2.2833	2.2812	2.2790	2.2766	2.2740	2.2713	2.2684	2.2654	2.2622
	.07	2.1506	2.1502	2.1497	2.1491	2.1483	2.1474	2.1464	2.1452	2.1439	2.1424	2.1408	2.1391	2.1372	2.1352	2.1331	2.1308	2.1284	2.1258	2.1232
	.08	2.0267	2.0264	2.0260	2.0255	2.0248	2.0240	2.0231	2.0221	2.0210	2.0198	2.0184	2.0169	2.0153	2.0136	2.0118	2.0099	2.0078	2.0056	2.0034
	.09	1.9185	1.9183	1.9179	1.9174	1.9169	1.9162	1.9154	1.9146	1.9136	1.9125	1.9114	1.9101	1.9087	1.9072	1.9056	1.9040	1.9022	1.9003	1.8983
10	.1	1.8227	1.8225	1.8222	1.8218	1.8213	1.8207	1.8200	1.8193	1.8184	1.8175	1.8164	1.8153	1.8141	1.8128	1.8114	1.8099	1.8084	1.8067	1.8050
5	.2	1.2226	1.2225	1.2224	1.2222	1.2220	1.2218	1.2215	1.2212	1.2209	1.2205	1.2201	1.2196	1.2192	1.2186	1.2181	1.2175	1.2168	1.2162	1.2155
	.3	0.9056	0.9056	0.9055	0.9054	0.9053	0.9052	0.9050	0.9049	0.9047	0.9045	0.9043	0.9040	0.9038	0.9035	0.9032	0.9029	0.9025	0.9022	0.9018
2.5	.4	7024	7023	7023	7022	7022	7021	7020	7019	7018	7016	7015	7014	7012	7010	7008	7006	7004	7002	7000
2. (1)	.5	5598	5597	5597	5597	5596	5596	5595	5594	5594	5593	5592	5591	5590	5588	5587	5586	5584	5583	5581
	.6	4544	4544	4543	4543	4543	4542	4542	4541	4540	4540	4539	4538	4537	4536	4535	4534	4533	4532	4530
	.7	3738	3738	3737	3737	3737	3736	3736	3735	3735	3734	3734	3733	3733	3732	3732	3731	3730	3729	3727
	.8	3106	3106	3106	3106	3105	3105	3105	3105	3104	3104	3103	3103	3102	3102	3101	3101	3100	3100	3100
	.9	2602	2602	2602	2602	2601	2601	2601	2601	2600	2600	2600	2600	2599	2599	2598	2598	2597	2597	2597
1.5	1.0	0.2194	0.2194	0.2194	0.2194	0.2193	0.2193	0.2193	0.2193	0.2193	0.2193	0.2192	0.2192	0.2192	0.2191	0.2191	0.2191	0.2191	0.2190	0.2190
.5	2.0	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	489	488	488	488
	3.0	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
.25	4.0	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38	38
.2	5.0	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
	6.0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	7.0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
.125	8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLEAU 2 (fin)

$u' \approx 1/u$	β	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
10	0	0.8420	0.4276	0.2278	0.1247	0.0695	0.0392	0.0223	0.0128	0.0074	0.0025	0.0008	0.0003	0.0001
5. (1)	.01													
2.5 (1)	.02													
2. (1)	.03	0.8420												
	.04	8418												
	.05	8409												
	.06	8391												
	.07	8360	0.4276											
	.08	8316	4275											
	.09	8259	4274											
10.	.1	0.8190	0.4271	0.2278										
5.	.2	7148	4135	2268	0.1247	0.0695								
	.3	6010	3812	2211	1240	694								
2.5	.4	5024	3411	2096	1217	691	0.0392							
2.	.5	4210	3007	1944	1174	681	390	0.0223						
	.6	3543	2630	1774	1112	664	386	222	0.0128					
	.7	2996	2292	1602	1040	639	379	221	127					
	.8	2543	1994	1436	961	607	368	218	127	0.0074				
	.9	2168	1734	1281	881	572	354	213	125	73				
1.	1.0	0.1855	0.1509	0.1139	0.0803	0.0534	0.0338	0.0207	0.0123	0.0073	0.0025			
.5	2.0	444	394	335	271	210	156	112	77	51	21	0.0008	0.0003	
	3.0	122	112	100	86	71	57	45	34	25	12	6	2	
.25	4.0	36	34	31	27	24	20	16	13	10	6	3	2	0.0001
.2	5.0	11	10	10	9	8	7	6	5	4	2	1	1	0
	6.0	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	0	
	7.0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0		
.125	8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

Approximations de la fonction $W(u, \beta)$

Développement en série :

$$W(u) = -0.5772 - \log u - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u^n / n \cdot n$$

Pour $u < 0,05$

$$W(u) = -0,5772 - \log u = \log(0,562/u)$$

Relations d'équivalence

$$N(0, \beta) = 2 K_0(\beta) \quad , \quad W(u, 0) = W(u)$$

$$W(u, \beta) = 2 K_0(\beta) - W(\beta^2/4 u, \beta)$$

et

$$\begin{aligned} W(u, \beta) &\approx W(u) && \text{pour } u \geq 2\beta \\ &\approx W(u) && \text{pour } u \geq 5\beta^2 \end{aligned} \quad \text{si } \beta < 0,1$$

$$W(u, \beta) \approx 2 K_0(\beta) - I_0(\beta) W(\beta^2/4 u) \quad \text{pour } u < \beta^2/20 \quad \text{si } u < 1$$

TABLEAU 3 - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION

$$S(\tau, \rho) = \frac{4}{M} \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\tau u^2)] R \, du$$

avec

$$R = \left[J_1(u) Y_0(\rho u) - Y_1(u) J_0(\rho u) \right] / u^2 \left[J_1^2(u) + Y_1^2(u) \right]$$

1. Approximations

$$S(\tau, \rho) \approx W(\rho^2/4\tau) \quad \text{si } \tau > 20$$

2. Tableau de valeurs (d'après M.S. HANTUSH)

$\tau \backslash \rho$	1	2	5	10
0.10	0.616			
0.20	0.842			
0.30	1.005			
0.40	1.131			
0.50	1.244			
0.60	1.344			
0.70	1.420			
0.80	1.483			
1.00	1.608	0.440	0.0126	0.000
1.20	1.722			
1.5	1.860			
2.0	2.048			
2.5	2.199			
3.0	2.337			
4.0	2.551			
5	2.727	1.407	0.192	0.0012
6	2.865			
8	3.104			
10	3.305	1.948	0.488	0.0302
12	3.456	2.098	0.591	0.0528
15	3.657	2.287	0.729	0.0905
20	3.921	2.551	0.925	0.162
25	4.122	2.752	1.088	0.236
30	4.298	2.915	1.230	0.309
50	4.775	3.405	1.658	0.578
100	5.441	4.059	2.274	1.058
500	7.037	5.642	3.820	2.476
1,000	7.716	6.333	4.511	3.142
5,000	9.324	7.942	6.107	4.725
10,000	10.015	8.633	6.798	5.416
25,000	10.933	9.550	7.716	6.333

TABLEAU 4 - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION

$$A(\tau, \rho) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{J_0(u) Y_0(\rho u) - Y_0(u) J_0(\rho u)}{J_0^2(u) + Y_0^2(u)} \exp(-\tau u^2) \frac{du}{u}$$

Pour $\tau < 0,05$

$$A(\tau, \rho) \approx \left[1/\sqrt{\rho} \right] \left\{ \operatorname{erfc} \left[(\rho - 1)/2 \sqrt{\tau} \right] + [(\rho - 1)\sqrt{\tau} / 4 \rho] \operatorname{ierfc} \left[(\rho - 1)/2 \sqrt{\tau} \right] \right\}$$

Pour $\tau \geq 500$

$$A(\tau, \rho) \approx [W(\rho^2/4\tau)] / \operatorname{Log}(2,25\tau)$$

ρ	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	3.0	4.0
τ													
1	1.000	0.024	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	0.109	0.001										
3	1.000	0.188	0.009	0.000									
4	1.000	0.251	0.023	0.001									
5	1.000	0.303	0.042	0.002									
6	1.000	0.345	0.062	0.005	0.000								
7	1.000	0.380	0.083	0.010	0.001								
8	1.000	0.410	0.104	0.016	0.001								
9	1.000	0.435	0.124	0.022	0.002								
10	1.000	0.458	0.144	0.030	0.004	0.000							
2	1.000	0.589	0.290	0.117	0.039	0.010	0.002						
3	1.000	0.652	0.379	0.194	0.087	0.034	0.011	0.003	0.001	0.000			
4	1.000	0.691	0.439	0.254	0.133	0.063	0.027	0.010	0.004	0.001	0.000		
5	1.000	0.718	0.483	0.302	0.175	0.093	0.046	0.021	0.009	0.003	0.001	0.000	
6	1.000	0.739	0.517	0.341	0.211	0.122	0.066	0.033	0.016	0.007	0.003	0.001	
7	1.000	0.754	0.544	0.373	0.242	0.149	0.087	0.047	0.024	0.012	0.005	0.002	
8	1.000	0.767	0.566	0.400	0.270	0.174	0.106	0.062	0.034	0.018	0.009	0.004	0.001
9	1.000	0.777	0.585	0.423	0.294	0.196	0.125	0.077	0.045	0.025	0.013	0.006	0.002
10	1.000	0.787	0.601	0.443	0.316	0.217	0.143	0.091	0.055	0.032	0.018	0.009	0.004
2	1.000	0.837	0.691	0.562	0.450	0.355	0.275	0.209	0.156	0.114	0.082	0.050	0.028
3	1.000	0.860	0.733	0.620	0.519	0.430	0.352	0.286	0.229	0.181	0.142	0.106	0.072
4	1.000	0.873	0.758	0.655	0.562	0.479	0.405	0.339	0.282	0.233	0.191	0.155	0.119
5	1.000	0.883	0.776	0.680	0.592	0.514	0.443	0.380	0.323	0.274	0.230	0.195	0.159
6	1.000	0.890	0.789	0.698	0.615	0.540	0.472	0.411	0.356	0.307	0.263	0.228	0.192
7	1.000	0.895	0.800	0.713	0.634	0.562	0.496	0.436	0.382	0.334	0.290	0.254	0.218
8	1.000	0.899	0.808	0.725	0.649	0.579	0.515	0.457	0.405	0.357	0.313	0.276	0.240
9	1.000	0.903	0.815	0.735	0.661	0.594	0.532	0.475	0.424	0.377	0.334	0.297	0.260
10	1.000	0.906	0.821	0.743	0.672	0.606	0.546	0.491	0.440	0.394	0.351	0.314	0.277
2	1.000	0.924	0.854	0.790	0.732	0.677	0.627	0.580	0.536	0.496	0.458	0.421	0.384
3	1.000	0.932	0.870	0.812	0.760	0.711	0.665	0.623	0.583	0.546	0.511	0.476	0.440
4	1.000	0.937	0.879	0.826	0.777	0.731	0.689	0.649	0.612	0.577	0.544	0.510	0.476
5	1.000	0.940	0.886	0.835	0.789	0.746	0.706	0.668	0.633	0.599	0.568	0.536	0.504
6	1.000	0.943	0.890	0.842	0.798	0.757	0.718	0.682	0.648	0.616	0.586	0.557	0.528
7	1.000	0.945	0.894	0.848	0.805	0.765	0.728	0.693	0.661	0.630	0.601	0.572	0.544
8	1.000	0.946	0.898	0.853	0.811	0.773	0.737	0.703	0.671	0.641	0.613	0.585	0.558
9	1.000	0.948	0.900	0.857	0.816	0.779	0.743	0.711	0.680	0.650	0.623	0.596	0.569
10	1.000	0.949	0.903	0.860	0.820	0.784	0.749	0.717	0.687	0.658	0.631	0.604	0.577
2	1.000	0.956	0.916	0.879	0.845	0.813	0.783	0.756	0.729	0.704	0.681	0.657	0.633
3	1.000	0.959	0.922	0.888	0.856	0.827	0.800	0.774	0.750	0.726	0.705	0.681	0.657
4	1.000	0.962	0.926	0.894	0.864	0.836	0.810	0.786	0.762	0.741	0.720	0.698	0.674
5	1.000	0.963	0.929	0.898	0.869	0.843	0.818	0.794	0.772	0.751	0.731	0.710	0.688
6	1.000	0.964	0.931	0.901	0.874	0.848	0.823	0.800	0.779	0.759	0.739	0.718	0.697
7	1.000	0.965	0.933	0.904	0.877	0.851	0.828	0.806	0.785	0.765	0.746	0.725	0.704
8	1.000	0.966	0.935	0.906	0.879	0.853	0.832	0.810	0.789	0.770	0.752	0.732	0.711
9	1.000	0.966	0.936	0.908	0.882	0.857	0.835	0.813	0.793	0.774	0.756	0.737	0.717
10	1.000	0.967	0.937	0.909	0.884	0.860	0.838	0.817	0.797	0.778	0.760	0.742	0.723
2	1.000	0.970	0.943	0.918	0.895	0.874	0.854	0.835	0.817	0.800	0.784	0.767	0.750
3	1.000	0.972	0.946	0.923	0.901	0.881	0.862	0.844	0.827	0.811	0.796	0.779	0.762
4	1.000	0.973	0.948	0.926	0.905	0.886	0.867	0.850	0.834	0.819	0.804	0.788	0.772
5	1.000	0.974	0.950	0.928	0.908	0.889	0.871	0.855	0.839	0.824	0.810	0.794	0.778
6	1.000	0.974	0.951	0.930	0.910	0.891	0.874	0.858	0.842	0.828	0.814	0.798	0.782
7	1.000	0.975	0.952	0.931	0.912	0.893	0.877	0.861	0.846	0.831	0.818	0.802	0.786
8	1.000	0.975	0.953	0.932	0.913	0.895	0.879	0.863	0.848	0.834	0.821	0.805	0.789
9	1.000	0.976	0.954	0.933	0.914	0.897	0.880	0.865	0.850	0.837	0.824	0.808	0.792
10	1.000	0.976	0.954	0.933	0.915	0.898	0.882	0.867	0.852	0.839	0.826	0.810	0.794

ρ	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
τ										
10	0.016	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.057	0.001								
30	0.094	0.004								
40	0.123	0.009	0.000							
50	0.146	0.016	0.001							
60	0.167	0.023	0.002							
70	0.184	0.031	0.003							
80	0.198	0.038	0.005	0.000						
90	0.210	0.046	0.007	0.001						
100	0.222	0.053	0.010	0.001	0.000	0.000				
200	0.291	0.110	0.038	0.011	0.001	0.001	0.000			
300	0.328	0.146	0.064	0.026	0.009	0.003	0.001	0.000		
400	0.353	0.173	0.086	0.040	0.018	0.007	0.003	0.001	0.000	
500	0.372	0.194	0.104	0.054	0.026	0.012	0.005	0.002	0.001	0.000
600	0.385	0.210	0.119	0.066	0.035	0.018	0.008	0.004	0.002	0.001
700	0.397	0.223	0.132	0.077	0.044	0.024	0.012	0.006	0.003	0.001
800	0.407	0.235	0.143	0.087	0.052	0.030	0.016	0.009	0.004	0.002
900	0.415	0.245	0.153	0.096	0.059	0.035	0.020	0.011	0.006	0.003
1000	0.422	0.254	0.162	0.104	0.066	0.041	0.024	0.014	0.008	0.004

**TABLEAU 5 - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA
FONCTION $M(u, \beta)$ (d'après M.S. HANTUSH)**

1. Approximations

Pour $u \leq 0,05/\beta^2 \leq 0,01$ $M(u, \beta) \approx 2 \left[\arg \operatorname{sh} \beta - 2\beta \sqrt{u/\pi} \right]$
 Pour $u \leq 0,05/\beta^2$ $M(u, \beta) \approx 2 \left[\arg \operatorname{sh} \beta - \beta \operatorname{erf}(\sqrt{u}) \right]$
 Pour $u \leq 5/\beta^2$ $M(u, \beta) \approx W(u)$

2. Tableau

$u \backslash \beta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0	0.1997	0.3974	0.5913	0.7801	0.9624	1.1376	1.3053	1.4653	1.6177	1.7627	2.0319	2.2759	2.4979	2.7009	2.8872
10^{-6}	1 0.1994	0.3969	0.5907	0.7792	0.9613	1.1363	1.3037	1.4635	1.6157	1.7605	2.0292	2.2728	2.4943	2.6988	2.8827
2 0.1993	0.3967	0.5904	0.7788	0.9608	1.1357	1.3031	1.4628	1.6148	1.7595	2.0281	2.2715	2.4929	2.6971	2.8809	
3 0.1993	0.3966	0.5902	0.7785	0.9605	1.1353	1.3026	1.4622	1.6142	1.7588	2.0272	2.2705	2.4917	2.6958	2.8794	
4 0.1992	0.3965	0.5900	0.7783	0.9602	1.1349	1.3022	1.4617	1.6137	1.7582	2.0265	2.2696	2.4907	2.6947	2.8782	
5 0.1992	0.3964	0.5898	0.7780	0.9599	1.1346	1.3018	1.4613	1.6132	1.7577	2.0259	2.2689	2.4899	2.6938	2.8772	
6 0.1991	0.3963	0.5897	0.7779	0.9596	1.1343	1.3014	1.4609	1.6127	1.7572	2.0253	2.2682	2.4891	2.6930	2.8762	
7 0.1991	0.3962	0.5895	0.7777	0.9594	1.1341	1.3011	1.4605	1.6123	1.7568	2.0248	2.2676	2.4884	2.6901	2.8753	
8 0.1990	0.3961	0.5894	0.7775	0.9592	1.1338	1.3009	1.4602	1.6120	1.7563	2.0243	2.2670	2.4877	2.6894	2.8745	
9 0.1990	0.3960	0.5893	0.7774	0.9590	1.1336	1.3006	1.4599	1.6116	1.7560	2.0238	2.2665	2.4871	2.6887	2.8737	
10^{-5}	1 0.1989	0.3959	0.5892	0.7772	0.9588	1.1334	1.3003	1.4596	1.6113	1.7556	2.0234	2.2660	2.4865	2.6880	2.8730
2 0.1987	0.3954	0.5883	0.7760	0.9574	1.1316	1.2983	1.4572	1.6086	1.7526	2.0198	2.2618	2.4818	2.6827	2.8671	
3 0.1984	0.3949	0.5876	0.7751	0.9562	1.1302	1.2967	1.4554	1.6066	1.7504	2.0171	2.2587	2.4782	2.6786	2.8625	
4 0.1982	0.3945	0.5871	0.7744	0.9553	1.1291	1.2953	1.4539	1.6049	1.7485	2.0148	2.2560	2.4751	2.6752	2.8587	
5 0.1981	0.3942	0.5856	0.7737	0.9544	1.1281	1.2941	1.4528	1.6034	1.7468	2.0128	2.2536	2.4724	2.6721	2.8553	
6 0.1979	0.3939	0.5861	0.7731	0.9537	1.1271	1.2931	1.4513	1.6020	1.7452	2.0110	2.2515	2.4700	2.6694	2.8523	
7 0.1978	0.3936	0.5857	0.7725	0.9530	1.1263	1.2921	1.4502	1.6007	1.7438	2.0093	2.2495	2.4677	2.6669	2.8495	
8 0.1976	0.3933	0.5853	0.7720	0.9523	1.1255	1.2912	1.4492	1.5996	1.7425	2.0077	2.2477	2.4657	2.6645	2.8469	
9 0.1975	0.3931	0.5849	0.7715	0.9517	1.1248	1.2903	1.4482	1.5984	1.7413	2.0062	2.2460	2.4637	2.6623	2.8444	
10^{-4}	1 0.1974	0.3929	0.5846	0.7710	0.9511	1.1241	1.2895	1.4473	1.5974	1.7402	2.0049	2.2444	2.4619	2.6603	2.8421
2 0.1955	0.3910	0.5818	0.7673	0.9485	1.1185	1.2830	1.4398	1.5890	1.7308	1.9936	2.2313	2.4469	2.6434	2.8234	
3 0.1958	0.3896	0.5796	0.7644	0.9429	1.1142	1.2780	1.4341	1.5825	1.7236	1.9850	2.2212	2.4354	2.6305	2.8091	
4 0.1952	0.3883	0.5778	0.7620	0.9398	1.1106	1.2737	1.4292	1.5771	1.7176	1.9778	2.2128	2.4258	2.6197	2.7970	
5 0.1946	0.3873	0.5762	0.7599	0.9372	1.1074	1.2700	1.4250	1.5723	1.7123	1.9714	2.2053	2.4172	2.6101	2.7844	
6 0.1941	0.3863	0.5748	0.7580	0.9348	1.1045	1.2666	1.4211	1.5680	1.7075	1.9656	2.1986	2.4095	2.6014	2.7768	
7 0.1937	0.3854	0.5734	0.7562	0.9326	1.1018	1.2635	1.4176	1.5640	1.7030	1.9603	2.1924	2.4025	2.5934	2.7679	
8 0.1933	0.3846	0.5722	0.7545	0.9305	1.0994	1.2607	1.4143	1.5603	1.6989	1.9554	2.1866	2.3959	2.5860	2.7597	
9 0.1929	0.3838	0.5710	0.7530	0.9286	1.0970	1.2579	1.4112	1.5568	1.6951	1.9507	2.1812	2.3897	2.5791	2.7519	
10^{-3}	1 0.1925	0.3831	0.5699	0.7515	0.9267	1.0948	1.2554	1.4083	1.5535	1.6914	1.9463	2.1761	2.3838	2.5725	2.7446
2 0.1896	0.3772	0.5611	0.7397	0.9120	1.0771	1.2347	1.3846	1.5270	1.6619	1.9109	2.1348	2.3367	2.5195	2.6857	
3 0.1873	0.3727	0.5543	0.7307	0.9007	1.0636	1.2189	1.3666	1.5066	1.6393	1.8838	2.1032	2.3006	2.4788	2.6406	
4 0.1854	0.3689	0.5486	0.7231	0.8912	1.0521	1.2056	1.3513	1.4895	1.6203	1.8610	2.0766	2.2702	2.4447	2.6027	
5 0.1837	0.3655	0.5435	0.7163	0.8828	1.0421	1.1938	1.3379	1.4744	1.6035	1.8409	2.0532	2.2434	2.4146	2.5693	
6 0.1822	0.3625	0.5390	0.7103	0.8752	1.0330	1.1832	1.3258	1.4608	1.5884	1.8228	2.0320	2.2193	2.3875	2.5393	
7 0.1808	0.3597	0.5348	0.7047	0.8682	1.0246	1.1735	1.3147	1.4483	1.5745	1.8061	2.0126	2.1972	2.3626	2.5117	
8 0.1795	0.3571	0.5310	0.6995	0.8618	1.0189	1.1645	1.3044	1.4367	1.5616	1.7907	1.9946	2.1766	2.3395	2.4861	
9 0.1783	0.3547	0.5273	0.6947	0.8557	1.0096	1.1560	1.2947	1.4258	1.5495	1.7762	1.9777	2.1573	2.3179	2.4620	
10^{-2}	1 0.1772	0.3524	0.5239	0.6901	0.8500	1.0027	1.1480	1.2855	1.4155	1.5381	1.7625	1.9617	2.1391	2.2975	2.4394
2 0.1680	0.3340	0.4962	0.6533	0.8040	0.9476	1.0836	1.2121	1.3329	1.4464	1.6527	1.8340	1.9935	2.1342	2.2587	
3 0.1610	0.3200	0.4753	0.6253	0.7691	0.9057	1.0349	1.1564	1.2703	1.3770	1.5697	1.7376	1.8839	2.0116	2.1233	
4 0.1551	0.3083	0.4578	0.6020	0.7400	0.8708	0.9942	1.1100	1.2183	1.3193	1.5008	1.6577	1.7932	1.9103	2.0117	
5 0.1500	0.2981	0.4425	0.5817	0.7146	0.8404	0.9588	1.0596	1.1730	1.2691	1.4410	1.5884	1.7147	1.8229	1.9156	
6 0.1455	0.2890	0.4289	0.5635	0.6919	0.8132	0.9272	1.0336	1.1326	1.2243	1.3877	1.5268	1.6450	1.7454	1.8307	
7 0.1413	0.2807	0.4164	0.5470	0.6713	0.7885	0.8994	1.0008	1.0958	1.1837	1.3394	1.4711	1.5821	1.6756	1.7543	
8 0.1375	0.2731	0.4050	0.5317	0.6522	0.7658	0.8720	0.9707	1.0621	1.1464	1.2951	1.4200	1.5246	1.6120	1.6848	
9 0.1339	0.2660	0.3943	0.5176	0.6346	0.7447	0.8474	0.9428	1.0308	1.1118	1.2541	1.3729	1.4716	1.5534	1.6210	
10^{-1}	1 0.130	0.2593	0.3844	0.5043	0.6181	0.7249	0.8245	0.9187	1.0016	1.0795	1.2159	1.3290	1.4223	1.4991	1.5619
2 0.1051	0.2084	0.3081	0.4030	0.4920	0.5744	0.6500	0.7186	0.7806	0.8362	0.9297	1.0029	1.0595	1.1026	1.1352	
3 8.74(-2)	0.1731	0.2554	0.3331	0.4053	0.4713	0.5309	0.5842	0.6313	0.6727	0.7400	0.7899	0.8261	0.8519	0.8699	
4 7.39(-2)	0.1462	0.2153	0.2801	0.3397	0.3935	0.4415	0.4837	0.5203	0.5519	0.6015	0.6363	0.6602	0.6760	0.6863	
5 6.32(-2)	0.1248	0.1835	0.2381	0.2878	0.3323	0.3714	0.4052	0.4341	0.4584	0.4955	0.5203	0.5362	0.5462	0.5521	
6 5.44(-2)	0.1074	0.1575	0.2039	0.2458	0.2828	0.3149	0.3423	0.3652	0.3842	0.4122	0.4300	0.4408	0.4471	0.4506	
7 4.71(-2)	9.29(-2)	0.1360	0.1756	0.2111	0.2421	0.2686	0.2909	0.3093	0.3242	0.3455	0.3583	0.3657	0.3698	0.3719	
8 4.10(-2)	8.06(-2)	0.1179	0.1519	0.1821	0.2082	0.2302	0.2484	0.2632	0.2750	0.2913	0.3007	0.3058	0.3084	0.3096	
9 3.57(-2)	7.03(-2)	0.1026	0.1319	0.1576	0.1797	0.1980	0.2130	0.2250	0.2343	0.2468	0.2537	0.2572	0.2589	0.2597	
10^0	1 3.13(-2)	6.14(-2)	8.95(-2)	0.1148	0.1369	0.1555	0.1709	0.1833	0.1929	0.2004	0.2101	0.2151	0.2175	0.2186	0.2191
2 9.01(-3)	1.75(-2)	2.51(-2)	3.16(-2)	3.67(-2)	4.07(-2)	4.35(-2)	4.55(-2)	4.69(-2)	4.77(-2)	4.85(-2)	4.88(-2)			4.88(-2)	
3 2.82(-3)	5.44(-3)	7.68(-3)	9.47(-3)	1.08(-2)	1.17(-2)	1.23(-2)	1.26(-2)	1.28(-2)	1.28(-2)	1.30(-2)				1.30(-2)	
4 9.20(-4)	1.76(-3)	2.44(-3)	2.96(-3)	3.31(-3)	3.53(-3)	3.66(-3)	3.72(-3)	3.75(-3)	3.77(-3)					3.77(-3)	
5 3.07(-4)	5.80(-4)	7.96(-4)	9.49(-4)	1.05(-3)	1.10(-3)	1.13(-3)	1.14(-3)	1.15(-3)						1.15(-3)	
6 1.04(-4)	1.95(-4)	2.64(-4)	3.10(-4)	3.36(-4)	3.50(-4)	3.56(-4)	3.59(-4)	3.60(-4)						3.60(-4)	
7 3.56(-5)	6.81(-5)	8.84(-5)	1.02(-4)	1.10(-4)	1.13(-4)	1.15(-4)	1.15(-4)	1.15(-4)						1.15(-4)	
8 1.23(-5)	2.26(-5)	2.99(-5)	3.42(-5)	3.63(-5)	3.72(-5)	3.75(-5)	3.76(-5)	3.77(-5)						3.77(-5)	
9 4.28(-6)	7.79(-6)	1.02(-5)	1.15(-5)	1.21(-5)	1.23(-5)	1.24(-5)	1.24(-5)							1.24(-5)	
10 1.49(-6)	2.70(-6)	3.48(-6)	3.90(-6)	4.07(-6)	4.13(-6)	4.15(-6)	4.16(-6)							4.16(-6)	

Pour $u \geq 10$ $M(u, \beta) = W(u)$ pour toutes valeurs de β

Les nombres entre parenthèses indiquent la puissance de 10

TABLEAU 5 (suite)

$u \backslash \beta$	2.0	3.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
0	2.8872	3.0583	3.2188	3.3675	3.5064	3.6369	3.7597	3.8757	3.9856	4.0900	4.1894	4.2842	4.3748	4.4616	4.5448	4.6248	4.7018	4.7760	4.8475	4.9167	4.9835
1	2.8827	3.0532	3.2134	3.3616	3.5001	3.6301	3.7525	3.8681	3.9775	4.0815	4.1804	4.2747	4.3649	4.4512	4.5340	4.6138	4.6901	4.7638	4.8349	4.9036	4.9700
2	2.8809	3.0523	3.2112	3.3592	3.4975	3.6273	3.7495	3.8649	3.9743	4.0779	4.1768	4.2708	4.3608	4.4469	4.5295	4.6089	4.6852	4.7588	4.8297	4.8982	4.9644
3	2.8794	3.0507	3.2095	3.3573	3.4955	3.6251	3.7473	3.8625	3.9719	4.0752	4.1738	4.2678	4.3578	4.4438	4.5261	4.6053	4.6815	4.7549	4.8257	4.8940	4.9601
4	2.8782	3.0494	3.2080	3.3557	3.4938	3.6233	3.7453	3.8604	3.9694	4.0729	4.1714	4.2653	4.3553	4.4412	4.5235	4.6027	4.6788	4.7516	4.8215	4.8895	4.9545
5	2.8772	3.0487	3.2071	3.3548	3.4928	3.6223	3.7443	3.8594	3.9684	4.0719	4.1704	4.2643	4.3543	4.4402	4.5225	4.6017	4.6778	4.7506	4.8205	4.8885	4.9535
6	2.8762	3.0471	3.2055	3.3532	3.4912	3.6207	3.7427	3.8578	3.9668	4.0703	4.1688	4.2627	4.3527	4.4386	4.5209	4.5999	4.6760	4.7488	4.8187	4.8867	4.9517
7	2.8753	3.0462	3.2045	3.3522	3.4902	3.6197	3.7417	3.8568	3.9658	4.0693	4.1678	4.2617	4.3517	4.4376	4.5199	4.5989	4.6750	4.7478	4.8177	4.8857	4.9507
8	2.8745	3.0453	3.2035	3.3512	3.4892	3.6187	3.7407	3.8558	3.9648	4.0683	4.1668	4.2607	4.3507	4.4366	4.5189	4.5979	4.6740	4.7468	4.8167	4.8847	4.9497
9	2.8737	3.0444	3.2026	3.3503	3.4883	3.6178	3.7398	3.8549	3.9639	4.0674	4.1659	4.2598	4.3498	4.4357	4.5180	4.5970	4.6731	4.7459	4.8158	4.8838	4.9488
1	2.8730	3.0436	3.2017	3.3499	3.6155	3.7369	3.8515	3.9605	4.0639	4.1624	4.1009	4.3543	4.3424	4.4288	4.5106	4.5892	4.6647	4.7375	4.8078	4.8753	4.9407
2	2.8671	3.0371	3.1946	3.3413	3.4782	3.6066	3.7274	3.8414	3.9493	4.0517	4.1490	4.2418	4.3294	4.4158	4.4984	4.5744	4.6494	4.7215	4.7911	4.8582	4.9230
3	2.8625	3.0321	3.1892	3.3353	3.4718	3.5998	3.7202	3.8337	3.9412	4.0431	4.1400	4.2323	4.3204	4.4068	4.4855	4.5611	4.6358	4.7073	4.7764	4.8430	4.9074
4	2.8587	3.0279	3.1846	3.3304	3.4665	3.5941	3.7140	3.8272	3.9343	4.0368	4.1333	4.2253	4.3120	4.3980	4.4764	4.5525	4.6278	4.6988	4.7677	4.8339	4.8978
5	2.8553	3.0242	3.1806	3.3260	3.4618	3.5890	3.7087	3.8215	3.9284	4.0309	4.1268	4.2188	4.3053	4.3912	4.4694	4.5453	4.6204	4.6914	4.7603	4.8265	4.8898
6	2.8523	3.0209	3.1769	3.3220	3.4575	3.5844	3.7038	3.8163	3.9237	4.0262	4.1219	4.2139	4.3004	4.3863	4.4645	4.5403	4.6154	4.6864	4.7553	4.8215	4.8848
7	2.8495	3.0178	3.1735	3.3184	3.4536	3.5802	3.6993	3.8117	3.9190	4.0215	4.1172	4.2092	4.2957	4.3816	4.4598	4.5356	4.6107	4.6817	4.7506	4.8168	4.8801
8	2.8469	3.0148	3.1704	3.3150	3.4499	3.5763	3.6951	3.8071	3.9143	4.0168	4.1125	4.2045	4.2910	4.3769	4.4551	4.5309	4.6060	4.6770	4.7460	4.8122	4.8755
9	2.8444	3.0122	3.1675	3.3118	3.4465	3.5727	3.6912	3.8030	3.9102	4.0127	4.1084	4.2003	4.2868	4.3727	4.4509	4.5267	4.6018	4.6728	4.7418	4.8080	4.8713
1	2.8431	3.0097	3.1647	3.3088	3.4433	3.5693	3.6875	3.7990	3.9064	4.0089	4.1046	4.1965	4.2824	4.3683	4.4465	4.5223	4.5974	4.6684	4.7375	4.8037	4.8670
2	2.8394	3.0061	3.1608	3.3047	3.4391	3.5650	3.6831	3.7944	3.9018	4.0043	4.1000	4.1919	4.2778	4.3637	4.4419	4.5177	4.5928	4.6638	4.7329	4.7991	4.8624
3	2.8357	3.0025	3.1570	3.3009	3.4352	3.5611	3.6791	3.7904	3.8978	3.9993	4.0950	4.1869	4.2728	4.3587	4.4369	4.5127	4.5878	4.6588	4.7279	4.7941	4.8574
4	2.8320	2.9989	3.1532	3.2971	3.4314	3.5573	3.6753	3.7866	3.8940	3.9955	4.0912	4.1831	4.2690	4.3549	4.4331	4.5089	4.5840	4.6550	4.7241	4.7903	4.8536
5	2.8283	2.9952	3.1495	3.2934	3.4277	3.5536	3.6716	3.7829	3.8903	3.9918	4.0875	4.1794	4.2653	4.3512	4.4294	4.5045	4.5796	4.6506	4.7197	4.7859	4.8492
6	2.8246	2.9915	3.1458	3.2897	3.4240	3.5499	3.6679	3.7792	3.8866	3.9881	4.0838	4.1757	4.2616	4.3475	4.4257	4.5008	4.5759	4.6470	4.7161	4.7823	4.8456
7	2.8209	2.9878	3.1421	3.2860	3.4203	3.5462	3.6642	3.7755	3.8829	3.9844	4.0801	4.1720	4.2579	4.3438	4.4220	4.4971	4.5722	4.6433	4.7124	4.7786	4.8419
8	2.8172	2.9841	3.1384	3.2823	3.4166	3.5425	3.6605	3.7718	3.8792	3.9807	4.0764	4.1683	4.2542	4.3401	4.4183	4.4934	4.5685	4.6396	4.7097	4.7759	4.8392
9	2.8135	2.9804	3.1347	3.2786	3.4129	3.5388	3.6568	3.7681	3.8755	3.9770	4.0727	4.1646	4.2505	4.3364	4.4146	4.4897	4.5648	4.6359	4.7060	4.7722	4.8355
1	2.8122	2.9791	3.1334	3.2773	3.4116	3.5375	3.6555	3.7668	3.8742	3.9757	4.0714	4.1633	4.2492	4.3351	4.4133	4.4884	4.5635	4.6346	4.7047	4.7709	4.8342
2	2.8085	2.9754	3.1297	3.2736	3.4079	3.5338	3.6518	3.7631	3.8705	3.9720	4.0677	4.1596	4.2455	4.3314	4.4096	4.4847	4.5598	4.6309	4.7010	4.7672	4.8305
3	2.8048	2.9717	3.1260	3.2699	3.4042	3.5301	3.6481	3.7594	3.8668	3.9683	4.0640	4.1559	4.2418	4.3277	4.4059	4.4810	4.5561	4.6272	4.6973	4.7635	4.8268
4	2.8011	2.9680	3.1223	3.2662	3.4005	3.5264	3.6444	3.7557	3.8631	3.9646	4.0603	4.1522	4.2381	4.3240	4.4022	4.4773	4.5524	4.6235	4.6936	4.7598	4.8231
5	2.7974	2.9643	3.1186	3.2625	3.3968	3.5227	3.6407	3.7520	3.8594	3.9609	4.0566	4.1485	4.2344	4.3203	4.3985	4.4736	4.5487	4.6198	4.6899	4.7561	4.8194
6	2.7937	2.9606	3.1149	3.2588	3.3931	3.5190	3.6370	3.7483	3.8557	3.9572	4.0529	4.1448	4.2307	4.3166	4.3948	4.4699	4.5450	4.6161	4.6862	4.7524	4.8157
7	2.7900	2.9569	3.1112	3.2551	3.3894	3.5153	3.6333	3.7446	3.8520	3.9535	4.0492	4.1411	4.2270	4.3129	4.3911	4.4662	4.5413	4.6124	4.6825	4.7487	4.8120
8	2.7863	2.9532	3.1075	3.2514	3.3857	3.5116	3.6296	3.7409	3.8483	3.9498	4.0455	4.1374	4.2233	4.3092	4.3874	4.4625	4.5376	4.6087	4.6788	4.7450	4.8083
9	2.7826	2.9495	3.1038	3.2477	3.3820	3.5079	3.6259	3.7372	3.8446	3.9461	4.0418	4.1337	4.2196	4.3055	4.3837	4.4588	4.5339	4.6050	4.6751	4.7413	4.8046
1	2.7813	2.9464	3.1007	3.2446	3.3789	3.5048	3.6228	3.7341	3.8415	3.9430	4.0387	4.1306	4.2165	4.3024	4.3806	4.4557	4.5308	4.6019	4.6720	4.7382	4.8015
2	2.7776	2.9427	3.0970	3.2409	3.3752	3.5011	3.6191	3.7304	3.8378	3.9393	4.0350	4.1269	4.2128	4.2987	4.3769	4.4520	4.5271	4.5982	4.6683	4.7345	4.7978
3	2.7739	2.9390	3.0933	3.2372	3.3715	3.4974	3.6154	3.7267	3.8341	3.9356	4.0313	4.1232	4.2091	4.2950	4.3732	4.4483	4.5234	4.5945	4.6646	4.7308	4.7941
4	2.7702	2.9353	3.0896	3.2335	3.3678	3.4937	3.6117	3.7230	3.8304	3.9319	4.0276	4.1195	4.2054	4.2913	4.3695	4.4446	4.5197	4.5908	4.6609	4.7271	4.7904
5	2.7665	2.9316	3.0859	3.2300	3.3643	3.4902	3.6082	3.7195	3.8269	3.9284	4.0241	4.1160	4.2019	4.2878	4.3660	4.4411	4.5162	4.5873	4.6574	4.7236	4.7869
6	2.7628	2.9279	3.0822	3.2264	3.3607	3.4866	3.6046	3.7159	3.8233	3.9248	4.0205	4.1124	4.1983	4.2842	4.3624	4.4375	4.5126	4.5837	4.6538	4.7200	4.7833
7	2.7591	2.9242	3.0785	3.2228	3.3571	3.4830	3.6010	3.7123	3.8197	3.9212	4.0169	4.1088	4.1947	4.2806	4.3588	4.4339	4.5090	4.5801	4.6502	4.7164	4.7797
8	2.7554	2.9205	3.0748	3.2191	3.3534	3.4793	3.5973	3.7086	3.8160	3.9175	4.0132	4.1051	4.1910	4.2769	4.3551	4.4302	4.5053	4.5764	4.6465	4.7127	4.7760
9	2.7517	2.9168	3.0711	3.2154	3.3497	3.4756	3.5936	3.7049	3.8123	3.9138	4.0095	4.1014	4.1873	4.2732	4.3514	4.4265	4.5016	4.5727	4.6428	4.7090	4.7723
1	2.7504	2.9135	3.0678	3.2121	3.3464	3.4723	3.5903	3.7016	3.8090	3.9105	4.0062	4.0981	4.1840	4.2700	4.3482	4.4233	4.4984	4.5695	4.6396	4.7058	4.7691
2	2.7467	2.9098	3.0641	3.2084	3.3427	3.4686	3.5866	3.6979	3.8053	3.9068	4.0025	4.0944	4.1803	4.2663	4.3445	4.4196	4.4947	4.5658	4.6359	4.7021	4.7654
3	2.7430	2.9061	3.0604	3.2047	3.3390	3.4649	3.5829	3.6942	3.8016	3.9031	3.9988	4.0907	4.1766	4.2626	4.3408	4.4159	4.4910	4.5621	4.6322	4.6984	4.7617
4	2.7393	2.9024	3.0567	3.2010	3.3353	3.4612	3.5792	3.6905	3.7979	3.8994	3.9951	4.0870	4.1729	4.2589	4.3371	4.41					

TABLEAU 5 (fin)

β	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	
u	0	5.9004	6.3595	6.8068	6.9333	7.1664	7.3788	7.5602	7.7431	7.9030	8.0511	8.1890	8.3190	8.4392	8.5335	8.6015	8.7041	8.8016	8.8546	8.9435	9.1286	9.3182
10^{-6}	1	5.9739	6.3335	6.6353	6.8973	7.1278	7.3339	7.5107	7.6681	7.8045	7.9281	8.0390	8.1367	8.2209	8.2918	8.3500	8.4041	8.4538	8.5000	8.5435	8.6000	8.7000
	2	5.9645	6.3213	6.6233	6.8853	7.1158	7.3219	7.4987	7.6561	7.7925	7.9161	8.0270	8.1247	8.2089	8.2798	8.3380	8.3921	8.4418	8.4880	8.5315	8.5900	8.6900
	3	5.9573	6.3127	6.6147	6.8767	7.1072	7.3133	7.4901	7.6475	7.7839	7.9075	8.0184	8.1161	8.2003	8.2712	8.3294	8.3835	8.4332	8.4794	8.5229	8.5814	8.6814
	4	5.9513	6.3053	6.6073	6.8693	7.1000	7.3061	7.4829	7.6403	7.7767	7.8993	8.0102	8.1079	8.1921	8.2630	8.3212	8.3753	8.4250	8.4712	8.5147	8.5732	8.6732
	5	5.9460	6.2990	6.5990	6.8610	7.0917	7.2978	7.4746	7.6320	7.7684	7.8910	8.0019	8.0996	8.1838	8.2547	8.3129	8.3670	8.4167	8.4629	8.5064	8.5649	8.6649
	6	5.9412	6.2932	6.5930	6.8550	7.0859	7.2920	7.4688	7.6262	7.7626	7.8852	8.0000	8.0978	8.1820	8.2529	8.3111	8.3652	8.4149	8.4611	8.5046	8.5631	8.6631
	7	5.9367	6.2878	6.5884	6.8504	7.0814	7.2875	7.4643	7.6217	7.7581	7.8807	8.0006	8.0983	8.1825	8.2534	8.3116	8.3657	8.4154	8.4616	8.5051	8.5636	8.6636
	8	5.9326	6.2830	6.5776	6.8312	7.0627	7.2688	7.4456	7.6030	7.7394	7.8620	8.0000	8.0977	8.1819	8.2528	8.3110	8.3651	8.4148	8.4610	8.5045	8.5630	8.6630
9	5.9297	6.2783	6.5722	6.8251	7.0567	7.2628	7.4396	7.5969	7.7223	7.8457	7.9683	8.1018	8.2095	8.3103	8.4048	8.4994	8.5845	8.6745	8.7507	8.9231	9.0921	
10^{-5}	1	5.9251	6.2738	6.5671	6.8193	7.0403	7.2463	7.4235	7.5731	7.7178	7.8417	7.9753	8.0801	8.1771	8.2672	8.3510	8.4294	8.5028	8.5718	8.6364	8.7103	8.7972
	2	5.9185	6.2685	6.5617	6.8220	7.0626	7.2687	7.4459	7.6033	7.7480	7.8719	7.9955	8.1003	8.1973	8.2874	8.3712	8.4496	8.5230	8.5920	8.6566	8.7305	8.8247
	3	5.9129	6.2633	6.5564	6.8268	7.0674	7.2735	7.4507	7.6081	7.7528	7.8767	7.9993	8.1041	8.1991	8.2892	8.3730	8.4514	8.5248	8.5938	8.6584	8.7323	8.8307
	4	5.9073	6.2581	6.5512	6.8316	7.0722	7.2783	7.4555	7.6129	7.7576	7.8815	7.9991	8.1039	8.1989	8.2890	8.3728	8.4512	8.5246	8.5936	8.6582	8.7321	8.8305
	5	5.9017	6.2529	6.5460	6.8364	7.0770	7.2831	7.4603	7.6177	7.7624	7.8863	7.9999	8.1047	8.1997	8.2898	8.3736	8.4520	8.5254	8.5944	8.6590	8.7329	8.8313
	6	5.8961	6.2477	6.5408	6.8412	7.0818	7.2879	7.4651	7.6225	7.7672	7.8911	7.9997	8.1045	8.1995	8.2896	8.3734	8.4518	8.5252	8.5942	8.6588	8.7327	8.8311
	7	5.8905	6.2425	6.5356	6.8460	7.0866	7.2927	7.4699	7.6273	7.7720	7.8959	7.9995	8.1043	8.1993	8.2894	8.3732	8.4516	8.5250	8.5940	8.6586	8.7325	8.8309
	8	5.8849	6.2373	6.5304	6.8508	7.0914	7.2975	7.4747	7.6321	7.7768	7.8994	7.9990	8.1038	8.1988	8.2889	8.3727	8.4511	8.5245	8.5935	8.6581	8.7320	8.8304
9	5.8793	6.2321	6.5252	6.8556	7.0962	7.3023	7.4795	7.6369	7.7816	7.9042	7.9998	8.1036	8.1986	8.2887	8.3725	8.4509	8.5243	8.5933	8.6579	8.7318	8.8302	
10^{-4}	1	5.8747	6.2269	6.5200	6.8604	7.1010	7.3071	7.4843	7.6417	7.7864	7.9090	7.9996	8.1034	8.1984	8.2885	8.3723	8.4507	8.5241	8.5931	8.6577	8.7316	8.8300
	2	5.8691	6.2217	6.5148	6.8608	7.1014	7.3075	7.4847	7.6421	7.7868	7.9094	7.9999	8.1037	8.1987	8.2888	8.3726	8.4510	8.5244	8.5934	8.6580	8.7319	8.8303
	3	5.8635	6.2165	6.5096	6.8612	7.1018	7.3079	7.4851	7.6425	7.7872	7.9098	7.9999	8.1036	8.1986	8.2887	8.3725	8.4509	8.5243	8.5933	8.6579	8.7318	8.8302
	4	5.8579	6.2113	6.5044	6.8616	7.1022	7.3083	7.4855	7.6429	7.7876	7.9102	7.9999	8.1037	8.1987	8.2888	8.3726	8.4510	8.5244	8.5934	8.6580	8.7319	8.8303
	5	5.8523	6.2061	6.4992	6.8620	7.1026	7.3087	7.4859	7.6433	7.7880	7.9106	7.9999	8.1038	8.1988	8.2889	8.3727	8.4511	8.5245	8.5935	8.6581	8.7319	8.8303
	6	5.8467	6.2009	6.4940	6.8624	7.1030	7.3091	7.4863	7.6437	7.7884	7.9110	7.9999	8.1039	8.1989	8.2890	8.3728	8.4512	8.5246	8.5936	8.6582	8.7319	8.8303
	7	5.8411	6.1957	6.4890	6.8628	7.1034	7.3095	7.4867	7.6441	7.7888	7.9114	7.9999	8.1040	8.1990	8.2891	8.3729	8.4513	8.5247	8.5937	8.6583	8.7320	8.8304
	8	5.8355	6.1905	6.4832	6.8632	7.1038	7.3099	7.4871	7.6445	7.7892	7.9118	7.9999	8.1041	8.1991	8.2892	8.3730	8.4514	8.5248	8.5938	8.6584	8.7320	8.8304
10^{-3}	1	5.8300	6.1853	6.4784	6.8636	7.1042	7.3103	7.4875	7.6449	7.7896	7.9122	7.9999	8.1042	8.1992	8.2893	8.3731	8.4515	8.5249	8.5939	8.6585	8.7321	8.8305
	2	5.8244	6.1801	6.4732	6.8640	7.1046	7.3107	7.4879	7.6453	7.7900	7.9126	7.9999	8.1043	8.1993	8.2894	8.3732	8.4517	8.5251	8.5941	8.6587	8.7322	8.8306
	3	5.8188	6.1749	6.4680	6.8644	7.1050	7.3111	7.4883	7.6457	7.7904	7.9130	7.9999	8.1044	8.1994	8.2895	8.3733	8.4519	8.5253	8.5943	8.6589	8.7323	8.8307
	4	5.8132	6.1697	6.4628	6.8648	7.1054	7.3115	7.4887	7.6461	7.7908	7.9134	7.9999	8.1045	8.1995	8.2896	8.3734	8.4521	8.5255	8.5945	8.6591	8.7324	8.8308
	5	5.8076	6.1645	6.4576	6.8652	7.1058	7.3119	7.4891	7.6465	7.7912	7.9138	7.9999	8.1046	8.1996	8.2897	8.3735	8.4523	8.5257	8.5947	8.6593	8.7325	8.8309
	6	5.8020	6.1593	6.4524	6.8656	7.1062	7.3123	7.4895	7.6469	7.7916	7.9142	7.9999	8.1047	8.1997	8.2898	8.3736	8.4525	8.5259	8.5949	8.6595	8.7326	8.8310
	7	5.7964	6.1541	6.4472	6.8660	7.1066	7.3127	7.4899	7.6473	7.7920	7.9146	7.9999	8.1048	8.1998	8.2899	8.3737	8.4527	8.5261	8.5951	8.6597	8.7327	8.8311
	8	5.7908	6.1489	6.4420	6.8664	7.1070	7.3131	7.4903	7.6477	7.7924	7.9150	7.9999	8.1049	8.1999	8.2900	8.3738	8.4529	8.5263	8.5953	8.6599	8.7328	8.8312
10^{-2}	1	5.7852	6.1437	6.4368	6.8668	7.1074	7.3135	7.4907	7.6481	7.7928	7.9154	7.9999	8.1050	8.1999	8.2901	8.3739	8.4531	8.5265	8.5955	8.6601	8.7329	8.8313
	2	5.7796	6.1385	6.4316	6.8672	7.1078	7.3139	7.4911	7.6485	7.7932	7.9158	7.9999	8.1051	8.1999	8.2902	8.3740	8.4533	8.5267	8.5957	8.6603	8.7330	8.8314
	3	5.7740	6.1333	6.4264	6.8676	7.1082	7.3143	7.4915	7.6489	7.7936	7.9162	7.9999	8.1052	8.1999	8.2903	8.3741	8.4535	8.5269	8.5959	8.6605	8.7331	8.8315
	4	5.7684	6.1281	6.4212	6.8680	7.1086	7.3147	7.4919	7.6493	7.7940	7.9166	7.9999	8.1053	8.1999	8.2904	8.3742	8.4537	8.5271	8.5961	8.6607	8.7332	8.8316
	5	5.7628	6.1229	6.4160	6.8684	7.1090	7.3151	7.4923	7.6497	7.7944	7.9170	7.9999	8.1054	8.1999	8.2905	8.3743	8.4539	8.5273	8.5963	8.6609	8.7333	8.8317
	6	5.7572	6.1177	6.4108	6.8688	7.1094	7.3155	7.4927	7.6501	7.7948	7.9174	7.9999	8.1055	8.1999	8.2906	8.3744	8.4541	8.5275	8.5965	8.6611	8.7334	8.8318
	7	5.7516	6.1125	6.4056	6.8692	7.1098	7.3159	7.4931	7.6505	7.7952	7.9178	7.9999	8.1056	8.1999	8.2907	8.3745	8.4543	8.5277	8.5967	8.6613	8.7335	8.8319
	8	5.7460	6.1073	6.4004	6.8696	7.1102	7.3163	7.4935	7.6509	7.7956	7.9182	7.9999	8.1057	8.1999	8.2908	8.3746	8.4545	8.5279	8.5969	8.6615	8.7336	8.8320
10^{-1}	1	5.7404	6.1021	6.3952	6.8700	7.1106	7.3167	7.4939	7.6513	7.7960	7.9186	7.9999	8.1058	8.1999	8.2909	8.3747	8.4547	8.5281	8.5971	8.6617	8.7337	8.8321
	2	5.7348	6.0969	6.3900	6.8704	7.1110	7.3171	7.4943	7.6517	7.7964	7.9190	7.9999	8.1059	8.1999	8.2910	8.3748	8.4549	8.5283	8.5973	8.6619	8.7338	8.8322
	3	5.7292	6.0917	6.3848	6.8708	7.1114	7.3175	7.4947	7.6521	7.7968	7.9194	7.9999	8.1060	8.1999	8.2911	8.3749	8.4551	8.5285	8.5975	8.6621	8.7339	8.8323
	4	5.7236	6.0865	6.3796	6.8712	7.1118	7.3179	7.4951	7.6525	7.7972	7.9198	7.9999	8.1061	8.1999	8.2912	8.3750	8.4553	8.5287	8.5977	8.6623	8.7340	8.8324
	5	5.7180	6.0813	6.3744	6.8716	7.1122	7.3183	7.4955	7.6529	7.7976	7.9202	7.9999	8.1062	8.1999	8.2913	8.3751	8.4555	8.5289	8.5979	8.6625	8.7341	8.8325
	6	5.7124	6.0761	6.3692	6.8720	7.1126	7.3187	7.4959	7.6533	7.7980	7.9206	7.9999	8.1063	8.1999	8.2914	8.3752	8.4557	8.5291	8.5981	8.6627	8.7342	8.8326
	7	5.7068	6.0709	6.3640	6.8724	7.1130	7.3191	7.4963	7.6537	7.7984	7.9210	7.9999	8.1064	8.1999	8.2915	8.3753	8.4559	8.5293	8.5983	8.6629	8.7343	8.8327
	8	5.7012	6.0657	6.3588	6.8728	7.1134																

Pour $u \geq 10^{-2}$ $M(u, \beta) = W(u)$

β	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	
u	0	9.3103	9.3886	9.3661	9.4368	9.5069	9.5747	9.6403	9.7027	9.7553	9.8249	9.8829	9.9392	9.9940	10.0473	10.0992	10.1498	10.1992	10.2474	10.2944	10.3404	10.3853
10^{-8}	1	9.0977	9.1711	9.2436	9.3168	9.3765	9.4308	9.4808	9.5298	9.5781	9.6258	9.6730	9.7198	9.7662	9.8122	9.8579	9.9033	9.9484	9.9932	10.0378	10.0821	10.1260
	2	9.0510	9.1231	9.1952	9.2683	9.3323	9.3873	9.4373	9.4863	9.5343	9.5815	9.6287	9.6759	9.7221	9.7683	9.8145	9.8607	9.9069	9.9531	9.9993	10.0455	
	3	9.0152	9.0869	9.1585	9.2315	9.2955	9.3505	9.4005	9.4495	9.4985	9.5475	9.5965	9.6455	9.6945	9.7435	9.7925	9.8415	9.8905	9.9395	9.9885	10.0375	
	4	9.0051	9.0549	9.1047	9.1545	9.2043	9.2541	9.3039	9.3537	9.4035	9.4533	9.5031	9.5529	9.6027	9.6525	9.7023	9.7521	9.8019	9.8517	9.9015	9.9513	
	5	9.0000	9.0498	9.0996	9.1494	9.1992	9.2490	9.2988	9.3486	9.3984	9.4482	9.4980	9.5478	9.5976	9.6474	9.6972	9.7470	9.7968	9.8466	9.8964	9.9462	
	6	9.0	9.0498	9.0996	9.1494	9.1992	9.2490	9.2988	9.3486	9.3984	9.4482	9.4980	9.5478	9.5976	9.6474	9.6972	9.7470	9.7968	9.8466	9.8964	9.9462	
10^{-3}	1	8.5457	8.9190	8.8603	9.0389	9.0949	9.1486	9.2001	9.2495	9.2970	9.3420	9.3855	9.4288	9.4696	9.5089	9.5469	9.5835	9.6189	9.6532	9.6863	9.7183	9.7494
	2	8.7087	8.7673	8.8239	8.8759	8.9265	8.9743	9.0202	9.0640	9.1058	9.1451	9.1825	9.2183	9.2526	9.2855	9.3170	9.3473	9.3763	9.4041	9.4307	9.4562	
	3	8.9676	8.9319	8.7033	8.7521	8.7983	8.8432	8.8839	8.9237	8.9615	8.9975	9.0319	9.0647	9.0969	9.1280	9.1586	9.1887	9.2181	9.2467	9.2736	9.2992	
	4	8.9471	8.9549	8.9625	8.9701	8.9775	8.9848	8.9919	8.9989	9.0058	9.0126	9.0192	9.0257	9.0321	9.0384	9.0446	9.0507	9.0568	9.0628	9.0687	9.0745	
	5	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	
	6	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	8.9355	
10^{-4}	1	1.1323	1.1461	1.1832	1.2151	1.2446	1.2720	1.2974	1.3211	1.3431	1.3638	1.3827	1.4005	1.4177	1.4334	1.4488	1.4631	1.4773	1.4912	1.5048	1.5183	
	2	7.0662	7.7203	7.7431	7.7618	7.7787	7.7958	7.8124	7.8286	7.8435	7.8583	7.8730	7.8876	7.9022	7.9167	7.9312	7.9457	7.9602	7.9747	7.9892	8.0037	
	3	7.0997	7.7183	7.7309	7.7439	7.7564	7.7689	7.7814	7.7939	7.8064	7.8189	7.8314	7.8439	7.8564	7.8689	7.8814	7.8939	7.9064	7.9189	7.9314	7.9439	
	4	7.1663	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	
	5	7.1663	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	
	6	7.1663	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	7.7180	
10^{-2}	1	6.0090	6.8151	6.8201	6.8242	6.8276	6.8304	6.8327	6.8345	6.8360	6.8372	6.8382	6.8390	6.8398	6.8401	6.8405	6.8408	6.8411	6.8413	6.8414	6.8416	
	2	6.0661	6.7055	6.6761	6.6770	6.6793	6.6811	6.6828	6.6838	6.6847	6.6854	6.6860	6.6866	6.6871	6.6873	6.6874	6.6875	6.6876	6.6877	6.6878	6.6878	
	3	6.5397	6.5420	6.5496	6.5476	6.5495	6.5504	6.5516	6.5521	6.5527	6.5531	6.5535	6.5537	6.5539	6.5541	6.5542	6.5543	6.5545	6.5546	6.5546	6.5546	
	4	6.5967	6.4381	6.4310	6.4324	6.4343	6.4353	6.4363	6.4370	6.4375	6.4380	6.4384	6.4387	6.4390	6.4393	6.4396	6.4398	6.4399	6.4400	6.4401	6.4402	
	5	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	
	6	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	6.5397	

TABLEAU 6 - VALEURS DES FONCTIONS :

- XIII -

$$\bar{\phi} (u_1', r/d) = F (u_1', r/d) + F (u_1', r/d) \text{ (limite étanche)}$$

$$\underline{\phi} (u_1', r/d) = F (u_1', r/d) - F (u_1', r/d) \text{ (limite à charge constante)}$$

avec : $\frac{u_1'}{u_2'} = \left(2 \frac{d}{r} - 1 \right)^2$
 $F(x) = W (1/x)$

$\frac{u_1}{u_2}$	2500		400		100		25		9		4		2	
$\sqrt{\frac{u_1}{u_2} \left[\frac{r'}{r} \right] - \frac{2d-r}{r}}$	50		20		10		5		3		2		$\sqrt{2}$	
r/d u_1	10.0393		0.095		0.182		0.333		0.5		0.667		0.828	
	- 0.0408		- 0.105		- 0.222		- 0.5		- 1		- 2		- 4.8	
	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1 (+11)*	41.68	7.82	43.51	5.99	44.90	4.61	46.28	3.22	47.31	2.20	48.12	1.39	48.81	0.69
5 (+10)	40.29	"	42.12	"	43.51	"	44.90	"	45.92	"	46.73	"	47.42	"
2.5 (+10)	38.91	"	40.74	"	42.12	"	43.51	"	44.53	"	45.34	"	46.04	"
1.25 (+10)	37.52	"	39.35	"	40.74	"	42.12	"	43.15	"	43.95	"	44.65	"
1 (+10)	37.07	"	38.91	"	40.29	"	41.68	"	42.70	"	43.51	"	44.20	"
5 (+9)	35.69	"	37.52	"	38.91	"	40.29	"	41.31	"	42.12	"	42.82	"
2.5 (+9)	34.30	"	36.13	"	37.52	"	38.91	"	39.93	"	40.74	"	41.43	"
1.25 (+9)	32.91	"	34.75	"	36.13	"	37.52	"	38.54	"	39.35	"	40.05	"
1 (+9)	32.47	"	34.30	"	35.69	"	37.07	"	38.09	"	38.91	"	39.60	"
5 (+8)	31.08	"	32.91	"	34.30	"	35.69	"	36.71	"	37.52	"	38.21	"
2.5 (+8)	29.70	"	31.53	"	32.91	"	34.30	"	35.32	"	36.13	"	36.83	"
1.25 (+8)	28.31	"	30.14	"	31.53	"	32.91	"	33.94	"	34.75	"	35.44	"
1 (+8)	27.86	"	29.70	"	31.08	"	32.47	"	33.49	"	34.30	"	34.99	"

* les chiffres entre parenthèses indiquent la puissance de 10

.../...

TABLEAU 6 (suite)

- XIV -

5 (+ 7)	26.48	7.82	28.31	5.99	29.70	4.61	31.08	3.22	32.10	2.20	32.91	1.39	33.61	0.69
2.5 (+ 7)	25.09	"	26.92	"	28.31	"	29.70	"	30.72	"	31.53	"	32.22	"
1.25 (+ 7)	23.70	"	25.54	"	26.92	"	28.31	"	29.33	"	30.14	"	30.83	"
1 (+ 7)	23.26	"	25.09	"	26.48	"	27.86	"	28.88	"	29.70	"	30.39	"
5 (+ 6)	21.87	"	23.70	"	25.09	"	26.48	"	27.50	"	28.31	"	29.00	"
2.5 (+ 6)	20.49	"	22.32	"	23.70	"	25.09	"	26.11	"	26.92	"	27.62	"
1.25 (+ 6)	19.10	"	20.93	"	22.32	"	23.70	"	24.73	"	25.54	"	26.23	"
1 (+ 6)	18.65	"	20.49	"	21.87	"	23.26	"	24.28	"	25.09	"	25.78	"
5 (+ 5)	17.27	"	19.10	"	20.49	4.60	21.87	"	22.89	"	23.70	"	24.40	"
2.5 (+ 5)	15.89	7.81	17.71	"	19.10	"	20.49	"	21.51	"	22.32	"	23.01	"
1.25 (+ 5)	14.51	7.80	16.33	"	17.71	"	19.10	"	20.12	"	20.93	"	21.62	"
1 (+ 5)	14.07	7.80	15.88	"	17.27	"	18.65	"	19.67	"	20.49	"	21.18	"
5 (+ 4)	12.71	7.77	14.50	5.98	15.88	"	17.27	"	18.29	"	19.10	"	19.79	"
2.5 (+ 4)	11.37	7.73	13.12	"	14.50	"	15.88	"	16.90	"	17.71	"	18.41	"
1.25 (+ 4)	10.08	7.63	11.75	5.96	13.12	"	14.50	"	15.52	"	16.33	"	17.02	"
1 (+ 4)	9.68	7.59	11.31	5.95	12.67	"	14.05	"	15.07	"	15.88	"	16.57	"
5 (+ 3)	8.50	7.38	9.97	5.91	11.29	4.59	12.67	3.21	13.68	"	14.49	"	15.19	"
2.5 (+ 3)	7.47	7.03	8.66	5.84	9.93	4.57	11.29	"	12.30	2.19	13.11	"	13.80	"
1.25 (+ 3)	6.60	6.51	7.41	5.70	8.58	4.53	9.91	3.20	10.92	"	11.73	1.38	12.42	"
1 (+ 3)	6.36	6.31	7.03	5.63	8.15	4.51	9.47	3.19	10.47	"	11.28	1.38	11.97	"
5 (+ 2)	5.64	5.64	5.95	5.33	6.86	4.42	8.11	3.13	9.10	2.18	9.90	1.38	10.59	"
2.5 (+ 2)			5.03	4.86	5.65	4.25	6.77	3.13	7.73	2.17	8.52	1.37	9.21	"
1.25 (+ 2)			4.27	4.25	4.57	3.95	5.48	3.04	6.38	2.13	7.16	1.36	7.83	"
1 (+ 2)			4.04	4.03	4.26	3.82	5.08	2.99	5.96	2.12	6.72	1.36	7.39	0.68

.../...

TABLEAU 6 (Fin)

TABLEAU 7 - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION $\varphi_2(u)$ 1. ApproximationsPour $u \leq 0,2$

$$\varphi_2(u) = -\frac{1}{4} (0,809 + \text{Log } u)$$

2. Valeurs

$\frac{u}{N}$	$N = 10^{-3}$	$N = 10^{-2}$	$N = 10^{-1}$	$N = 10^0$
1	1,52468	0,94908	0,37344	0,001976
2	1,35141	0,77581	0,20247	0,000006
3	1,25006	0,67444	0,11323	0,000000
4	1,17814	0,60252	0,06348	0,000000
5	1,12236	0,54673	0,035605	0,000000
6	1,07678	0,50115	0,019969	0,000000
7	1,03825	0,46260	0,011199	0,000000
8	1,00487	0,42922	0,006281	0,000000
9	0,97542	0,39977	0,003523	0,000000

TABLEAU 8 - VALEURS ET APPROXIMATION DE LA FONCTION

$$H(u, \beta) = \int_u^{\infty} (1/y) \exp(-y) \operatorname{erfc} \left[\beta \sqrt{u/y(y-u)} \right] dy$$

- Approximations

Pour $u \geq 10^4 \beta^2$

$$H(u, \beta) \approx W(u) - (4\beta/\sqrt{\pi u}) \left[0,258 + 0,693 \exp(-0,5 u) \right]$$

Pour $u \leq 10^{-5}/\beta^2$ et $10^{-4}\beta^2$

$$H(u, \beta) = 0,5 \operatorname{Log}(0,044/\beta^2 u)$$

- Tableau de valeurs

$\beta \backslash u$	(-3)					(-2)					(-1)					(0)					(1)					(2)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5					
1 (-6)	11,9862	11,4237	10,9908	9,9259	9,2469	8,3395	7,4497	6,9590	6,0463	5,1575	4,6721	3,7756	3,1110	2,4671	1,6710	1,1361	0,8879	0,5065	0,1685	0,0268										
2 (-6)	11,5355	11,0211	10,2210	9,5477	8,8946	7,9908	7,1024	6,4126	5,7012	5,0161	4,3312	3,4412	2,7857	2,1568	1,3940	0,8995	0,5095	0,1685	0,0268											
3 (-6)	11,2593	10,7764	10,0006	9,3561	8,6875	7,7864	7,0991	6,4100	5,4996	4,8136	4,1327	3,2474	2,5984	1,9801	1,2409	0,7725	0,4113	0,1230	0,0130											
4 (-6)	11,0560	10,5980	9,8419	9,2088	8,5199	7,6412	6,9547	6,2663	5,3567	4,6716	3,9922	3,1109	2,4671	1,8571	1,1361	0,6879	0,3516	0,0831	0,0130											
5 (-6)	10,8950	10,4506	9,7174	9,0888	8,4251	7,5284	6,8427	6,1560	5,2459	4,5617	3,8836	3,0055	2,3661	1,7531	1,0574	0,6256	0,3091	0,0781	0,0130											
6 (-6)	10,7618	10,3389	9,6145	8,9894	8,3510	7,4362	6,7512	6,0657	5,1555	4,4719	3,7951	2,9199	2,2844	1,6877	0,9948	0,5770	0,2768	0,0682	0,0130											
7 (-6)	10,6466	10,2319	9,5163	8,8969	8,2542	7,3381	6,6537	5,9687	5,0590	4,3752	3,7004	2,8252	2,1958	1,6082	0,9180	0,5110	0,2318	0,0642	0,0130											
8 (-6)	10,5455	10,1403	9,4250	8,8050	8,1619	7,2450	6,5606	5,8760	4,9663	4,2825	3,6077	2,7325	2,1031	1,5156	0,8995	0,5065	0,2302	0,0642	0,0130											
9 (-6)	10,4553	10,0702	9,3551	8,7351	8,1006	7,2006	6,5162	5,8316	4,9219	4,2381	3,5633	2,6881	2,0587	1,4712	0,8817	0,4945	0,2302	0,0642	0,0130											
1 (-5)	10,3739	9,9987	9,3031	8,7142	8,0657	7,1771	6,4944	5,8085	4,9024	4,2212	3,5481	2,6822	2,0590	1,4816	0,8825	0,4919	0,2302	0,0642	0,0130											
2 (-5)	9,8197	9,5097	8,9045	8,3115	7,7010	6,8238	6,1453	5,4623	4,5590	3,8827	3,2162	2,3660	1,7632	1,2170	0,8256	0,4091	0,1866	0,0461	0,0130											
3 (-5)	9,4815	9,2084	8,6504	8,1013	7,4844	6,6159	5,9406	5,2597	4,3600	3,6858	3,0261	2,1850	1,5965	1,0718	0,7403	0,3402	0,1408	0,0361	0,0130											
4 (-5)	9,2358	8,9878	8,4666	7,9166	7,3290	6,4677	5,7951	5,1160	4,2185	3,5460	2,8869	2,0580	1,4815	0,9710	0,6518	0,2918	0,1178	0,0311	0,0130											
5 (-5)	9,0422	8,8126	8,3171	7,8031	7,2072	6,3523	5,6821	5,0045	4,1090	3,4394	2,7848	1,9622	1,3943	0,8994	0,6024	0,2685	0,1048	0,0281	0,0130											
6 (-5)	8,8922	8,6674	8,1943	7,6941	7,1068	6,2576	5,5896	4,9134	4,0196	3,3519	2,7002	1,8841	1,3244	0,8412	0,5645	0,2448	0,1008	0,0261	0,0130											
7 (-5)	8,7457	8,5288	8,0888	7,6007	7,0212	6,1773	5,5113	4,8364	3,9442	3,2769	2,6290	1,8189	1,2664	0,7916	0,5341	0,2302	0,0968	0,0241	0,0130											
8 (-5)	8,6266	8,4336	7,9932	7,5190	6,9466	6,1076	5,4434	4,7697	3,8789	3,2143	2,5677	1,7629	1,2169	0,7510	0,5090	0,2261	0,0928	0,0221	0,0130											
9 (-5)	8,5209	8,3364	7,9134	7,4461	6,8804	6,0459	5,3834	4,7107	3,8214	3,1583	2,5130	1,7139	1,1739	0,7182	0,4879	0,2221	0,0908	0,0201	0,0130											
1 (-4)	8,4258	8,2487	7,8366	7,3803	6,8208	5,9906	5,3287	4,6581	3,7700	3,1082	2,4658	1,6704	1,1359	0,6878	0,4698	0,2188	0,0888	0,0181	0,0130											
2 (-4)	7,7901	7,5663	7,1276	6,6721	6,1190	5,2824	4,6217	3,9511	3,2894	2,6479	2,0055	1,2101	0,8992	0,5044	0,2864	0,1048	0,0461	0,0130	0,0130											
3 (-4)	7,4110	7,2085	6,7135	6,2561	5,7035	4,8655	4,2048	3,5342	2,8725	2,2301	1,5877	1,0421	0,7312	0,4103	0,2408	0,0968	0,0421	0,0130	0,0130											
4 (-4)	7,1393	7,0401	6,5404	6,0831	5,5305	4,6925	4,0318	3,3612	2,7005	2,0581	1,4157	0,8701	0,5592	0,3384	0,1408	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130											
5 (-4)	6,9273	6,8375	6,3378	5,8805	5,3279	4,4899	3,8292	3,1586	2,4979	1,8555	1,2131	0,6695	0,3586	0,1978	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130											
6 (-4)	6,7533	6,6705	6,1708	5,7135	5,1609	4,3229	3,6622	2,9916	2,3309	1,6885	1,0461	0,5055	0,2846	0,1308	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130											
7 (-4)	6,6066	6,5288	6,0291	5,5718	5,0192	4,1812	3,5205	2,8598	2,1991	1,5577	0,9153	0,3747	0,2038	0,0968	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
8 (-4)	6,4774	6,4006	5,9009	5,4436	4,8910	4,0530	3,3923	2,7316	2,0709	1,4295	0,8881	0,3472	0,1823	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
9 (-4)	6,3640	6,2892	5,7895	5,3322	4,7796	3,9416	3,2809	2,6202	1,9595	1,3181	0,7767	0,3157	0,1608	0,0768	0,0361	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
1 (-3)	6,2624	6,1899	5,6902	5,2329	4,6803	3,8423	3,1816	2,5209	1,8602	1,2188	0,6774	0,2959	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
2 (-3)	5,9903	5,9178	5,4181	4,9608	4,4079	3,5699	2,9092	2,2485	1,5878	0,9464	0,3950	0,1701	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
3 (-3)	5,7182	5,6457	5,1460	4,6887	4,1358	3,2978	2,6371	1,9764	1,3157	0,6743	0,2959	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
4 (-3)	5,4861	5,4136	4,9139	4,4566	3,9037	3,0657	2,4050	1,7443	1,0836	0,5422	0,2448	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
5 (-3)	5,2940	5,2215	4,7218	4,2645	3,7116	2,8736	2,2129	1,5522	0,8915	0,3950	0,1701	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
6 (-3)	5,1319	5,0594	4,5597	4,1024	3,5495	2,7115	2,0508	1,3901	0,7294	0,3157	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
7 (-3)	4,9898	4,9173	4,4176	3,9603	3,4074	2,5694	1,9087	1,2480	0,5871	0,2448	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
8 (-3)	4,8577	4,7852	4,2855	3,8282	3,2753	2,4373	1,7766	1,1159	0,4462	0,1701	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
9 (-3)	4,7356	4,6631	4,1634	3,7061	3,1532	2,3152	1,6545	0,9938	0,3950	0,1701	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
1 (-2)	4,6163	4,5438	4,0441	3,5868	3,0339	2,1959	1,5352	0,8745	0,3157	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
2 (-2)	4,4942	4,4217	3,9220	3,4647	2,9118	2,0738	1,4131	0,7294	0,2959	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
3 (-2)	4,3721	4,2996	3,7999	3,3426	2,7897	1,9517	1,2890	0,6453	0,2448	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
4 (-2)	4,2500	4,1775	3,6778	3,2205	2,6676	1,8296	1,1675	0,5613	0,1940	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
5 (-2)	4,1279	4,0554	3,5557	3,0984	2,5455	1,7234	1,0459	0,4773	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
6 (-2)	4,0058	3,9333	3,4336	2,9763	2,4234	1,6172	0,9633	0,3950	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
7 (-2)	3,8837	3,8112	3,3115	2,8542	2,3013	1,5050	0,8423	0,3157	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
8 (-2)	3,7616	3,6891	3,1894	2,7321	2,1792	1,3830	0,7203	0,2448	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
9 (-2)	3,6395	3,5670	3,0673	2,6100	2,0571	1,2610	0,5983	0,1701	0,0888	0,0421	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
1 (-1)	3,5174	3,4449	2,9452	2,4879	1,9350	1,1390	0,4763	0,1410	0,0642	0,0281	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130											
2 (-1)	3,3953	3,3228	2,8231	2,3658	1,8129	1,0169	0,3542	0,1178	0,0581	0,0241	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0,0130	0														

TABLEAU 9 - APPROXIMATIONS ET VALEURS DE LA FONCTION

$$G(\tau, \beta) = \beta K_1(\beta) / K_0(\beta) + 4/\pi^2 \exp(-\tau u^2) F du, \quad \left(F = u / \left[u^2 + \beta^2 \right] \left[J_0^2(u) + Y_0^2(u) \right] \right)$$

Pour $\tau < 0,01$ $G(\tau, \beta) \approx G(\tau, 0) = G(\tau)$

Pour $\tau \beta^2 > 1$ $G(\tau, \beta) \approx 2/W(1/4 \tau, \beta)$

$\tau \backslash \beta$	0	1×10^{-5}	2×10^{-5}	4×10^{-5}	6×10^{-5}	8×10^{-5}	10^{-4}	2×10^{-4}	4×10^{-4}	6×10^{-4}	8×10^{-4}	10^{-3}	2×10^{-3}	4×10^{-3}	6×10^{-3}	8×10^{-3}	10^{-2}
1×10^2	0,344												0,311	0,311	0,311	0,312	0,344
2	0,311												0,294	0,294	0,294	0,295	0,312
3	0,294												0,283	0,283	0,283	0,284	0,295
4	0,283												0,274	0,274	0,274	0,275	0,284
5	0,274												0,260	0,260	0,260	0,269	0,275
6	0,260												0,263	0,263	0,263	0,264	0,271
7	0,263												0,258	0,258	0,258	0,259	0,264
8	0,258												0,254	0,254	0,254	0,257	0,261
9	0,254												0,252	0,252	0,252	0,254	0,258
1×10^3	0,251												0,251	0,252	0,252	0,254	0,255
2	0,232												0,232	0,233	0,234	0,236	0,239
3	0,222												0,222	0,223	0,225	0,227	0,231
4	0,215												0,215	0,216	0,219	0,222	0,226
5	0,210												0,210	0,212	0,215	0,218	0,222
6	0,206												0,206	0,208	0,211	0,215	0,220
7	0,203												0,203	0,205	0,209	0,213	0,219
8	0,201												0,201	0,203	0,207	0,212	0,218
9	0,198												0,198	0,201	0,205	0,210	0,217
1×10^4	0,196											0,196	0,197	0,200	0,204	0,209	0,216
2	0,185											0,185	0,185	0,190	0,197	0,205	0,213
3	0,178											0,178	0,179	0,186	0,194	0,203	0,212
4	0,173											0,173	0,176	0,183	0,193	0,202	
5	0,170											0,170	0,173	0,181	0,192		
6	0,160										0,160	0,168	0,171	0,180	0,192		
7	0,164										0,164	0,167	0,170	0,179	0,191		
8	0,164										0,164	0,165	0,169	0,179			
9	0,163										0,163	0,164	0,168	0,179			
1×10^5	0,161							0,162	0,161	0,162	0,162	0,162	0,167	0,178			
2	0,152							0,152	0,153	0,154	0,155	0,155	0,163	0,177			
3	0,148							0,148	0,148	0,149	0,150	0,152	0,162				
4	0,145							0,145	0,145	0,146	0,147	0,150	0,162				
5	0,143							0,143	0,143	0,144	0,145	0,148	0,161				
6	0,141							0,141	0,142	0,143	0,144	0,147	0,160				
7	0,140							0,140	0,140	0,141	0,143	0,146	0,160				
8	0,138							0,138	0,139	0,141	0,143	0,145	0,160				
9	0,137							0,137	0,138	0,140	0,142	0,144	0,160				
1×10^6	0,136						0,136	0,137	0,138	0,139	0,141	0,144	0,159				
2	0,130						0,130	0,131	0,133	0,135	0,139	0,143	0,159				
3	0,127						0,127	0,127	0,130	0,134	0,138	0,142	0,158				
4	0,124						0,124	0,125	0,129	0,134							
5	0,123						0,123	0,124	0,128	0,133							
6	0,121						0,121	0,123	0,128								
7	0,120						0,120	0,122	0,127								
8	0,119						0,119	0,121	0,127								
9	0,118						0,118	0,121	0,127								
1×10^7	0,118						0,118	0,120	0,127								
2	0,114						0,114	0,116	0,124								
3	0,111					0,111	0,112										
4	0,109				0,109	0,110	0,111										
5	0,108				0,108	0,109	0,110										
6	0,107			0,107	0,108	0,109	0,110										
7	0,106			0,106	0,107	0,108	0,109										
8	0,105			0,105	0,106	0,107	0,108										
9	0,104		0,104	0,105	0,106	0,107	0,108										
1×10^8	0,104		0,104	0,104	0,105	0,106	0,108										
2	0,100	0,100	0,101	0,102	0,103	0,105	0,107										
3	0,0982	0,0982	0,0984	0,0986	0,0988	0,0994	0,0998										
4	0,0968	0,0968	0,0974	0,0974	0,0974	0,0974	0,0974										
5	0,0958	0,0958	0,0966	0,0966	0,0966	0,0966	0,0966										
6	0,0950	0,0951	0,0959	0,0959	0,0959	0,0959	0,0959										
7	0,0943	0,0944	0,0954	0,0954	0,0954	0,0954	0,0954										
8	0,0937	0,0939	0,0949	0,0949	0,0949	0,0949	0,0949										
9	0,0932	0,0934	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946	0,0946										
1×10^9	0,0927	0,0930	0,0943	0,0943	0,0943	0,0943	0,0943										
2	0,0899	0,0906	0,0927	0,0927	0,0927	0,0927	0,0927										
3	0,0883	0,0893	0,0920	0,0920	0,0920	0,0920	0,0920										
4	0,0872	0,0885	0,0917	0,0917	0,0917	0,0917	0,0917										
5	0,0864	0,0880	0,0916	0,0916	0,0916	0,0916	0,0916										
6	0,0857	0,0876	0,0913	0,0913	0,0913	0,0913	0,0913										
7	0,0851	0,0873	0,0913	0,0913	0,0913	0,0913	0,0913										
8	0,0846	0,0870	0,0915	0,0915	0,0915	0,0915	0,0915										
9	0,0842	0,0869	0,0914	0,0914	0,0914	0,0914	0,0914										
1×10^{10}	0,0839	0,0867	0,0914	0,0914	0,0914	0,0914	0,0914										
2	0,0814	0,0862															
3	0,0801	0,0860															
4	0,0792																
5	0,0785																
6	0,0779																
7	0,0774																
8	0,0770																
9	0,0767																
10	0,0764	0,0860	0,0914	0,0916	0,102	0,105	0,107	0,116	0,126	0,133	0,138	0,142	0,150	0,177	0,191	0,202	0,212

TABLEAU 10 - VALEURS ET APPROXIMATIONS DE LA FONCTION

$$V(\tau, \rho) = \int_0^{\infty} (1/u) J_0(u \rho) \left\{ 1 - \exp(-\tau u \operatorname{th} u) \right\} du$$

1. Approximations

Pour $\tau < 0,05$ $V(\tau, \rho) \approx \arg \operatorname{sh}(1/\rho) + \arg \operatorname{sh}(\tau/\rho) - \arg \operatorname{sh}[(1+\tau)/\rho]$

Pour $\tau < 0,01$ $V(\tau, \rho) \approx \arg \operatorname{sh}(\tau/\rho) - \tau/\sqrt{1+\rho^2}$

Pour $\tau < 0,01$ et $\tau/\rho \geq 0$ $V(\tau, \rho) \approx \operatorname{Log}(2\tau/\rho)$

Pour $\tau \geq 5$ $V(\tau, \rho) \approx 0,5 W(\rho^2/4\tau)$

2. Tableau de valeurs

		10^{-3}									10^{-2}									
$\tau \backslash \rho$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10^{-2}	1	2.99	2.30	1.90	1.64	1.42	1.28	1.15	1.04	0.950	0.875	0.474	0.322	0.240	0.192	0.158	0.135	0.118	0.104	0.093
	2	3.68	2.97	2.58	2.30	2.09	1.92	1.76	1.64	1.52	1.42	0.860	0.610	0.468	0.378	0.316	0.270	0.236	0.210	0.187
	3	4.08	3.40	3.00	2.70	2.46	2.28	2.13	2.00	1.88	1.79	1.18	0.860	0.675	0.555	0.465	0.400	0.350	0.310	0.278
	4	4.35	3.68	3.26	2.98	2.75	2.58	2.42	2.29	2.17	2.06	1.42	1.07	0.850	0.710	0.600	0.525	0.460	0.410	0.368
	5	4.58	3.90	3.49	3.20	2.96	2.79	2.64	2.50	2.38	2.28	1.60	1.24	1.010	0.850	0.725	0.630	0.560	0.500	0.450
	6	4.76	4.06	3.65	3.36	3.15	2.96	2.80	2.68	2.56	2.45	1.78	1.40	1.15	0.970	0.840	0.735	0.650	0.585	0.530
	7	4.92	4.20	3.80	3.51	3.30	3.12	2.96	2.82	2.70	2.60	1.91	1.54	1.28	1.09	0.950	0.835	0.740	0.670	0.610
	8	5.08	4.34	3.94	3.65	3.42	3.24	3.09	2.95	2.84	2.72	2.04	1.65	1.39	1.20	1.04	0.925	0.825	0.750	0.680
	9	5.18	4.47	4.05	3.75	3.54	3.35	3.20	3.05	2.95	2.84	2.14	1.75	1.50	1.29	1.14	1.02	0.910	0.825	0.750
10^{-1}	1	5.24	4.54	4.14	3.85	3.63	3.45	3.30	3.15	3.04	2.94	2.25	1.85	1.58	1.38	1.22	1.09	0.985	0.890	0.815
	2	5.85	5.15	4.78	4.50	4.28	4.10	3.93	3.80	3.66	3.56	2.87	2.46	2.20	1.98	1.80	1.65	1.52	1.42	1.32
	3	6.24	5.50	5.12	4.85	4.61	4.43	4.28	4.14	4.01	3.90	3.24	2.84	2.54	2.32	2.14	1.98	1.85	1.74	1.64
	4	6.45	5.75	5.35	5.08	4.85	4.67	4.50	4.38	4.26	4.15	3.46	3.05	2.76	2.54	2.36	2.20	2.07	1.96	1.86
	5	6.65	6.00	5.58	5.25	5.00	4.85	4.70	4.55	4.45	4.30	3.65	3.24	2.95	2.72	2.52	2.38	2.24	2.14	2.03
	6	6.75	6.10	5.65	5.40	5.15	4.98	4.82	4.68	4.56	4.45	3.76	3.37	3.09	2.85	2.67	2.50	2.38	2.26	2.16
	7	6.88	6.20	5.80	5.50	5.25	5.08	4.92	4.80	4.68	4.55	3.90	3.50	3.20	2.99	2.80	2.64	2.50	2.38	2.28
	8	7.00	6.25	5.85	5.60	5.35	5.20	5.00	4.90	4.80	4.65	3.96	3.55	3.26	3.05	2.86	2.71	2.58	2.46	2.36
	9	7.10	6.35	6.00	5.70	5.50	5.30	5.12	5.00	4.90	4.75	4.05	3.65	3.36	3.15	2.96	2.80	2.66	2.55	2.45
1	1	7.14	6.45	6.05	5.75	5.55	5.35	5.20	5.05	4.95	4.83	4.10	3.74	3.45	3.22	3.04	2.90	2.75	2.64	2.54
	2	7.60	6.88	6.45	6.15	5.92	5.75	5.60	5.50	5.35	5.25	4.59	4.18	3.90	3.68	3.50	3.34	3.20	3.09	2.97
	3	7.85	7.15	6.70	6.45	6.20	6.00	5.85	5.75	5.60	5.50	4.82	4.42	4.12	3.90	3.72	3.57	3.45	3.31	3.20
	4	8.00	7.28	6.85	6.58	6.35	6.15	6.00	5.90	5.75	5.70	4.95	4.55	4.26	4.04	3.86	3.70	3.59	3.46	3.36
	5	8.15	7.35	7.00	6.65	6.50	6.25	6.10	6.00	5.85	5.80	5.05	4.68	4.40	4.19	4.00	3.85	3.71	3.60	3.49
	6	8.20	7.50	7.10	6.75	6.55	6.35	6.20	6.10	5.95	5.85	5.20	4.78	4.50	4.26	4.09	3.92	3.80	3.69	3.59
	7	8.25	7.55	7.15	6.85	6.62	6.40	6.30	6.20	6.05	5.95	5.25	4.85	4.57	4.35	4.18	4.00	3.90	3.78	3.66
	8	8.30	7.60	7.20	6.90	6.70	6.50	6.35	6.25	6.10	6.05	5.30	4.92	4.64	4.40	4.25	4.10	3.95	3.82	3.74
	9	8.32	7.65	7.25	7.00	6.75	6.55	6.40	6.30	6.15	6.10	5.35	5.00	4.70	4.49	4.30	4.15	4.00	3.90	3.80
	10	8.35	7.75	7.35	7.05	6.80	6.60	6.45	6.35	6.20	6.14	5.40	5.02	4.80	4.52	4.35	4.19	4.05	3.92	3.84

		10^{-1}									1				
$\tau \backslash \rho$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5
10^{-2}	1	0.093	0.0430	0.0264	0.0180	0.0132	0.0100	0.0078	0.0062	0.0049	0.0040	0.00057	0.00015		
	2	0.187	0.0865	0.0530	0.0365	0.0268	0.0205	0.0160	0.0125	0.0100	0.0081	0.00118	0.00020		
	3	0.278	0.130	0.0800	0.0550	0.0405	0.0310	0.0240	0.0190	0.0150	0.0122	0.00184	0.00032		
	4	0.368	0.174	0.107	0.0735	0.0540	0.0415	0.0322	0.0255	0.0202	0.0165	0.00244	0.00043		
	5	0.450	0.215	0.133	0.0920	0.0675	0.0520	0.0400	0.0320	0.0255	0.0206	0.00305	0.00055		
	6	0.530	0.257	0.160	0.110	0.0810	0.0610	0.0478	0.0380	0.0305	0.0250	0.00365	0.00065		
	7	0.610	0.298	0.186	0.130	0.0950	0.0725	0.0565	0.0450	0.0360	0.0292	0.00430	0.00078		
	8	0.680	0.340	0.214	0.148	0.108	0.0825	0.0645	0.0510	0.0412	0.0336	0.00500	0.00090		
	9	0.750	0.378	0.236	0.164	0.122	0.0930	0.0730	0.0585	0.0470	0.0380	0.00570	0.00105		
10^{-1}	1	0.815	0.415	0.260	0.180	0.134	0.103	0.0805	0.0640	0.0515	0.0420	0.00635	0.00118		
	2	1.32	0.750	0.500	0.359	0.268	0.208	0.165	0.132	0.107	0.0880	0.0145	0.00278		
	3	1.64	1.02	0.700	0.515	0.392	0.308	0.246	0.200	0.164	0.135	0.0238	0.00490		
	4	1.86	1.22	0.870	0.650	0.510	0.405	0.328	0.268	0.220	0.182	0.0350	0.00750	0.00160	0.00038
	5	2.03	1.37	1.00	0.770	0.610	0.490	0.400	0.330	0.275	0.230	0.0450	0.0104	0.00240	0.00056
	6	2.16	1.49	1.12	0.875	0.700	0.570	0.468	0.390	0.325	0.276	0.0580	0.0138	0.00380	0.00080
	7	2.28	1.60	1.22	0.965	0.775	0.640	0.525	0.445	0.375	0.320	0.0715	0.0175	0.00425	0.00108
	8	2.36	1.69	1.30	1.04	0.850	0.715	0.600	0.500	0.425	0.364	0.0840	0.0212	0.00525	0.00140
	9	2.45	1.75	1.38	1.11	0.920	0.775	0.650	0.550	0.475	0.404	0.0980	0.0260	0.00630	0.00165
1	1	2.54	1.85	1.45	1.18	0.975	0.825	0.700	0.595	0.510	0.444	0.113	0.0310	0.00840	0.00235
	2	2.97	2.29	1.88	1.60	1.38	1.22	1.07	0.950	0.840	0.750	0.259	0.0950	0.0330	0.0115
	3	3.20	2.50	2.10	1.82	1.60	1.42	1.28	1.15	1.05	0.960	0.388	0.165	0.0700	0.0275
	4	3.36	2.66	2.25	1.97	1.75	1.58	1.42	1.30	1.20	1.10	0.495	0.235	0.112	0.0535
	5	3.49	2.78	2.38	2.09	1.87	1.69	1.54	1.42	1.30	1.21	0.580	0.300	0.150	0.0715
	6	3.59	2.90	2.47	2.18	1.95	1.78	1.65	1.52	1.40	1.30	0.660	0.360	0.195	0.0990
	7	3.66	2.96	2.55	2.25	2.04	1.85	1.70	1.58	1.48	1.38	0.730	0.415	0.230	0.125
	8	3.74	3.00	2.60	2.32	2.11	1.94	1.79	1.66	1.55	1.44	0.790	0.465	0.272	0.155
	9	3.80	3.09	2.67	2.39	2.17	2.00	1.85	1.72	1.60	1.50	0.850	0.515	0.307	0.182
	10	3.84	3.12	2.74	2.45	2.24	2.05	1.90	1.77	1.65	1.55	0.890	0.550	0.340	0.210